توجيهي جيل 2006

الحركة الدورانية

المميز في الفيزياء

المعلم: عبد الفتاح نبيل أبو الحاج

0780199072

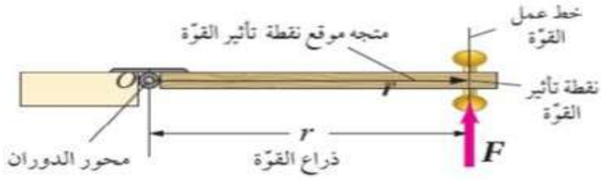
فهرس المواضيع

منهاجي
متعة التعليم الهادف

مقدمة بسيطة للوحدة

مقدمة لطيفة في الكتاب : باب يدور حول محور دورانه عند التأثير عليه بقوة

يدور الباب المبين في الشكل عند التأثير بقوة في المقبض المثبت عند طرفه و محور الدوران في هذه الحالة هو خط وهمي رأسي يمر عبر مفصلات الباب المثبته عند الطرف المقابل للمقبض



في الدرس الأول :

تقريباً في الدرس الأول رح يكون الحديث كله عن مسببات الدوران القوة و العزم

و رح نتطرق ل الاتزان و نتعرف على الاتزان الدوراني (سهل تخافش)

و رح نختم درسنا بمفهوم مركز الكتلة للأجسام و هاي نقطة خاصة بكل جسم اذا علقنا الجسم منها يتزن اتزان سكوني.

في الدرس الثاني :

بنصير نركز على الحركة الدورانية نفسها و نصير نوصف الازاحة و السرعة و التسارع لكن بدلالة الزاوية(بس نوصل هناك بفهمك ليش رح نتعامل مع الزاوية)

ازاحة زاوية	سرعة زاوية	تسارع زاوي
$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$	$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

الموضوع سهل و مألوف للطالب و رح ننهي الدرس بموضوع عزم القصور الذاتي و القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية ، موضوع سهل يتحدث عن قصور الأجسام في الحركة الدورانية و يحتوي على مجموعة من القوانين ليست حفظ بل تعطى في السؤال.

في الدرس الثالث :

هذا الدرس بحكي عن الزخم الزاوي و الطاقة الحركية الدورانية عندما يتحرك الجسم حركة دورانية و حفظ الزخم الزاوي يعني من الاخر نفس دراستنا للزخم الخطي لكن لحركة دورانية (شبه اعادة للدرس الأول في الوحدة الأولى)

قوانين الحركة الدورانية

الحركة الانتقالية		الحركة الدورانية
X	الموقع	θ
$\Delta X = X_F - X_i$	الإزاحة	$\Delta\theta = \theta_F - \theta_i$
$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	السرعة	$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	التسارع	$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
الشغل $\omega = Fd\cos\theta$	تناظر	$\tau = Fr\sin\theta$ العزم
m الكتلة	ممانعة الجسم لتغيير حالة الحركية	I العزم القصور الذاتي
$\sum F = ma$ قانون نيوتن الثاني في الحركة الانتقالية		ما يقابل قانون نيوتن الثاني في الحركة الدورانية. $\sum\tau = I\alpha$
$KE = \frac{1}{2} m v^2$	الطاقة الحركية	$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2$
الخطي $P = mv$; $\sum F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$	الزخم	الزاوي $L = I\omega$; $\sum\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$
حفظ الزخم الخطي	في نظام معزول	حفظ الزخم الزاوي
$\sum P_i = \sum P_F$		$L_i = L_F$
$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1F} + m_2 v_{2F}$		$I_i \omega_i = I_F \omega_F$

الحركة الدورانية

العزم Torque

العزم (عزم القوة): هو مقياس لمقدرة القوة على أحداث دوران لجسم حول محور ثابت (الأثر الدوراني للقوة حول نقطة دوران ثابتة او محور دوران).

- يرمز له بالرمز(τ)ويقاس بوحده(N.m).
- كمية فيزيائية متجهة.
- يعرف رياضيا: هو ناتج الضرب المتجهي لمتجه القوة ($\vec{F}$) ومتجهه موقع نقطة تأثير القوة ($\vec{r}$)
- يعطى بالرموز بالعلاقة التالية:

$$\tau=\vec{L}\times\vec{F} = rF\sin\theta$$

- حيث: $\vec{F}$: متجه القوة المؤثرة في الجسم .

F: مقدار القوة المؤثرة في الجسم.

$\vec{L}$: ذراع القوة.

r : البعد بين نقطة تأثير القوة ومحور الدوران (تبدأ من النقطة الواقعة على محور الدوران وتنتهي عند نقطة تأثير القوة.

θ: الزاوية المحصورة بين رأسي المتجهين ($\vec{F}$ و $\vec{r}$) أو ذيلهما.

مصطلحات مهمة:

١. ذراع القوة : $\vec{L}$: هو المسافة العمودية بين محور الدوران ونقطة تأثير القوة $\vec{L}=r\sin\theta$
٢. محور الدوران : خط وهمي يدور حوله الجسم .
٣. نقطة تأثير القوة : هي نقطة التي تؤثر فيها القوة على الجسم.
٤. خط عمل القوة: هو امتداد متجه القوة.

العوامل التي يعتمد عليها مقدار العزم:

1) مقدار القوة (F)

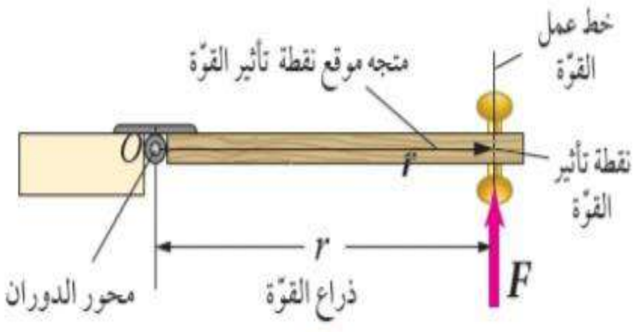
2) طول ذراع القوة ($r\sin\theta$) oR

متجه موقع نقطة التأثير

جيب الزاوية المحصورة بين متجه القوة و متجه موقع نقطة التأثير .

F: متجه القوة.

r : متجه موقع نقطة تأثير القوة يبدأ من نقطة على محور الدوران و ينتهي عند نقطة تأثير القوة .

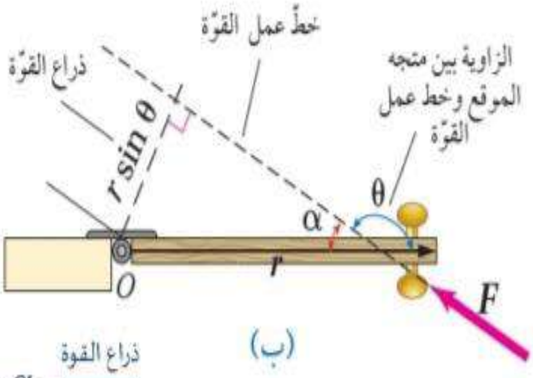


(أ)

خط عمل القوة: امتداد متجه القوة ، حيث يكون خط ينطبق مع متجه القوة.

r sinθ / ذراع القوة lever arm: البعد العمودي بين خط عمل القوة و محور الدوران.

عندما تكون الزاوية(90) فإن ذراع القوة يساوي (r) ويكون أكبر ما يمكن لاحظ الشكل (أ)



(ب)

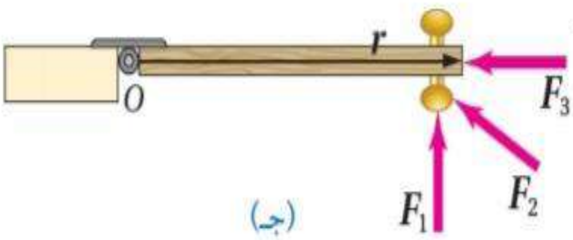
$\sin\alpha = \frac{\text{ذراع القوة}}{r}$

ذراع القوة $= r\sin\alpha$

و بما أن $\sin\alpha = \sin\theta$

فإن ذراع القوة $= r\sin\theta$

سؤال يوضح الشكل منظراً علوياً تأثير ثلاث قوى متساوية في المقدار في الموقع نفسه رتب العزم الناتج عن هذه القوى حول محور الدوران (o) تنازلياً.



(جـ)

الاجابة:

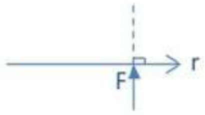
τ_1 أكبر ثم τ_2 ثم τ_3 أقل .

التفسير :

العزم الناتج عن القوة (F_1) هو الأكبر ، اذا ان مقدار ذراع القوة هو الأكبر يليه العزم الناتج عن القوة (F_2) حيث يكون ذراع القوة (F_2) اصغر من ذراع القوة F_1 و ينعدم العزم عندما يمر خط عمل القوة بمحور الدوران.

مثال : تؤثر قوة مقدارها (4N) عند مقبض باب يبعد عن محور دوران الباب مسافة (60cm) جد مقدار العزم المؤثر في الباب في كل من الحالات التالية:

الحل:



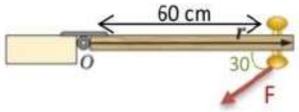
$\tau = r F \sin\theta$

$= 60\times10^{-2}(4)(1)$

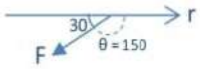
$\tau = 2.4$ N.m عكس عقارب الساعة

$\theta = 90$

يكون العزم هو الأكبر هنا في الحالات الثلاث لان sin 90 =1



الحل:



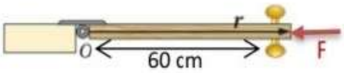
$\sin 150 = \sin 30 = \frac{1}{2}$

$\tau = -r F \sin\theta$

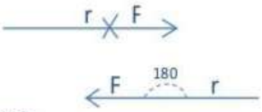
وضعت الاشارة السالبة في القانون لان القوة تعمل على تدوير الباب باتجاه حركة عقارب الساعة

$\tau = -60\times10^{-2}(4)\frac{1}{2}$

$\tau = -1.2$ N.m



الحل:



$\theta = 180$

$\text{Sine}180 = 0$

$\tau = r F \sin 180$

$\tau = 0$

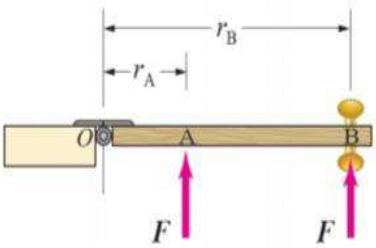
ينعدم العزم عندما يكون اتجاه القوة باتجاه محور الدوران

ملاحظات هامة!

أولاً: عند تأثير بقوة يكون العزم أكبر ما يمكن عندما :

1) يكون اتجاه القوة عمودي على متجه الموقع $\theta = 90$

2) نقطة تأثير القوة ابعد ما يمكن عن محور الدوران .



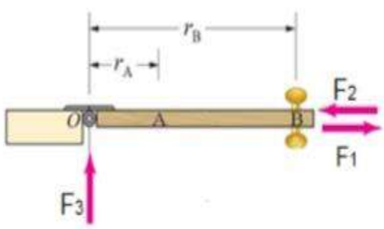
Note نلاحظ في الشكل المجاور ان العزم عند التأثير بقوة في مقبض الباب (النقطة B) يكون اكبر من العزم عن التأثير بقوة عند النقطة (A).

ثانياً: ينعدم عزم الازدواج في حالتين

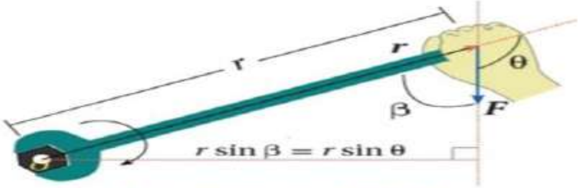
1) خط عمل القوة يمر بمحور الدوران $\theta = 0$ أو 180

مثل F_1 و F_2

2) تأثير القوة عند محور الدوران $r = 0$ مثل F_3



مثال: يستخدم خليل مفتاح شد طوله (25cm) لشد صامولة في دراجة حيث أثر بقوة مقدارها ($2*10^2$ N) في طرف مفتاح الشد في الاتجاه الموضح في الشكل فإذا علمت أن مقدار الزاوية (β) يساوي (53) أحسب مقدار العزم المؤثر في المفتاح وحدد اتجاهه؟



الشكل (5): مفتاح شد لفك صامولة.

الحل:

$r = 25cm = 0.25m$

$F = 2\times10^2\ N$

$\beta = 53$

$\text{Sin } 53 = \sin 127 = 0.8$

$\tau = -25\times10^{-2}\times2\times10^{2}\times0.8$

$= -50\times\frac{8}{10} = -5\times 8 = 40$

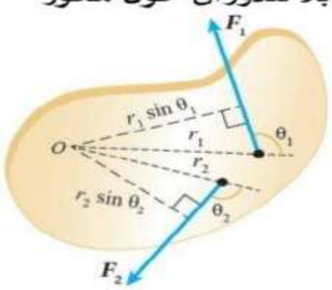
$= -40\ N.s$

إيجاد العزم المحصل

- عندما يتأثر الجسم لعدة قوى غير متلاقية يصبح لدينا أكثر من عزم، وبالتالي فإن محصلة العزم المؤثر على الجسم حول محور ما يساوي حاصل الجمع الاتجاهي لعزوم القوى المؤثرة حول المحور نفسه على الجسم.
- رياضيا: ....+(Ʊ3) +(Ʊ2) +(Ʊ1) = (Ʊ المحصل)
- إذا كان العزم عكس اتجاه عقارب الساعة يعوض موجب، وإذا كان مع عقاب الساعة يعوض سالب.

سؤال كيف يتم حساب عزم القوى عدة تؤثر في جسم قابل للدوران حول محور ثابت ؟ و

كيف يتم تحديد اتجاهها . انظر الشكل المجاور و الذي يوضح جسماً قابلاً للدوران حول محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة يمر بالنقطة(0) .



الاجابة : نلاحظ في الشكل ان الجسم تؤثر فيه قوتان

F_1: تعمل على تدوير بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

F_2: تعمل على تدويره باتجاه حركة عقارب الساعة.

طريقة الحساب:

1) احسب عزم كل قوة حول محور الدوران على حدة

2) نراعي نظام الاشارات السالب و الموجب

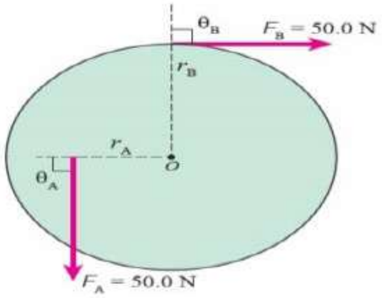
3) نجد العزم المحصل $\sum\tau$ عن طريق جمع كل عزم و تعويض الاشارة المناسبة

$$\sum\tau \begin{cases} \tau_1 = F_1 r_1 \sin\theta_1 \\ \tau_2 = -F_2 r_2 \sin\theta_2 \end{cases}$$

$$\sum\tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 r_1 \sin\theta_1 - F_2 r_2 \sin\theta_2$$

مثال

بكرة مُصمَتة قُطرها (r_B)، يمرّ في مركزها (O) محور دورانٍ عموديٌّ على مستوى الصفحة؛ كما هو موضّحٌ في الشكل (6). إذا علمتُ أنّ القوّة (F_A) تؤثر في البكرة على بُعد ($r_A = 30.0$ cm) من محور الدوران، وتؤثر القوّة (F_B) عند حافّة البكرة حيثُ ($r_B = 50.0$ cm)، واعتمادًا على المعلومات المُثبتة في الشكل؛ أحسبُ مقدار العزم المُحصّل المؤثّر في البكرة، وأُحدّد اتّجاهه.



الشكل (6): بكرة مصمتة.

$$\sum\tau \begin{cases} \tau_A = F_A r_A \sin\theta_A = 50.0\times0.30\sin 90 = 15 \\ \tau_B = -F_B r_B \sin\theta_B = -50.0\times0.50\sin 90 = -25 \end{cases}$$

$$\sum\tau = 15 - 25 = -10 \text{ N.m}$$

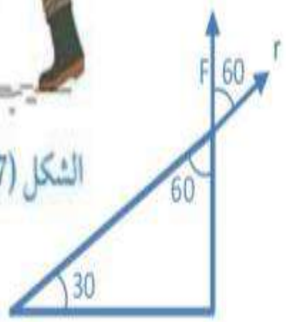
مثال

يدفع عامل عربة كما هو موضح بالشكل ، عن طريق التأثير في مقبضي ذراعيها بقوتين مجموعهما ($\sqrt{3}\times10^2$ N) رأسياً الى أعلى لرفعهما إلى الاعلى بزاوية (30°) بالنسبة لمحور X+ إذا علمت أن بعد كل من مقبضي العربة عن محور الدوران(O) يساوي (100cm) أحسب مقدار عزم القوة F المؤثرة في العربة حول محور الدوران ، و أحدد اتجاهه.

الشكل (7): عامل يدفع عربة.

المعطيات :

$r = 100\text{ cm} = 1\text{m}$, $F = \sqrt{3}\times10^2\text{N}$, $\theta = 60$



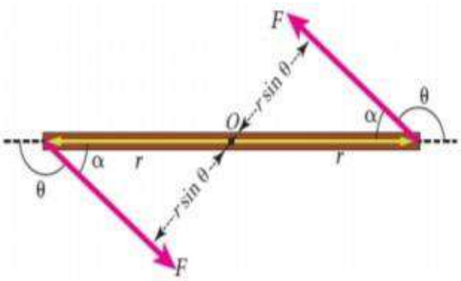
$$\tau = rF\sin\theta = 1(\sqrt{3}\times10^2)\frac{\sqrt{3}}{2} = 150\text{ N.m}$$

عكس عقارب الساعة .

الازدواج

- ❖ إذا تأثر الجسم بقوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه وخط عملها غير منطبقين يسمى العزم الناتج ب عزم الازدواج.
- ❖ الازدواج: قوتان متساويتان مقدارا ومتعاكستان اتجاها، وتؤثران في نقطتين مختلفتين (وخط عملها متوازيين، ليس واحدا) وتولدان عزمين متساويين باتجاه واحد.
- ❖ عزم الازدواج: ناتج ضرب مقدار احدى القوتين المتساويتين في البعد العمودي بينهما.
- ❖ تذكر: إذا كان عزم الازدواج عكس اتجاه عقارب الساعة يعوض موجب وإذا كان مع عقارب الساعة يعوض سالب.
- ❖ يحسب عزم الازدواج عندما تصنع قوتا الازدواج زاوية غير قائمة مع المتجه (r) كما في الشكل المجاور باستخدام العلاقة التالية :

$$\tau_{couple} = 2Fr\sin\theta = F(2r\sin\theta)$$
$$= F\,d$$

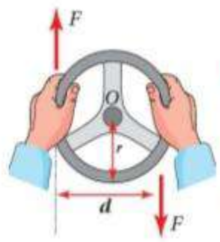


اذا كانت الحركة عكس عقارب الساعة

$$\tau_{couple} = \pm F\,d$$

اذا كانت الحركة مع عقارب الساعة

البعد العامودي بين القوتين

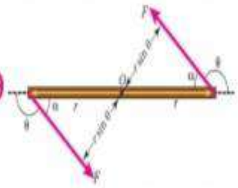


$\theta = 90$

$d = 2r$

$\theta \neq 90$

$d = 2r\sin\theta$



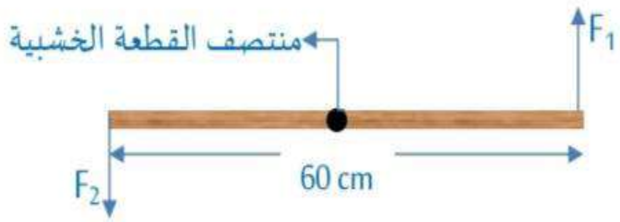
العوامل التي يعتمد عليها عزم الازدواج

$$\tau_{couple} = F\,d$$

1. مقدار احدى القوتين المتساويتين
2. البعد العمودي بين القوتين، و الذي يعتمد على ذراع القوة $(r\sin\theta)$

مثال

في الشكل المجاور اذا علمت ان عزم الازدواج المؤثر في القطعة الخشبية يساوي (120N.m)
جد مقدار كل من القوتين علماً بأنهم متساويات :



الحل:

$\tau = Fd$

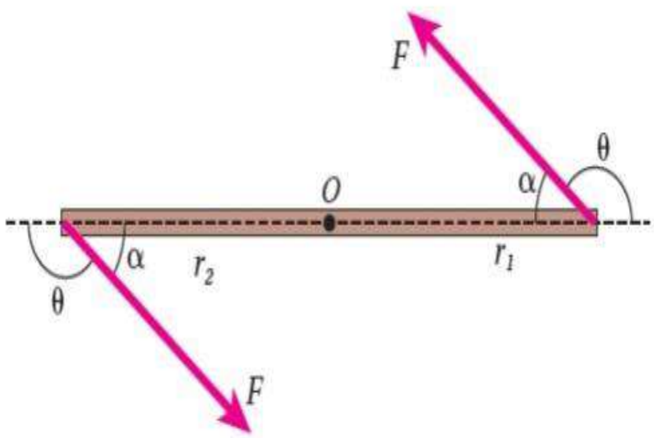
$120 = F\,(60\times10^{-2})$

$F = 200\ N$

$F_1 = F_2 = 200\ N$

مثال

مسطرةٌ متريّةٌ فلزيّةٌ قابلةٌ للدوران حول محورٍ ثابتٍ يمرُّ في منتصفها عند النقطة (O) عموديٍّ على مستوى الصفحة، كما هو موضّحٌ في الشكل. أثّر فيها قوتان شكّلتا ازدواجًا. فإذا علمتُ أنّ مقدار كلٍّ من القوتين (80 N) ومقدار الزاوية (θ) يساوي (150°): أحسبُ مقدار عزم الازدواج المؤثّر في المسطرة، وأُحدّد اتجاهه.



المعطيات:

$F_1 = F_2 = F = 80.0\ N$

$\theta_1 = \theta_2 = 150^\circ$ ، $r_1 = r_2 = r = 0.50\ m$ ،

المطلوب:

$\tau_{couple} = ?$

الحل:

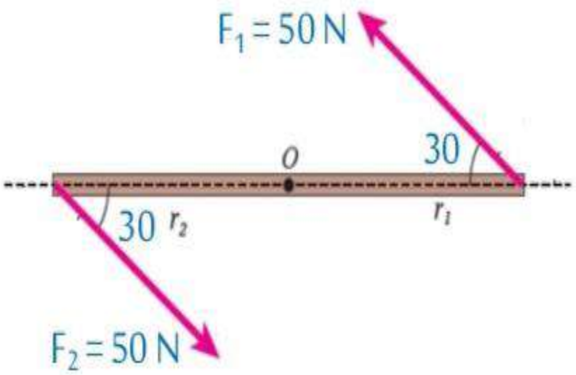
$\tau_{couple} = 2F\,r\sin\theta$

$= 2\times 80\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

$= 40\ N.m$

مثال

قطعة خشب مستقيمة قابلة للدوران حول محور ثابت يمر في منتصفها عند النقطة (O) عمودي على مستوى الصفحة . كما هو موضح في الشكل . أثر فيها قوتان شكلتا ازدواجاً فإذا علمت ان مقدار عزم الازدواج المؤثر في قطعة الخشب (100N.m) بالاعتماد على المعلومات المثبتة على الشكل جد طول قطعة الخشب .



الحل:

طول قطعة الخشب يمثل $2r = r_1 + r_2$

$\tau = Fd = F(2r\sin\theta)$

$100 = (50)\ L\ \frac{1}{2}$

$L = 4\ m$

الاتزان

الاتزان: هو الحالة التي تكون محصلة القوى المؤثرة على الجسم ومحصلة العزوم تساوي صفر، ويقسم الى نوعين (**الاتزان السكوني والاتزان الديناميكي**) وهو من المواضيع المهمة في علم الميكانيكا. **سوف نركز في هذا الدرس على الاتزان السكوني.**

- ❖ كي يكون الجسم في حالة اتزان سكوني عند تأثير قوى عده فيه، يجب أن يتحقق شرطين اساسين هما:
  - ١) الشرط الأول أن تكون القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفر (**$\Sigma F=0$**) يسمى بالاتزان الانتقالي.
  - ٢) أن يكون العزم المحصل المؤثر فيه يساوي صفر (**$\Sigma\tau=0$**) يسمى بالاتزان الدوراني.

- ❖ حسب قانون نيوتن الأول الجسم يبقى على حالته من حيث السكون أو الحركة بسرعة ثابتة مقدارا واتجاها ما لم تؤثر فيه خارجية محصلة تغير حالته الحركية. **$\Sigma F=0$**

- ❖ الجسم عاجز أو قاصر عن تغير حالته الحركية من تلقاء نفسه وان تغيير هذه الحالة يتطلب تأثير قوة محصلة في الجسم لذا يعرف القانون الأول لنيوتن باسم قانون القصور الذاتي.
- ❖ وتعد كتلة الجسم مقياسا لقصوره الذاتي الذي يتناسب طرديا معها، فكلما زادت كتلة الجسم زاد قصوره، ولزم تأثير قوة محصلة أكبر لتغير حالته الحركية.

أنواع الاتزان

1) الاتزان الانتقالي: (يلزمنا أهم شيء معرفة حالة سرعة الجسم) $(\Sigma F=0)$

- **الاتزان السكوني الانتقالي: يحدث عندما يكون الجسم ساكنا $(V=0)$ وبالتالي $(a=0)$ ومنها $(F=0)$أي أن $(\Sigma F=0)$ يعني أن قانون نيوتن الأول لا يحقق فيه الجسم حركة انتقالية.**
- **الاتزان انتقالي الحركي: يحدث عندما يتحرك الجسم بسرعه ثابته وبخط مستقيم حيث تكون$(V=Constant)$ وبالتالي $(a=0)$ وعليه تكون $(\Sigma F=0)$ يعني أن قانون نيوتن الثاني يحقق فيه الجسم حركة انتقالية.**

2) الاتزان الدوراني: (يلزمنا معرفة حالة دوران الجسم) $(\Sigma \tau=0)$

- **الاتزان الدوراني السكوني: إذا كان الجسم ساكن (لا يدور).**
- **الاتزان الدوراني الحركي: إذا كان الجسم يدور بسرعة ثابتة.**

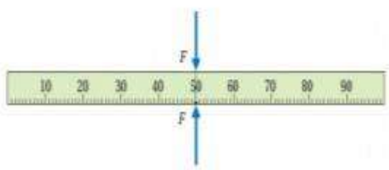
للتوضيح

يمثل الشكل مسطرة مترية موضوعه على سطح طاولة و هنالك قوتان متساويتان في المقدار متعاكستان في الاتجاه تؤثران في المسطرة في حالتين :

الحالة (أ)

القوتان متساويتان مقداراً متعاكستان اتجاهاً تؤثران في الموقع نفسه

خطا عمل القوتين متطابق

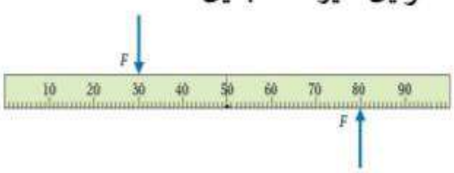


هنا تكون المسطرة في حالة اتزان سكوني $\sum F=0$

الحالة(ب)

القوتان متساويتان مقداراً متعاكستان اتجاهاً تؤثران في موقعين مختلفين

خطا عمل القوتين غير متطابقين



هنا لا تكون المسطرة في حالة اتزان سكوني على الرغم ان $\sum F=0$ لكن $\sum \tau \neq 0$

* تتحرك المسطرة حركة دورانية

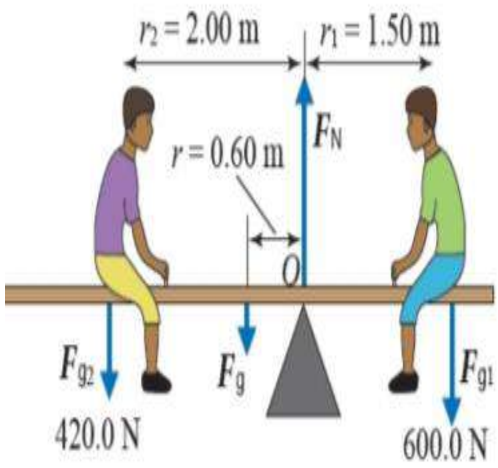
* يتحقق شرط الاتزان الدوراني اذا كان $\sum \tau=0$

مثال

يجلس فادي (F_{g1}) وصقر (F_{g2}) على جانبي لعبة اتّزان (see – saw) تتكوّن من لوح خشبيٍّ منتظم متماثلٍ وزنُه (F_g) يؤثّر في منتصفه، يرتكزُ على نقطةٍ تبعُد (0.60 m) يمين منتصف اللّوح الخشبيّ، كما هو موضّحٌ في الشكل (12). إذا كان النظام المكوّن من اللّعبة والطفلين في حالة اتّزان سكونيٍّ واللوحُ الخشبيّ في وضع أُفقيّ، ومستعينًا بالبيانات المثبتة في الشكل؛ أحسب مقدار ما يأتي:

أ . وزن اللّوح الخشبيّ (F_g).

ب. القوّة (F_N) التي تؤثّر بها نقطة الارتكاز في اللّوح الخشبيّ.



الشكل (12): طفلان يجلسان على لعبة See – saw متزنة أفقيًّا.

المعطيات: $F_{g1} = 600.0$ N, $F_{g2} = 420.0$ N, $r = 0.60$ m, $r_1 = 1.50$ m, $r_2 = 2.00$ m.

المطلوب: $F_g = ?,\ F_N = ?$

الحلّ:

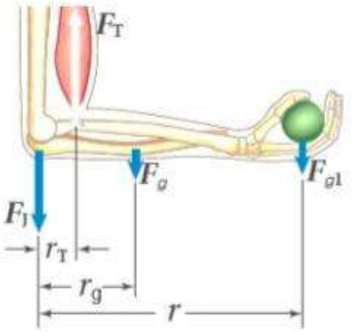
أ. ألاحظُ أنّ اللّوح الخشبيّ يتأثّر بأربع قوًى، هي: وزني الطفلين (F_{g1}) و(F_{g2})، ووزن اللّوح (F_g) يؤثّر في منتصفه، والقوّة العمودية (F_N) التي تؤثّر بها نقطة الارتكاز في اللوح. وبما أن النظام مُتّزن، ومقداري القوّة العمودية، ووزن اللوح غيرُ معلومين؛ فإنّني أُطبّق الشرط الثاني للاتّزان حول محورٍ يمرُّ في إحدى نقطتي تأثير هاتين القوّتين؛ إذ أنّ عزم قوّة حولَ محورٍ يمرُّ في نقطة تأثيرها يساوي صفرًا (لأنّ طول ذراع القوّة في هذه الحالة يساوي صفرًا). أُطبّق الشرط الثاني للاتّزان حول محورٍ يمرُّ في نقطة ارتكاز اللوح الخشبيّ (النقطة O)، مع ملاحظة أنّ عزم القوّة العمودية يساوي صفرًا ($\tau_{F_N(O)} = 0$)، واللوح متّزنٌ أفقيًّا؛ لذا فإنّ ($\theta = 90°$).

$$\sum \tau = 0$$
$$F_{g2} r_2 + F_g r - F_{g1} r_1 = 0$$
$$F_{g1} r_1 = F_{g2} r_2 + F_g r$$
$$600.0 \times 1.50 = 420.0 \times 2.00 + F_g \times 0.60$$
$$F_g = \frac{900 - 840}{0.60} = 100 \text{ N}$$

ب. النظام -وبالتالي اللوح الخشبي- في حالة اتّزان سكونيّ، لذا؛ فإنّ القوّة المُحصّلة المؤثّرة فيه تساوي صفرًا حسب الشرط الأول من شرطي الاتّزان. وأُطبّق القانون الثاني لنيوتن في اتّجاه محور y؛ لأنّه لا توجد قُوًى تؤثّر في اتّجاه محور x.

$$\sum F_y = ma_y = 0$$
$$F_N - (F_g + F_{g1} + F_{g2}) = 0$$
$$F_N = F_g + F_{g1} + F_{g2}$$
$$= 100 + 600.0 + 420.0$$
$$= 1120 \text{ N}$$

مثال

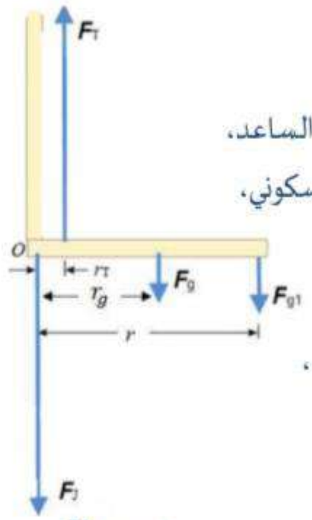


الشكل (13): تسحب العضلة ثنائية الرأس عظمة الساعد بقوة (F_T) رأسيًا لأعلى.

أُحلّلُ وأستنتجُ: ترفع جمان بيدها ثقلاً وزنُه (40.0 N)، في أثناء ممارستها للتمارين الرياضية في نادٍ رياضيّ. إذا علمتُ أنّ نقطة التقاء العضلة ثنائيّة الرأس بالساعد تبعدُ ($r_T = 5.0$ cm) عن المرفق، ووزن عظم الساعد والأنسجة فيه (30.0 N) ويؤثر على بُعد ($r_g = 15.0$ cm) عن المرفق، وبُعد نقطة تأثير القوّة في اليد ($r = 35.0$ cm) عن المرفق، والساعد متّزنٌ أفقيا في الوضع الموضّح في الشكل (13)، فأحسبُ مقدار ما يأتي:

أ. قوّة الشدّ في العضلة (F_T) المؤثّرة في الساعد بافتراضها رأسيًّا لأعلى.

ب. القوّة التي يؤثّر بها المرفق في الساعد (F_J).



أ. أرسم الساعد على شكل قضيب كما هو موضح: لتبسيط المسألة.

حيث (F_T) هي قوة الشد في العضلة المؤثرة في الساعد، و (F_J) هي القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد، و (F_{g1}) وزن الكرة ، و (F_g) وزن عظم الساعد والأنسجة فيه. وبما أن النظام في حالة اتزان سكوني، ومقدار كل من قوة الشد في العضلة والقوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد غير معلوم فإنني أُطبّق الشرط الثاني للاتزان حول محور عمودي على الصفحة عبر المرفق (النقطة O) ، لايجاد مقدار (F_T) إن العزم الناتج عن القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد (F_J) يساوي صفراً ، لأن محور الدوران يمر في نقطة تأثيرها. الساعد متزن أُفقيًا. لذا فإن($\theta = 90°$)

$$\Sigma\tau_O = 0$$

$$F_T r_T - F_g r_g - F_{g1} r = 0$$

$$F_T \times 5.0 \times 10^{-2} - 30.0 \times 15.0 \times 10^{-2} - 40.0 \times 35.0 \times 10^{-2} = 0$$

$$F_T = 370\ \text{N}$$

ب. النظام في حالة اتزان سكوني، لذا فإن القوة المحصّلة المؤثرة فيه تساوي صفراً. ونطبّق القانون الثاني لنيوتن على الساعدفي اتجاه المحور لايجاد مقدار القوة (F_J) لأنه لا توجد قوى تؤثر في اتجاه محور x

$$\Sigma F_y = ma_y = 0$$

$$F_T - (F_J + F_g + F_{g1}) = 0$$

$$F_J = F_T - F_g - F_{g1}$$

$$= 370 - 30.0 - 40.0$$

$$= 300\ \text{N}$$

مركز الكتلة

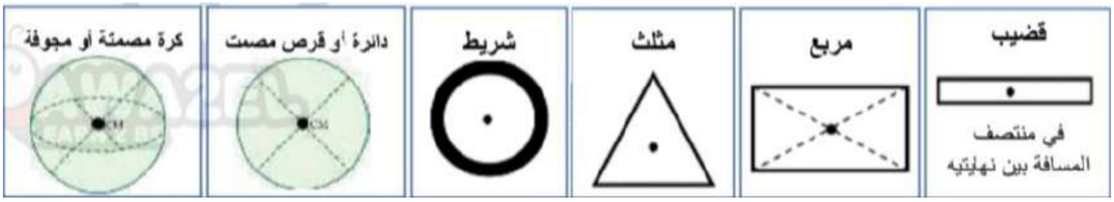
مركز الكتلة: هي النقطة التي يمكن افتراض أن كتلة كل الجسم متركزة فيها وجميع القوى الخارجية المؤثرة في الجسم تؤثر فيها إذا علق منها يعني " النقطة التي يمكن افتراض كتلة الجسم كاملة مركزه فيها "

فيزيائيا: " هي النقطة التي يكون عندها محصلة كل القوى والعزوم المؤثرة على الجسم تساوي صفر، وهي اتزان الجسم"

- تختلف الأجسام عن بعضها البعض سواء من ناحية الشكل أو من ناحية التجانس والانتظام وبالتالي فإن تحديد مركز الكتلة لجسم ما يتعلق بهذا الاختلاف.

١) مركز الكتلة لجسم منتظم الشكل.

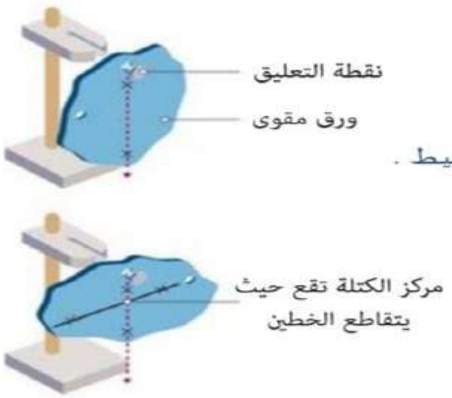
الاجسام المنتظمة والمتجانسة هي تلك الأجسام المسطحة التي تتوزع كتلة الجسم بالتساوي والمعروفة بالشكل الهندسي: مثل المربعات والمستطيلات والمثلثات والدوائر والقضبان.
وتعد هذه الاجسام سهله من حيث تحديد مركز كتلتها فهو ينطبق على المركز الهندسي، وتكون نقطة مادية في الجسم إذا كان ممتلئ (في تقاطع محاوره) أو نقطة خارجية إذا كان الجسم مفرغا.



٢) مركز الكتلة للأجسام الغير منتظمة.

نقصد بالأجسام الغير منتظمة هي الأجسام التي لا تتوزع كتلة الجسم بالتساوي على الجميع نقاط الجسم ويقع مركزها على الخط الواصل بينهما ويكون أقرب الى منطقة التي تحتوي أكبر كتلة.

سؤال: يمثل الشكل المجاور قطعة ورق مقوى (كرتونه) كيف يمكنني تحديد مركز كتلتها عمليا؟



الاجابة:
1) أثقب ثقبين صغيرين متباعدين عند حافة قطعة الورق .
2) نعلق القطعة بخيط من أحد الثقبين رأسياً في الهواء و نتركها حتى تتوقف القطعة عن التأرجح .
3) نرسم خطاً على قطعة الورق يكون هذا الخط على امتداد طول الخيط .
4) نكرر الخطوتين 2 و 3 عند الثقب الاخر .
5) يقع مركز الكتلة في منتصف المسافة بين سطحي الورقة تحت نقطة تقاطع هذين الخطين .

Note
1) يمكن استخدام نفس الطريقة لتحديد موقع مركز الكتلة لاي جسم منتظم أو غير منتظم .

2) يكون العزم المحصل لجسيمات نظام حول مركز الكتلة يساوي صفرا

٣) عند تعليق الجسم من مركز كتلته فإنه يكون في حالة اتزان تام دون أي حركة، لذلك إذا اردت جعل مسطرة أو كرة القدم تتزن على أصبع يدك عليك جعل نقطة مركز الكتلة على أصبعك.

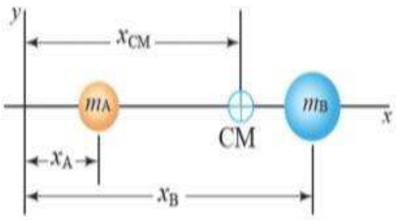
لتحديد موقع مركز الكتلة لنظام يتكون من جسمين

١) ثقلين متساويان في الكتلة، متصلين معا بقضيب فلزي منتظم.

يقع مركز الكتلة عند منتصف المسافة بين الثقلين.

٢) نظام مكون من جسمين مخلفين في الكتلة.

مركز الكتلة يقع على خط واصل بينهما ويكون أقرب الى الجسم ذو الكتلة الأكبر.



يوضح الشكل نظام يتكون من جسمين كتلتيهما (m_A، m_B) يتصلان معاً بقضيب خفيف يمكنني اهمال كتلته لحساب مركز الكتلة لهذا النظام أختار نظام محاور يقع فيه الجسمان على محور (X) عند الموقعين (X_A, X_B) لتحديد الاحداثي (X) لموقع مركز كتلة النظام (X_{cm}) نستخدم العلاقة $X_{cm} = \dfrac{m_A X_A + m_B X_B}{m_A + m_B}$

٣) نظام مكون من عدد (n) من الجسيمات الموزعة على المحور.

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C + \cdots + m_n x_n}{m_A + m_B + m_C + \cdots + m_n} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M}$$

حيث (x_i) الإحداثي x للجسيم (i)، و ($M = \sum_i m_i$) الكتلة الكلية للنظام.

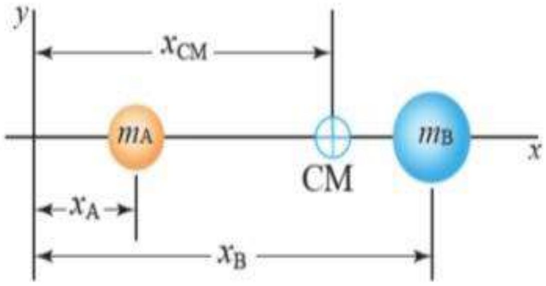
أما الجسمُ غير منتظم الشكل، فيكون مركزُ كتلته أقرب إلى المنطقة ذات الكتلة الأكبر. وأُنفِّذ التجربة الآتية لأتعرّف كيفيّة تحديد مركز الكتلة لكلٍّ من جسم مُنتظم الشكل وجسم غير منتظم الشكل

مثال

يمثل الشكل المجاور مركز الكتلة لجسمين مختلفين في الكتلة يقعان على المحور(X) يكون العزم المحصل لجسيمات النظام حول مركز كتلته يساوي صفرا بالاستعانة بالعزم المحصل

أثبت أن :

$$X_{cm}=\frac{m_A X_A+m_B X_B}{m_A+m_B}$$



الحل:

محور الدوران محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة

يمر بمركز كتلة النظام و يكون عزم مركز الكتلة للنظام حول المحور صفراً.

$$\theta=90 \quad \sin 90=1$$

$$\tau=r\,F\sin 90$$

$$\tau=r\,F$$

$$r_A=x_{cm}-x_A$$

$$r_B=x_B-x_{cm}$$

$$\sum\tau_{cm}=0$$

$$\tau_A-\tau_B=0$$

$$F_{Ag}\,r_A-F_{Bg}\,r_B=0$$

$$m_A g\,r_A-m_B g\,r_B=0$$

$$g(m_A r_A-m_B r_B)=0$$

$$m_A r_A-m_B r_B=0$$

$$m_A(x_{cm}-x_A)-m_B(x_B-x_{cm})=0$$

$$m_A x_{cm}-m_A x_A-m_B x_B+m_B x_{cm}=0$$

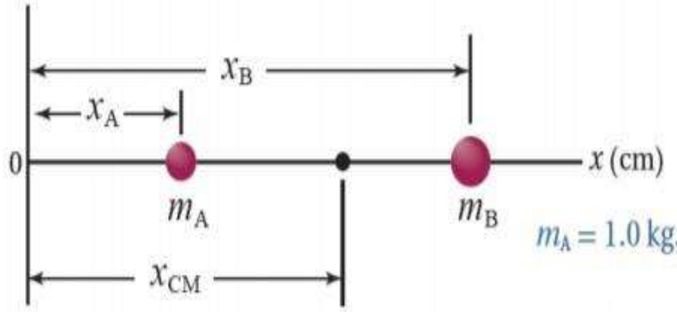
$$m_A x_{cm}+m_B x_{cm}=m_A x_A+m_B x_B$$

$$x_{cm}(m_A+m_B)=m_A x_A+m_B x_B$$

$$x_{cm}=\frac{m_A X_A+m_B X_B}{m_A+m_B}$$

مثال

نظامٌ يتكوّن من كرتين $(m_A = 1.0\ kg)$ و $(m_B = 3.0\ kg)$؛ كما هو موضّحٌ في الشكل (17). إذا علمتُ أنّ $(x_A = 5.0\ cm)$ و $(x_B = 15.0\ cm)$؛ أُحدِّد موقع مركز كتلة النظام.



الشكل (17): نظام مكوّن من كُرَتين تقعانِ على محور x.

المعطيات: $m_A = 1.0\ kg,\ m_B = 3.0\ kg,\ x_A = 5.0\ cm,\ x_B = 15.0\ cm$

المطلوب: $x_{CM} = ?$

الحلّ:

أستخدم العلاقة الآتية لإيجاد الإحداثي (x_{CM}):

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$

$$= \frac{1.0 \times 5.0 \times 10^{-2} + 3.0 \times 15.0 \times 10^{-2}}{1.0 + 3.0}$$

$$= 1.25 \times 10^{-1} m = 12.5\ cm$$

أُلاحظُ أن موقع مركز الكتلة أقرب للكتلة الأكبر.

مثال

أُعيد حلّ المثال السابق إذا كانت $(m_A = m_B = 4.0\ kg)$

$$X_{cm} = \frac{m_A X_A + m_B X_B}{m_A + m_B}$$

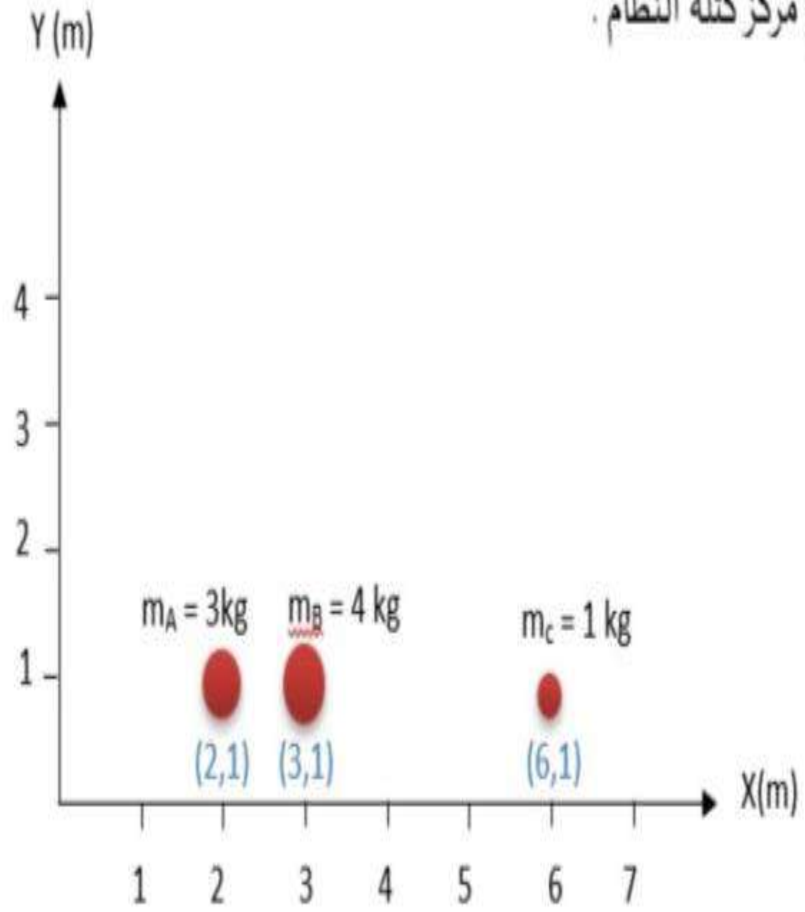
$$= \frac{4.0 \times 5.0 \times 10^{-2} + 4.0 \times 15.0 \times 10^{-2}}{4.0 + 4.0}$$

$$= 1 \times 10^{-1}\ m = 10.0\ cm$$

أُلاحظ أن موقع مركز الكتلة في منتصف المسافة بين الكرتين.

مثال

نظام يتكون من ثلاثة جسيمات ، كما هو موضح في الشكل المجاور . أستعين بالشكل و البيانات المثبته فيه لأحدد موقع مركز كتلة النظام .



الحل:

$$CM_{(X)} = \frac{m_A X_A + m_B X_B + m_c X_c}{m_A + m_B + m_c}$$

$$= \frac{3(2)+4(3)+1(6)}{3+4+1} = \frac{24}{8} = 3m$$

موقع مركز الكتلة على الاحداثي(3,1)

ورقة عمل

من (1) الى (5) اختيار متعدد

1 يقاس عزم القوة بوحدة :

أ) N.m ب) N/m ج) $N.m^2$ د) N/m^2

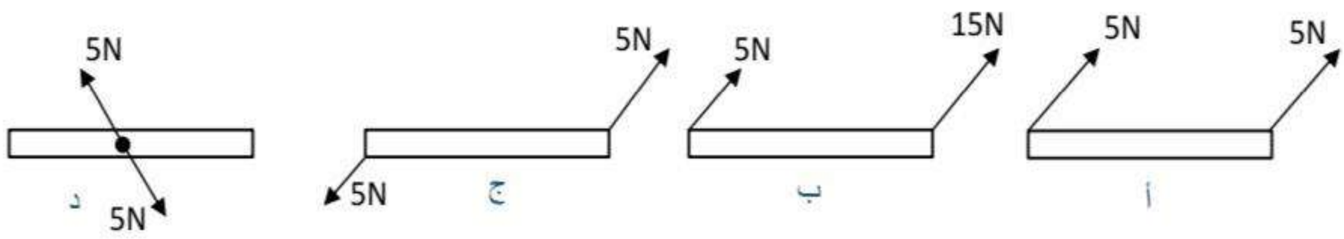
2 يدفع شخص باباً بقوة (10N) تؤثر عمودياً عند نقطة تبعد (80cm) من مفاصل الباب ، فإن عزم هذه القوة (بوحدة N.m) يساوي

أ) 0.08 ب) 8 ج) 80 د) 800

3 حينما تحمل كتاباً في يدك و هي ممدودة و ترفعها إلى الأعلى بحيث تصنع زاوية (60) مع الأفقي فإذا كان طول يدك (r) ووزن الكتاب (mg) فإن عزم وزن الكتاب على مفصل يدك يساوي :

أ) r mg sin60 ب) r mg sin30 ج) r mg د) 0

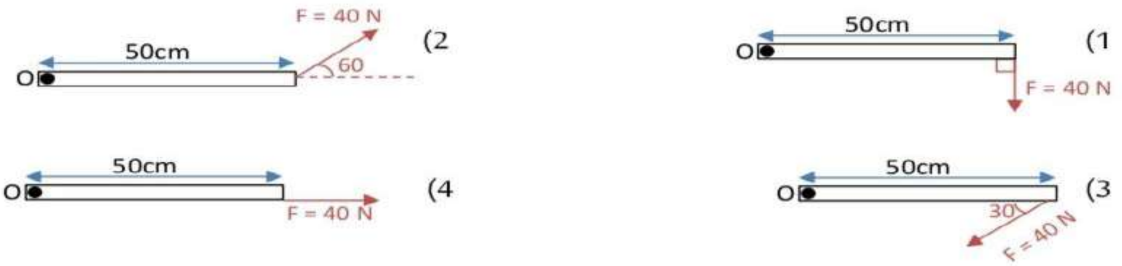
4 اي الأشكال الاتية تمثل ازدواجاً :



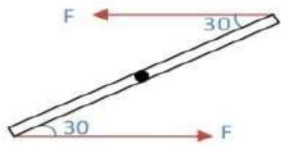
5 يستخدم طفل مفتاحاً كي يفك برغياً في دراجته الهوائية و يحتاج الى بذل عزم مقداره (10N.m) اذا علمت أن أقصى قوة يستطيع الطفل أن يؤثر بها عمودياً في المفتاح تساوي (50N) فإن طول المفتاح الذي يجب أن يستخدمه الطفل يساوي (بالمتر m) :

أ) 0.1 ب) 0.2 ج) 0.5 د) 5

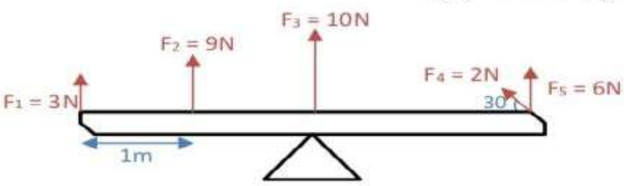
6 يبين الشكل قضيباً قابلاً للدوران حول المحور (O) العمودي على مستوى الصفحة احسب مقدار عزم القوة و اتجاهه حول المحور (O) في كل من الحالات الموضحة في الشكل :



7 يبين الشكل قضيباً منتظماً طوله (100cm) قابلاً للدوران حول محور عمودي على محور القضيب يمر في منتصفه ، تؤثر فيه قوتان قيمة كل منهما (10N) ، و تميل كل منها بزاوية (30) عن محور القضيب ، احسب عزم الازدواج المؤثر في القضيب.

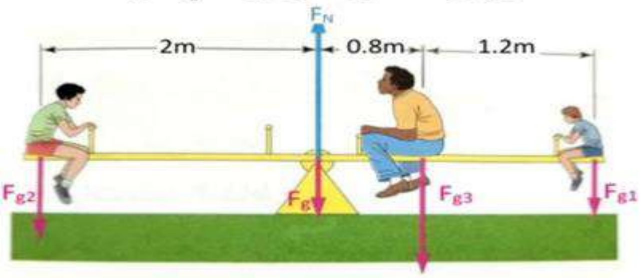


8 قضيب طوله(4m) ، قابل للدوران حول نقطة الارتكاز (O) عند منتصفه و تؤثر فيه القوى المبينة في الشكل . احسب العزم المحصل لتلك القوى حول النقطة (O) .

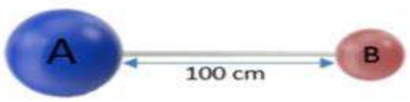


9 لوح خشبي منتظم وزنه 300N ، و طوله (4m) يرتكز من منتصفه على دعامة يقعد عليه ثلاثة اطفال كما في الشكل مما يجعل المجموعة متزنة. اذا علمت أن وزن الطفلين الأول و الثاني على الترتيب (600N, 300N) فاحسب :

1) وزن الطفل الثالث
2) قوة التلامس العمودية عند نقطة الارتكاز



10 نظام يتكون من كرتين (A,B) كتلة الكرة (A) ثلاث اضعاف كتلة الكرة (B) متصلتان معاً بقضيب خفيف طوله (100cm) يمكن إهمال كتلته حدد موقع مركز الكتلة للنظام بالنسبة لكل من الكرتين .



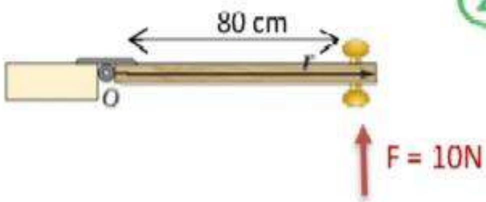
إجابات ورقة العمل

1) أ) N.m من القانون $\tau = r F \sin\theta$

m.N ⟹ N.m

---

2)



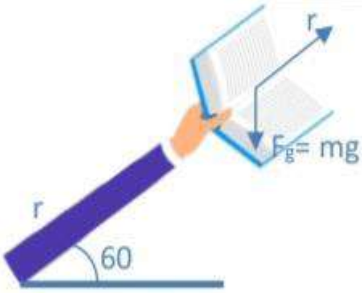
$\tau = r F \sin\theta$

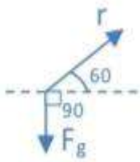
$= 80\times10^{-2}\,(10)\sin 90$

$= 8\ N.m$ الاجابة ج

---

3)





$\sin 120 = \sin 60$

$\tau = rmg \sin 60$ الاجابة(أ)

---

4) الاجابة (ج) لانها تحقق شروط حدوث الإزدواج

---

5)

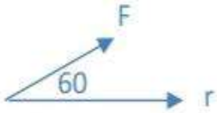
$\tau = 10 N.m$ $F = 50N$ $\theta = 90$

$\tau = Fr\sin\theta$ $10 = 50r\,(1)$

$r = \frac{1}{5} = 0.2\ m$ الاجابة (ب)

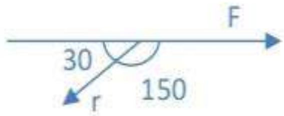
6 $1)\ \tau = Fr\sin\overset{90}{\theta} \Rightarrow \tau = 40(50\times10^{-2})\,(1) = 20\ N.m \Rightarrow = -20N.m$ يعمل على تدوير الجسم باتجاه عقارب الساعة

$2)\ \tau = Fr\sin\overset{60}{\theta} = 40(50\times 10^{-2})\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\ N.m$



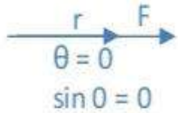
و يعمل على تدوير الجسم عكس عقارب الساعة

$3)\ \tau = Fr\sin 150 = 40\,(50\times10^{-2})\dfrac{1}{2} = 10\ N.m$



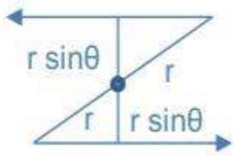
$\tau = -\,10\ N.m$ يعمل على تدوير الجسم باتجاه عقارب الساعة

$4)\ \tau = Fr\sin\theta = 0$ أي انه لا يوجد أثر دوراني للقوة على القضيب و من ثم لا يدور القضيب



7

d= r sinθ + r sinθ
d = 2 r sinθ



$\tau_{couple} = Fd = F\,2r\sin\theta$

$= 10\times(1)\,(\dfrac{1}{2})$

$= 5\ N.m$ عكس عقارب الساعة

---

8 عزم القوة (F_3) يساوي صفراً لأنها تؤثر في نقطة الارتكاز ، و أن للقوتين (F_1 , F_2) أثراً دورانياً باتجاه عقارب الساعة و أن القوتين (F_4 , F_5) أثر دورانياً بعكس عقارب الساعة .

المجموع الجبري للعزوم باتجاه عقارب الساعة

$\sum\tau = \tau_1 + \tau_2$

$= -\,F_1 r_1 \sin 90 + -\,F_2\, r_2 \sin 90 = (-3\times2) + (-9\times1) = -15N.m$

المجموع الجبري للعزوم عكس عقارب الساعة :

$\sum\tau = \tau_4 + \tau_5$

$= F_4\, r_4 \sin 150 + F_5\, r_5 \sin 90 = 2\,(2)(\dfrac{1}{2}) + 6\,(2)(1) = 14\ N.m$

$\sum\tau = -\,15 + 14 = -\,1\ N.m$. باتجاه عقارب الساعة

9

من تحليل المسألة نجد أن اللوح يتأثر بخمس قوى هي :
أوزان الأطفال الثلاثة على الترتيب Fg_1, Fg_2, Fg_3 و كذلك وزن اللوح الذي يؤثر في منتصفه ، لأنه منتظم Fg و القوة العمودية التي تؤثر بها الدعامة في اللوح F_N و بما أن اللوح متزن فإننا نستطيع أن نطبق شرط الاتزان الدوراني عند محور الدوران .

$$1)\ \sum \tau = 0$$

$$= \tau_{g1} + \tau_{g2} + \tau_{g3} + \tau_g + \tau_N \quad \text{Sin } 90 = 1$$

$$= (-300 \times 2 \times 1) + (600 \times 2 \times 1) + (-F_{g3} \times 0.8 \times 1) + 0 + 0 = 0$$

$$-600 + 1200 - 0.8\, F_{g3} = 0$$

$$600 = 0.8\, F_{g3} \qquad 600 = \frac{8}{10} F_{g3}$$

$$F_{g3} = \frac{6000}{8} = \frac{3000}{4} = \frac{1500}{2} = 750\text{ N}$$

$$2)\ \sum F = 0$$ نطبق شرط الاتزان الانتقالي

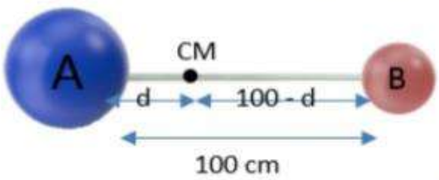
$$F_{g1} + F_{g2} + F_{g3} + F_g - F_N = 0$$

$$300 + 600 + 0750 + 300 = F_N = 2050\text{N}$$

---

10 الإجابة:

1) نفرض الموقع التقدير للموقع، و يكون على الخط الواصل بين الكتلتين و أقرب للكتلة الأكبر (CM)



2) نفرض المسافات بعد موقع مركز الكتلة عن الكرة (A) ب d و عليه فإن بُعد مركز الكتلة عن الكرة (B) يساوي (100 – d).

3) نطبق عند محور عمودي على الصفحة و يمر بمركز الكتلة للنظام يكون عزم مركز الكتلة للنظام حول محور صفراً ثم نوجد (d) .

$$\sum \tau_{CM} = 0$$

$$\tau_A = \tau_B$$

$$F_{Ag}\, r_A - F_{Bg}\, r_B = 0$$

$$m_A g\, d - m_B g\, (100 - d)$$

$$3m_B\, d = m_B\, (100 - d)$$

$$3d = 100 - d$$

$$d + 3d = 100$$

$$4d = 100$$

$$d = 25\text{ cm}$$

* و عليه مركز الكتلة يقع على الخط الواصل بين الكتلتين و يبعد 25cm عن الكتلة (A) و 75cm عن الكتلة (B) .

وصف الحركة الدورانية

مقدمة

تعلمت وصف الحركة للأجسام التي تتحرك حركة انتقالية باستخدام مفاهيم الازاحة والسرعة والتسارع وبالمثل يمكن وصف الحركة الدورانية باستخدام مفاهيم خاصة وهي الازاحة الزاوية والسرعة الزاوية والتسارع الزاوي.

في الحركة الانتقالية. كنا نوصف الحركة للأجسام باستخدام المفاهيم التالية :

الازاحة $\Delta x = x_f - x_i$ السرعة المتجهة $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ التسارع $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

في الحركة الدورانية. رح نعمل المثل لكن بدلالة الزاوية لان الجسم اثناء دورانه حول محور فإن جسيمات الجسم (النقاط الواقعة عليه) تختلف في المسافات التي تقطعها لكن جميعها تدور بالزاوية نفسها لذلك سنلجأ الى المفاهيم الاتية:

الازاحة الزاوية $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$ السرعة الزاوية $\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ التسارع الزاوي $\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

تعريف الحركة الدورانية: حركة جسم ذات ابعاد حول محور معين (التفاف حول المركز يمر داخل الجسم.

أمثلة على الحركة الدورانية: (حركة قرص الحاسب CD)، (دوران الأرض حول محورها).

لماذا الموقع الزاوي(θ) و السرعة الزاوية(ω) و التسارع الزاوي(α) تميز الحركة الدورانية للجسم بأكمله إضافة الى الجسيمات المفردة فيه ؟

لانه عندما يدور جسم حول محور ثابت فإن كل جُسيم (جزء)فيه يدور بالزاوية نفسها خلال فترة زمنية معينة ، و بذلك فإن لأجزاء الجسم جميعها السرعة الزاوية نفسها والتسارع الزاوي نفسه.

تعريف راديان Rad

تقاس الزوايا بوحدة الدرجة و الدائرة الكاملة تمثل °360 درجة

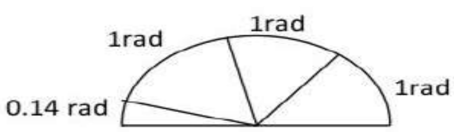
في هذا الموضوع رح نتعامل مع وحدة قياس اخرى للزوايا تسمى الراديان (Radian) و اختصارها (Rad) وتقرأ راديان .

1Rad: هي الزاوية التي طول القوس المقابل لها يساوي نصف قطر الدائرة

وجد أن كل نصف دائرة °180 تساوي ثلاث راديان و 0.14

يعني °180 ⟵ 3.14 rad

°180 ⟵ π rad



$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

الزاوية بالدرجات	0	90	180	270	360	45	30	60
الزاوية بالراديان	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$

$\frac{\pi}{180}$ × الزاوية بالدرجة = الزاوية بالراديان

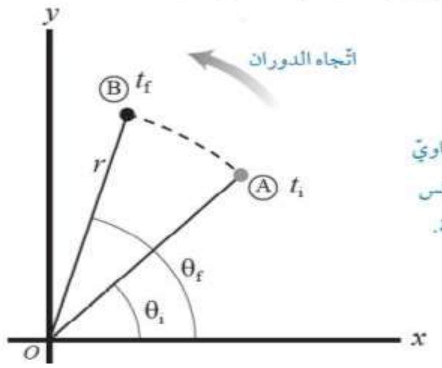
الإزاحة الزاوية

الإزاحة الزاوية: هي التغير في الموقع الزاوي وتساوي أيضا الزاوية التي يمسحها نصف قطر المسار الدائري الذي يدور مع الجسم ويرمز لها بالرمز($\Delta\theta$).

- **رياضيا: $\Delta\theta = (\theta_f - \theta_i)$ ووحدة قياسها (Rad)**
- **للتذكير: ١) الإزاحة الزاوية (+) عندما يكون اتجاه الدوران بعكس اتجاه عقارب الساعة.**

٢) الإزاحة الزاوية (-) عندما يكون اتجاه الدوران مع اتجاه حركة عقارب الساعة.

عندما يدورُ جسمٌ بزاويةٍ مُعيّنةٍ؛ فإنّ جميع جُسيماته تدور بالزاوية نفسِها. والموقع الزاوي Angular position لأيّ جسيم عليه هو الزاوية (θ) التي يصنعُها الخطّ الواصلُ بين الجُسيم ونقطة الأصل مع الخطّ المرجعي (محور x+)، فالموقعُ الزاويُّ للجُسيم عند النقطة A في الشكل هو(θ_i) عند اللحظة (t_i) ويصبح الموقع الزاويُّ للجُسيم عند النقطة B (θ_f) عند اللحظة (t_f) نتيجة دوران الجسم بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة.



الشكل (18): تغيُّر الموقع الزاوي لجُسيم على جسم يدورُ بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة.

أمّا الإزاحةُ الزاوية ($\Delta\theta$) Angular displacement فهي التغيُّر في الموقع الزاوي. وتساوي الزاوية التي يمسحُها نصف قطر المسار الدائريّ الذي يدورُ مع الجسم.

سؤال: أحسب الإزاحة الزاوية للشكل (18)؟

$\Delta\theta = (\theta_f - \theta_i)$

السرعة الزاوية

السرعة الزاوية: هي نسبة الإزاحة الزاوية ($\Delta\Theta$)الى الجسم خلال فترة زمنية (Δt)التي حدثت خلالها هذه الإزاحة ويرمز لها بالرمز($\overrightarrow{W}$).

- **رياضيا : $\overrightarrow{W} = \frac{\Delta\Theta}{\Delta t}$ ووحده قياسها (rad/s)**

- **للتذكير: ١) السرعة الزاوية (+) عندما يكون اتجاه الدوران إزاحة الجسم بعكس اتجاه عقارب الساعة.**
  ٢) السرعة الزاوية (-) عندما يكون اتجاه الدوران إزاحة الجسم مع اتجاه حركة عقارب الساعة.

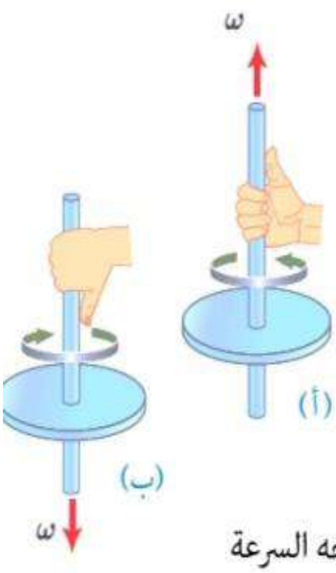
ملاحظة

السرعةُ الزاويّة لجسمٍ عندَ لحظةٍ زمنيّةٍ مُعيّنةٍ: فتُسمّى السرعة الزاويّة اللحظيّة (ω) Instantaneous angular velocity وعندما تكون السرعة الزاويّة ثابتةً، فإنّ السرعة الزاوية المتوسّطة تُساوي السرعة الزاويّة اللحظيّة $\bar{\omega} = \omega$. وفي هذه الوحدة أينما ورد مصطلح السرعة الزاويّة فإنه يعني: السرعة الزاوية اللحظيّة.

قاعدة قبضة اليد اليمنى

قاعدة قبضة اليد اليمنى لتحديد اتجاه سرعة الزاوية للجسم؛ وذلك عن طريق:

- لفّ أصابع اليد اليمنى حول محور دورانه بحيث تُشير إلى اتّجاه دوران الجسم.
- يُشير الإبهام إلى اتّجاه السرعة الزاويّة.



- عند دوران جسم حول المحور z بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة يكون متّجه السرعة الزاويّة خارجًا من الصفحة على امتداد محور الدوران.
- أمّا عند دوران الجسم باتّجاه حركة عقارب الساعة حول المحور نفسه فيكونُ مُتّجه السرعة الزاويّة داخلًا إلى الصفحة على امتداد محور الدوران، حيث اتّجاه المحور z عمودي على مستوى الصفحة.

التسارع الزاوي

عند التغير مقدار السرعة الزاوية لجسم من (wi) الى (Wf) خلال فترة زمنية (Δt)يكون له تسارع زاوي.

التسارع الزاوي المتوسط: نسبة التغير في مقدار السرعة الزاوية الى الزمن اللازم لحدوث هذا التغير، يرمز له بالرمز ($\vec{\alpha}$).

- **رياضيا: $\vec{\alpha} = \frac{\Delta w}{\Delta t}$ ووحده قياسها (rad/s^2)**
- **إذا كان الجسم يدور بتسارع زاوي وسرعة زاوية وكانت اشارتهما متماثلتين (+،+)او (- ، -) فإن الجسم يدور بتسارع.**
- **اما اذا كان الجسم يدور بتسارع زاوي وسرعة زاوية وكانت اشارتهما مختلفتين (+ ، -)فإن الجسم يدور بتباطؤ.**

ملاحظة

أما التسارُع الزاويّ لجسمٍ عند لحظةٍ زمنيّةٍ مُعيّنةٍ؛ فيُسمّى التسارُع الزاويّ اللحظيّ (α) Instantaneous angular acceleration.

وعند دوران جسمٍ بتسارُعٍ زاويّ ثابتٍ؛ فإنّ تسارُعه الزاويّ المتوسط يُساوي تسارُعه الزاويّ اللحظيّ؛ أي أن $\bar{\alpha} = \alpha$ وسوف أستخدمُ مُصطلح التسارُع الزاويّ للإشارة إلى التسارُع الزاويّ اللحظيّ؛ للاختصار.

تلخيص وصف الحركة الدورانية

الازاحة الزاوية: فهي التغيُّر في الموقع الزاويّ، وتساوي الزاوية التي يمسحُها نصف قطر المسار الدائريّ الذي يدورُ مع الجسم.

القانون : $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$

وحدة القياس : rad

السرعة الزاوية: أنّها نسبة الإزاحة الزاويّة $(\Delta\theta)$ لذلك الجسم إلى الفترة الزمنية (Δt) التي حدثت خلالها هذه الإزاحة

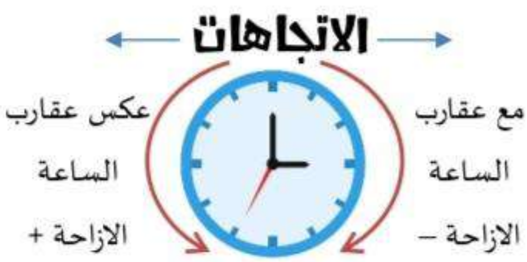
القانون : $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$

وحدة القياس : (rad /s)

التسارع الزاوي: نسبةُ التغيّر في مقدار السرعة الزاويّة إلى الزمن اللازم لحدوث هذا التغيّر، رمزه (α)

القانون : $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$

وحدة القياس : (rad/s^2).

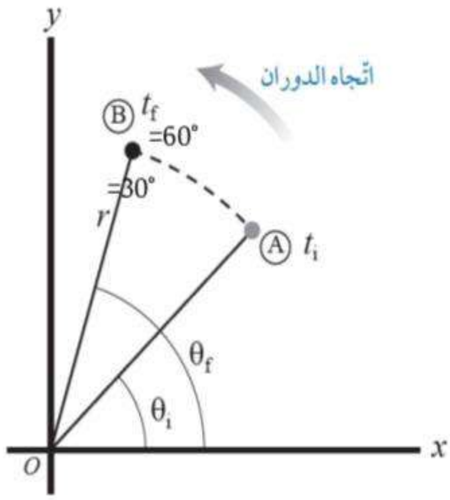


	الازاحة الزاوية	السرعة الزاوية
الدوران عكس عقارب الساعة	+	+
الدوران مع عقارب الساعة	–	–

اشارتي السرعة الزاوية و التسارع الزاوي متشابهتين +،+ أو – ، – هنا الجسم يتسارع.
اشارتي السرعة الزاوية و التسارع الزاوي مختلفتين + ، – هنا الجسم يتباطىء .

مثال

يتغير الموقع الزاوي لجسم على جسم يدور بعكس اتجاه عقارب الساعة كما في الشكل خلال فترة زمنية مقدارها $(\frac{\pi}{12} \times 10^{-3} s)$ جد مقدار ما يلي :



1) الازاحة الزاوية

2) السرعة الزاوية

الحل: 1)

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = 60 - 30 = 30°$$

$$\Delta\theta = 30 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

2)

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{6}}{\frac{\pi \times 10^{-3}}{12}} = \frac{\pi}{6} \times \frac{12}{\pi \times 10^{-3}}$$

$$\omega = 2 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

مثال

يتغير الموقع الزاوي لجسم على جسم يدور بعكس اتجاه عقارب الساعة بسرعة زاوية مقدارها $(\frac{\pi}{4} \times 10^{-3} rad/s)$ خلال زمن مقداره $(2\times10^{-3} s)$ وعليه فإن الجسم يكون قد قطع خلال هذه الفترة إزاحة زاوية تقدر ب :

أ) دورة كاملة ب) ربع دورة ج) نصف دورة د) ثمن دورة

الحل : أول شي نوجد الازاحة بالراديا ثم بنشوف كم تمثل

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \Delta\theta = \omega\Delta t = \frac{\pi}{4} \times 10^3 (2\times10^{-3})$$

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{2}$$

1 دورة $\rightarrow 2\pi$

X $\rightarrow \frac{\pi}{2}$

$$X(2\pi) = (1)(\frac{\pi}{2})$$

$$X = \frac{1}{4} \text{ دورة} \quad \text{Or } 90$$

الاجابة (ب)

مثال

يتسارع الجزء الدوار في جهاز فصل مكونات الدم من السكون الى $(3\times10^{3} rad/s)$خلال زمن مقداره (30s) بتسارع زاوي ثابت، أحسب مقدار ما يلي:

أ . التسارُع الزاويّ المتوسط .

ب. السرعة الزاويّة بعد مرور (20 s) من بدء دورانه.

المعطيات: $\omega i = 0$, $\omega f = 3.00 \times 10^{3}$ rad/s , $t = 20.0$ s.

المطلوب: $\overline{\alpha} = ?, \omega = ?$.

الحل : $\overline{\alpha} = \alpha$

أ . أستخدم المعادلة الآتية لحساب التسارُع الزاويّ المتوسط:

$$\overline{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{3\times10^{3} - 0}{30}$$

$$\overline{\alpha} = \alpha = 1\times10^{2} \text{ rad/s}^{2}$$

ب . أستخدم معادلة التسارع الزاويّ لحساب السرعة الزاويّة:

$$\overline{\alpha} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

$$\omega_f = \omega_i + \overline{\alpha}t = 0 + 1\times10^{2}\times20$$

$$= 2\times10^{3} \text{ rad/s}$$

مثال

يدور إطارُ سيارةٍ بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة؛ بسرعةٍ زاويّة ثابتةٍ مقدارُها (2 rad/s) مدّةً زمنيّة مقدارُها (20 s). ثمّ يتسارعُ بعد ذلك بتسارعٍ زاويٍّ ثابت مقدارُه $(3.5 rad/s^{2})$ مدةً زمنيّة مقدارُها (10s) أحسبُ مقدار ما يأتي:

أ . الإزاحة الزاويّة للإطار عند نهاية الفترة الزمنيّة لحركته بسرعة زاويّة ثابتة.

ب. السرعة الزاويّة للإطار عند نهاية الفترة الزمنيّة لحركته بتسارعٍ زاويّ ثابت.

الحل:

أ. الإطار يدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، لذا تكون سرعته الزاوية وازاحته الزاوية موجبتين.

$$\bar{\omega} = \omega_i = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \longrightarrow \Delta\theta = \omega_i t_1 \longrightarrow = 2 \times 20 = 40 \text{ rad}$$

ب. السرعة الزاوية والتسارع الزاوي موجبان، لذا يزداد مقدار السرعة الزاوية. وأحسب السرعة الزاوية النهائية كما يأتي:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t_2 \qquad = 2 + 3\times 10 = 37 \text{ rad/s}$$

عزم القصور الذاتي وقانون نيوتن الثاني في الحركة الدورانية

مقدمة

قانون نيوتن الثاني $\sum F = ma$

عندما يتحرك جسم حركة انتقالية فإن مقدار تسارع الجسم يتناسب طردياً مع مقدار القوة المحصلة المؤثرة فيه.

كما نعلم ان كتلة الجسم (m) تمثل قصوره الذاتي ، اي ممانعة الجسم للتغير في حركته الانتقالية.

حيث كلما زادت كتلة الجسم زاد قصوره و لزم تأثير قوة أكبر لتغيير حالته الحركية سواء كان متحرك و أردنا ايقافه ،أو ساكن و نريد تحريكه

ملاحظة

عندما يتحرك جسم حركة دورانية فإن مقدار تسارعه الزاوي يتناسب طردياً مع مقدار العزم المحصل المؤثر فيه $\alpha \propto \sum \tau$ α التسارع الزاوي

اشارة التناسب

التسارع الزاوي يناظر التسارع الخطي

العزم المحصل يقابل القوة المحصلة

فما الذي يقابل الكتلة في حالة الحركة الدورانية ؟

يقابل الكتلة (m) في الحركة الدورانية كمية فيزيائية تسمى عزم القصور الذاتي (I) moment of inertia

عزم القصور الذاتي وقانون نيوتن الثاني في الحركة الدورانية

- عند دراستنا للحركة الخطية، درسنا مفهوم القصور الذاتي، حيث إن كتلة الجسم تعمل على مقاومة التغير في حركة الجسم، فالجسم الساكن يميل أن يبقى ساكن والجسم المتحرك في خط مستقيم يميل الى أن يبقى متحرك في خط مستقيم، ويلزم لتغير حركة الجسم قوة يختلف مقدارها باختلاف كتلة الجسم، فكلما كانت الكتلة أكبر احتجنا الى قوة أكبر، لذا عرفنا الكتلة على أنها عزم القصور الذاتي في الحركة الخطية.

القصور الذاتي: هو خاصية الجسم التي يعارض أو يقاوم بسببها أي تغير في حالة الراحة أو الحركة الموحدة، وتتضمن التغيرات سرعة الجسم واتجاه الحركة.

سؤال: هل يقاوم الجسم تغير حركته الدورانية حول محوره؟ وهل هناك قصور ذاتي دوراني يقيس مقاومة الجسم لتغيير حركته الدورانية _ كما في الحركة الخطية_؟

الإجابة: حاول أن تدير عجلة هوائية حول محورها من السكون، واستمر في إدارتها، ثم حاول ايقافها، لابد أنك تشعر بصعوبة عند بدء إدارتها، كما أنك تشعر بصعوبة عند محاولة ايقافها، وتشعر أن " الجسم الساكن يبقى ساكن والجسم الذي يدور يبقى يدور مالم يؤثر علية عزم خارجي" هذا قانون نيوتن الأول في الحركة الدورانية، إن مقاومة العجلة لتغير حالتها الدورانية يسمى **" عزم القصور الذاتي"**.

عزم القصور الذاتي: هو مقياس لممانعة الجسم لتغير حالته الحركية الدورانية ويرمز له بالرمز (I).

- ❖ **رياضيا**: يتم حساب عزم القصور الذاتي(I) لجسم نقطي كتلته (m)ويبعد مسافة عمودية (r)عن محور الدوران باستخدام العلاقة التالية: $(I=mr^2)$.
- ❖ **ملاحظة:** عزم القصور الذاتي هو كمية قياسية ليس لها اتجاه فقط تحدد بمقدار وقيمتها موجبة دائما.
- ❖ يقاس عزم القصور الذاتي أو عزم الدوران بوحدة $(kg.m^2)$.

العوامل التي يعتمد عليها عزم القصور الذاتي لجسم؟

١) **مقدار الكتلة وكيفية توزيع كتلته حول محور دورانه.**
حيث كلما توزعت كتلة الجسم بعيدا عن محور دورانه، فإن عزم القصور الذاتي للجسم يكون أكبر.

٢) **موقع محور الدوران للجسم**
يكون عزم القصور الذاتي للجسم أكبر عندما يكون محور الدوران عند أحد أطراف الجسم ويقل عزم القصور الذاتي للجسم كلما كان محور الدوران أقرب للمنتصف (في المنتصف).

سؤال: قارن بين كتلة الجسم وعزم القصور الذاتي له؟

الكتلة: مقياس ممانعة الجسم لتغير حالته الحركية الانتقالية، وهي ثابتة لا تتغير.

عزم القصور الذاتي: يقيس ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية، وهو يتغير بتغير محور الدوران الذي يدور حوله الجسم.

يمكن التوصل الى العلاقة الاتية للحركة الدورانية التي تقابل القانون الثاني لنيوتن في الحركة الانتقالية:

$$\sum \tau = I\alpha$$

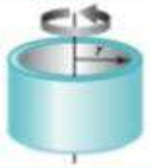
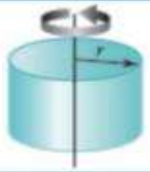
مثال

يوضح الشكل المجاور (أ،ب) قضيبين منتظمين متماثلان في الكتلة فسر:

- عزم القصور الذاتي للقضيب (أ) أكبر منه للقضيب (ب)

الاجابة: و ذلك لأن عزم القصور الذاتي يعتمد على موقع محور الدوران و يكون عزم القصور الذاتي للجسم أكبر عندما يكون محور الدوران عند احد اطراف الجسم و ها ما يتحقق لدى القضيب(أ) مقارنه بالقضيب(ب) الذي يكون عزم قصوره الذاتي أقل لان محور الدوران يقع في منتصفه.

عزم القصور الذاتي لأجسام مختلفة الكتلة(m)

الجسم	موضع محور الدوران	الشكل	عزم القصور الذاتي
1 حلقةٌ رقيقةٌ أو أسطوانةٌ مجوّفة.	يمرّ بالمركز عموديًّا على مستواها.		$I = mr^2$
2 أسطوانةٌ مُصمَتة منتظمةٌ أو قرصٌ دائري.	يمرُّ بالمركز عموديًّا على مستواها.		$I = \frac{1}{2} mr^2$
3 كرةٌ مُصمَتة منتظمة.	يمرُّ بالمركز.		$I = \frac{2}{5} mr^2$
4 كرةٌ مجوّفة.	يمرُّ بالمركز.		$I = \frac{2}{3} mr^2$
5 قضيبٌ منتظم.	عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بمنتصفه.		$I = \frac{1}{12} mL^2$
6 قضيبٌ منتظم.	عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بطرفه.		$I = \frac{1}{3} mL^2$

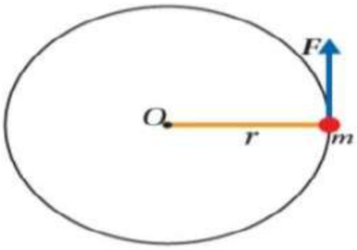
ملاحظات

ملاحظة (1)

رح تسمع في بعض المسائل بمصطلح القوة المماسية

(هاي الي بالصورة) اسمها قوة مماسية بتكون عمودية على

متجه الموقع $\sin 90 = 1$ 　　 $\sum F = F = \frac{\sum \tau}{r}$



ملاحظة (2): قانون العزم مهم

$$\sum \tau = I\alpha$$

"وصف الحركة الدورانية"

$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_F - \omega_i}{\Delta t}$

$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_F - \theta_i}{\Delta t}$

$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$

"عزم القصور الذاتي"

$I = mr^2$

أو من الجدول حسب الشكل الهندسي و المواصفات

"قانون العزم"

$\tau = rF\sin\theta$

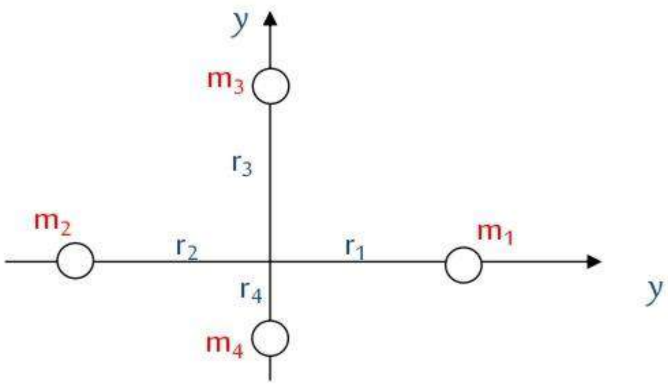
العزم المحصل

$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2$

عزم القصور الذاتي كمية قياسية لذلك عندما يحتوي النظام على عدة اجسام فإن العزم يعطى

بالعلاقة: $I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

ملاحظة (3)



في الشكل عند تحريك النظام حول محور ال (y) فإن :

$$I = I_1 + I_2 + \underbrace{\cancel{I_3} + \cancel{I_4}}_{\text{على محور الدوران}}$$

$$I = I_1 + I_2$$

التحريك حول محور (X) فإن :

$$I = \underbrace{\cancel{I_1} + \cancel{I_2}}_{\text{على محور الدوران}} + I_3 + I_4$$

التحريك حول محور (Z) فإن :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

أمثلة متنوعة

مثال

أسطوانه كتلتها 4kg و نصف قطرها (2cm) و اسطوانة اخرى مصمتة كتلتها 2kg و نصف قطرها (4cm) ، اذا علمت أن :

$$I_{\text{اسطوانة مجوفة}} = mr^2 \quad \text{و} \quad I_{\text{اسطوانة مصمتة}} = \frac{1}{2} mr^2$$

أي الاسطوانتين عزم القصور الذاتي له أكبر المصمته أم المجوفة مفسراً اجابتك .

الاجابة:

$$I_{\text{مجوفة}} = mr^2 = 4\,(2\times10^{-2})^2 = 16\times10^{-4}\,kg.m^2$$

$$I_{\text{مصمتة}} = \frac{1}{2} mr^2 = \frac{1}{2}(2)\,(4\times10^{-2})^2 = 16\times10^{-4}\,kg.m^2$$

الاسطوانتين متساويتان في عزم القصور الذاتي لهما .

مثال

كرة مجوفة كتلتها (3m) و نصف قطرها(r) يمر محور الدوران بمركزها عمودياً على مستواها عزم القصور الذاتي لها يعطى بالعلاقة ($I = \frac{2}{3} m r^2$) و مقداره $12\times 10^2\,kg.m^2$ ، و قضيب منتظم طوله ضعف نصف قطر الكرة المجوفة وكتلتها (m) و يقع محور الدوران في منتصفه. اذا علمت أن عزم القصور الذاتي للقضيب يعطى بالعلاقة ($I = \frac{1}{12} m L^2$) جد مقدار عزم القصور الذاتي للقضيب.

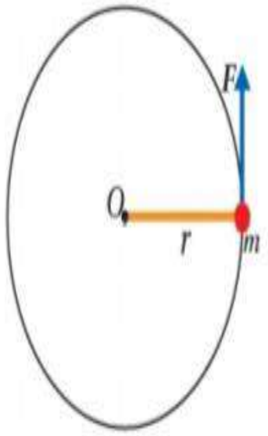
من أول السنة و انا بعلمك هلى هيك نهفات تستخدم النسبة علشان نوجد شي بدلالة الاخر

$$\frac{I_{\text{كرة}}}{I_{\text{قضيب}}} = \frac{\frac{2}{3} m_{\text{كرة}} r^2}{\frac{1}{2} m_{\text{قضيب}} L^2} = \frac{\frac{2}{3}(3m) r^2}{\frac{1}{12} m\,(2r)^2} = \frac{2\,mr^2}{\frac{1}{12} m\,4r^2} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 6$$

$$\frac{12\times10^2}{I_{\text{قضيب}}} = 6 \qquad I_{\text{قضيب}} = \frac{12\times10^2}{6} = 2\times10^2\,Kg.m^2 .$$

مثال

كرةٌ كتلتُها (3.0 kg) مثبّتةٌ في نهاية قضيب فلزيٍّ خفيفٍ طولُه (0.80 m)، وتتحرّك حركةً دورانيّةً في مستوًى أُفقيّ حول محورٍ ثابتٍ عموديٍّ على مستوى الصفحة يمرُّ في النهاية الأخرى للقضيب بتأثير قوّةٍ مماسيّةٍ (F) ثابتةٍ في المقدار، كما هو موضّحٌ في الشكل (21). إذا بدأت الكرة حركتَها من السكون بتسارُعٍ زاويٍّ ثابت؛ بحيث أصبح مقدار سرعتها الزاويّة (8π rad/s) خلال (5.0 s)؛ فأحسبُ مقدار ما يأتي بإهمال كتلة القضيب الفلزيّ:



الشكل (21): كرة في نهاية قضيب فلزي طوله r تتحرك حركة دورانيّة حول محور ثابت.

أ . التسارُع الزاويّ للكرة.

ب. العزم المُحصّل المؤثّر في الكرة.

جـ. القوّة المماسيّة (F) المؤثّرة في الكرة.

الحلّ:

أ . الكرة تدور بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة؛ فتكون سرعتها الزاوية موجبة، وأستخدم المعادلة الآتية لحساب مقدار التسارُع الزاوي.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

$$= \frac{8\pi - 0.0}{5.0} = 5.0 \text{ rad/s}^2$$

ب. بدايةً يلزمُ حسابُ عزم القصور الذاتيّ للكرة حول محور دورانها كما يأتي:

$$I = m r^2 = 3.0 \times (0.80)^2 = 1.9 \text{ kg.m}^2$$

ثمّ أحسبُ مقدار العزم المُحصّل المؤثّر في الكرة.

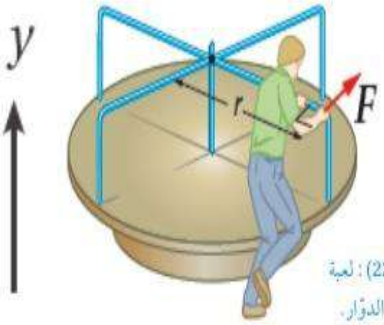
$$\sum\tau = I\alpha = 1.9 \times 5.0 = 9.5 \text{ N.m}$$

جـ. أستخدم علاقة العزم لحساب مقدار القوّة المماسيّة المؤثّرة.

$$\sum F = F = \frac{\sum\tau}{r}$$

$$= \frac{9.5}{0.80} = 11.9 \text{ N} \approx 12 \text{ N}$$

مثال



الشكل (22): لعبة القرص الدوار.

لعبة القرص الدوار الموضحة بالشكل (22) تتكون من قرص مصمت قابل للدوران حول محور ثابت يمر في مركزه باتجاه محور y. أثر شخص بقوة مماسية (F) ثابته في المقدار عند حافة القرص مقدارها (250N) اذا علما أن كتلة القرص الدوار (50 Kg) و نصف قطره (2m) و باهمال قوى الاحتكاك و افتراض قرص اللعبة منتظم توزيع الكتلة، و بدأت اللعبة الدوران من السكون بتسارع زاوي ثابت بعكس اتجاه حركة قارب الساعة ، فإحسب مقدار ما يأتي :

أ . العزمُ المحصّل المؤثر في اللعبة.

ب. التسارُع الزاويّ للّعبة.

جـ. السرعة الزاويّة للّعبة بعد (2.0 s) من بدء دورانها.

د. التسارع الزاويّ للّعبة عندما يجلس طفلٌ كتلتُه (20.0 kg) على بُعد (1.5 m) من محور الدوران، بافتراض الطفل جُسيم نُقطيّ.

الحل : أ. اللعبة تدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة فيكون العزم موجبًا، وأستخدم علاقة العزم لحساب مقداره كما يأتي:

$$\Sigma\tau = F\,r\sin\theta = 250 \times 2\sin 90^\circ = 5 \times 10^2\ \text{N.m}$$

ب. باستخدام الجدول (1) أحسب عزم القصور الذاتي لقرص اللعبة حول محور ورانه.

$$I_{disc} = \frac{1}{2}mr^2 \qquad = \frac{1}{2} \times 50.0 \times (2.00)2 \qquad = 1.0 \times 10^2\ \text{kg.m}^2$$

ثم أحسب مقدار التسارع الزاوي للعبة.

$$\Sigma\tau = I\alpha$$

$$5.0 \times 102 = 1.0 \times 102 \times \alpha$$

$$\alpha = 5.0\ \text{rad/s}^2$$

ج. اللعبة تدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فتكون سرعتها الزاوية موجبة، وأستخدم المعادلة الآتية لحساب مقدارها.

$$\alpha=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{\omega_F-\omega_i}{t}$$

$$\omega_f=\omega_i+\alpha t=0+5.0\times 2.0=10.0\ rad/s$$

د. بداية، أحسب عزم القصور الذاتي للنظام المكوّن من القرص والطفل معًا حول محور دوران اللعبة، باعتبار الطفل جُسيم نقطي على بعد (1.5m) من محور الدوران .

$$I=I_{disc}+I_{child}$$

$$I=1.0\times 10^2+m_{child}(r_{child})^2$$

$$=2.0\times 10^2+20.0\times(1.5)^2$$

$$=145\ kg.m^2$$

ثم أحسب مقدار التسارع الزاوي للعبة.

$$\Sigma\tau=I\alpha$$

$$5.0\times 10^2=145\times\alpha$$

$$\alpha=3.4\ rad/s^2$$

أسئلة متنوعة

سؤال

ما الكميّات الفيزيائيّة اللازمة لوصف الحركة الدورانية لجسم؟ وما عزم القصور الذاتي؟

من الكميات الفيزيائية اللازمة لوصف الحركة الدورانية: العزم، والإزاحة الزاوية، والسرعة الزاوية، والتسارع الزاوي.

عزم القصور الذاتي مقياسٌ لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركيّة الدورانيّة، رمزُه (I)

سؤال

تدور إطارات سيارة بسرعة زاويّة ثابتة تساوي (5.0 rad/s)أجيبُ عمّا يأتي:

أ . هل التسارع الزاويّ للإطارات موجبٌ أم سالبٌ أم صفر؟ أُفسّر إجابتي.

ب. هل تدور أجزاء الإطار جميعها بمقدار السرعة الزاويّة نفسه أم لا؟ أُفسّر إجابتي.

أ. بما أن الإطارات تدور بسرعة زاوية ثابتة فإن تسارعها الزاوي يساوي صفراً

ب. بما أن شكل الإطار ثابت فإن جميع أجزائه تدور بمقدار السرعة الزاوية نفسه.

سؤال

السرعة الزاويّة لجسمٍ عند لحظةٍ زمنيةٍ مُعيّنةٍ تساوي (-3 rad/s) وتسارعُه الزاويّ عند اللحظة نفسها ($2\ rad/s^2$) أُجيبُ عمّا يأتي:

أ . هل يدور الجسم باتّجاه حركة عقارب الساعة أم بعكسه؟ أُفسّر إجابتي.

ب. هل يتزايد مقدار سرعته الزاويّة أم يتناقص أم يبقى ثابت؟ أُفسّر إجابتي.

أ. بما أن إشارة السرعة الزاوية سالبة فإن الجسم يدور باتجاه حركة عقارب الساعة.

ب. بما أن إشارتي السرعة الزاوية والتسارع الزاوي مختلفتان فإن الجسم يتباطأ.

سؤال

يدور إطار درّاجة بسرعة زاويّة ثابتة حول محورٍ ثابت. كيف يتغيّر مقدار السرعة الزاويّة لأجزاءالإطار بالانتقال من داخله إلى حافّته الخارجية؟

لجميع أجزاء الإطار السرعة الزاوية نفسها.

سؤال

علامَ يعتمدُ عزم القصور الذاتي لجسم؟

يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم على كيفية توزيع كتلته حول محور دورانه، وعلى موقع محور الدوران.

سؤال

أيهما أسهل: تدوير قلم حول محورٍ عموديٍّ عليه مارًّا بمركز كتلته؛ أم تدويره حول محوره الهندسيّ؟ أُفسِّر إجابتي.

تدوير القلم حول محوره الهندسي أسهل إذ يكون عزم القصور الذاتي له في هذه الحالة أصغر مقارنة بعزم القصور الذاتي عند تدويره حول محور عمودي عليه ماراً بمركز كتلته.

سؤال

قضيب فلزي خفيف ورفيع طوله (L) مُثبّت في طرفيه كرتين مُتماثلتين مهملتي الأبعاد، كتلة كلٍّ منهما (m) كما هو موضّحٌ في الشكل. في الحالة الأولى؛ دُوِّر النظام المكوّن من القضيب الفلزيّ والكرتين حول محورٍ ثابتٍ عمودي على مستوى الصفحة يمرُّ بمنتصف القضيب الفلزيّ. وفي الحالة الثانية؛ دُوِّر النظام حول محور ثابتٍ عموديٍّ على مستوى الصفحة يمرُّ بمركز إحدى الكرتين عند أحد طرفي القضيب الفلزيّ. بإهمالِ كتلة القضيب الفلزيّ مُقارنةً بكتلتي الكرتين، في أي الحالتين السابقتين يلزمني عزمٌ محصّلٌ أكبر لبدء تدوير النظام؟ أفسِّر إجابتي.

نظام الكرتين والقضيب الفلزي.

في الحالة الاولى، تبعد كل كرة مسافة $(r_1 = \frac{L}{2})$ عن محور الدوران، وكتلتا الكرتين متساويتان.

أحسب عزم القصور الذاتي كما يأتي:

$$I = m r_1^2 + m r_1^2 = 2\, m r_1^2 = \frac{mL^2}{2}$$

ألاحظ أن عزم القصور الذاتي يساوي ناتج جمع عزمي القصور الذاتي للكرتين حول محور الدوران نفسه

في الحالة الثانية، يمر محور الدوران في إحدى الكرتين لذا لا تُساهم هذه الكرة في عزم القصور الذاتي؛لأن (r=0) بينما تبعد الكرة الثانية مسافة مقدارها (L) وأحسب عزم القصور الذاتي في هذه الحالة كما يأتي: $I = m r^2 + 0 = m r^2 = m L^2$

يكون عزم القصور الذاتي أكبر عند تدوير القضيب حول أحد طرفيه، وفي هذه الحالة يلزم عزم محصّل أكبر لبدء تدوير النظام .

الزخم الزاوي

الطاقة الحركية الدورانية

- بعد دراستنا للقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية، لاحظنا التماثل بينها وبين قوانين الحركة الخطية بإبدال **"القوة بعزم القوة"** ، **"الكتلة بالقصور الذاتي الدوراني"** ، يمكننا أن نستنتج قانون الطاقة الحركية الدورانية.
- الجسم الذي يدور حول محور ثابت لا ينتقل من مكان لأخر ولكنه يمتلك طاقة حركية دورانية.
- تحسب الطاقة الحركية الدورانية (KEr) لجسم يتحرك حركة دورانية حول محور ثابت بسرعة زاوية ثابتة (W) بالعلاقة التالية:

$$KE_R = \frac{1}{2} I\omega^2$$

حيث: I: عزم القصور الذاتي للجسم.   W : السرعة الزاوية.

- تقاس الطاقة الحركية الدورانية بوحدة الجول(J).
- ملاحظة: الطاقة الحركية الانتقالية ترتبط بحركة الجسم الانتقالية، أما الطاقة الحركية الدورانية ترتبط بدوران الجسم حول محور ثابت ليس تغير موقعه من مكان الى اخر.

العوامل التي تعتمد عليها الطاقة الحركية الدورانية:

١) عزم القصور الذاتي (I).   ٢) مربع السرعة الزاوية(W^2).

الزخم الزاوي

الزخم الزاوي: هو ناتج ضرب عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام في سرعته الزاوية ويرمز له بالرمز ($\vec{L}$).

- رياضيا: يعطى الزخم الزاوي بالعلاقة التالية: $L = Iw$
- الزخم الزاوي **كمية متجهة** تحدد بمقدار واتجاه ويكون اتجاهه باتجاه السرعة الزاوية(W).
- يقاس الزخم الزاوي بوحدة ($Kg.m^2/s$)

العوامل التي يعتمد عليها الزخم الزاوي:

١)عزم القصور الذاتي للجسم (I).   ٢) السرعة الزاوية للجسم(W).

تحديد اتجاه الزخم الزاوي

تحديد اتجاه الزخم الزاوي : نستخدم قاعدة قبضة اليد اليمنى ، كما يأتي :

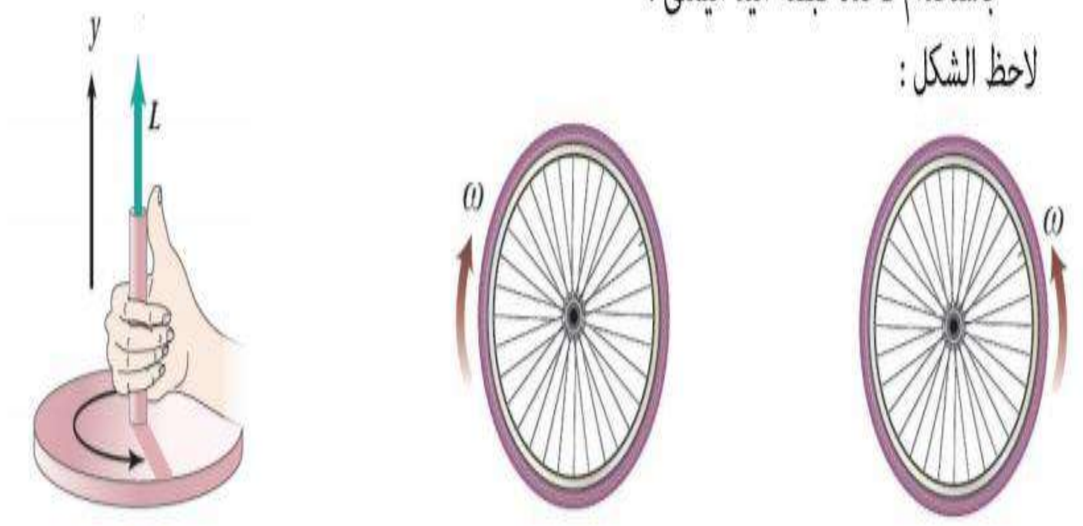
١. لف اصابع اليد اليمنى حول محور الدوران بحيث تشير الى اتجاه دوران الجسم .

٢. يكون اتجاه الابهام باتجاه السرعة الزاوية w ، والزخم الزاوي $\vec{L}$.

---

* الزخم الزاوي كمية متجهة ، اتجاهه بنفس اتجاه السرعة الزاوية و التي يحدد اتجاهها كما تحدثنا سابقاً باستخدام قاعدة قبضة اليد اليمنى .

لاحظ الشكل :



(أ) الزخم الزاوي موجب عمودي على الصفحة للخارج على امتداد محور الدوران

(ب) الزخم الزاوي سالب عمودي على الصفحة للداخل على امتداد محور الدوران

(جـ) استخدام قاعدة قبضة اليد اليمنى لتحديد اتجاه الزخم الزاوي

العلاقة بين العزم المحصل المؤثر في الجسم والمعدل الزمني لتغير زخمه الزاوي

- كما نعلم، محصلة القوى الخارجية (ΣF) المؤثرة في الجسم تؤدي الى تسارع حركته، وبالتالي تتسبب في تغيير الزخم الخطي (ΔP)، وبالمثل، إن محصلة العزم ($\sum\tau$) الخارجي المؤثرة في الجسم تؤدي الى تسارع حركته زاويا وبالتالي تتسبب في تغير الزخم الزاوي (ΔL).
- ينص قانون نيوتن الثاني في الحركة الخطية على أن القوة المحصلة المؤثرة في جسم تساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الخطي $\Sigma F=\frac{dP}{dt}=\frac{\Delta p}{\Delta t}$ ، وبحسب القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية، وبالتناظر فإنه يمكن كتابة الزخم الزاوي كما يلي: $\sum\tau=\frac{dL}{dt}=\frac{\Delta L}{\Delta t}$

الخلاصة: أي أن العزم المحصل المؤثر في جسم يتحرك حركة دورانية حول محور ثابت يساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الزاوي حول المحور نفسه.

الأنظمة المكونة من عدة جسيمات

١) **لإيجاد محصلة عزم القصور الذاتي لعدة جسيمات(لنظام) نحسب عزم القصور الذاتي لكل جسيم على حدة ثم نجد مجموع عزم القصور الذاتي:**

$$\sum I=\sum_{i=1}^{\infty} m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ..$$

٢) **لإيجاد محصلة الطاقة الحركية لعدة جسيمات (لنظام) نحسب الطاقة الحركية لكل جسيم على حدة ثم نجد مجموع الطاقة الحركية:**

$$\sum KE_R = KE_{R1} + KE_{R2} + KE_{R3} + \dots\dots$$

٣) **لإيجاد محصلة الزخم الزاوي لعدة جسيمات (لنظام) نحسب الزخم الزاوي لكل جسيم على حدة ثم نجد مجموع الزخم الزاوي مع مراعاة إشارة الموجب والسالب لأنه كمية متجهة.**

$$\sum L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$$

حفظ الزخم الزاوي

درست سابقا قانون حفظ الزخم الخطي لنظام معزول، حيث تم التوصل الى أنه عندما تكون محصلة القوة المؤثرة في النظام صفرا.

- الزخم الخطي يبقى ثابتا مع مرور الزمن $\left(\Sigma F=\frac{\Delta P}{\Delta t}=0 \Longrightarrow \Delta P=0\right)$

وهذا يعني أن الزخم الخطي (P)محفوظ.

$(\Sigma P_i=\Sigma P_f \Longrightarrow \Sigma m_iV_i = \Sigma M_fV_f)$

يمكن التوصل الى علاقة مماثلة في الحركة الدورانية، حيث أن عندما يساوي العزم المحصل المؤثر في الجسم أو النظام يساوي صفرا.

- الزخم الزاوي يبقى ثابت مع مرور الزمن $\left(\sum \tau=\frac{\Delta L}{\Delta t}=0 \Longrightarrow \Delta L=0\right)$

وهذا يعني أن الزخم الزاوي(L) محفوظ.

$(L_i=L_f \Longrightarrow I_iW_i=I_fW_f)$

قانون حفظ الزخم الزاوي

نص القانون: " الزخم الزاوي لنظام معزول يظل ثابتا في المقدار والاتجاه"، أي ان " العزم المحصل المؤثر في انظام المعزول صفر"،" أي أن الزخم الزاوي الابتدائي لنظام معزول يساوي الزخم الزاوي النهائي لنظام معزول".

شروط حفظ الزخم الزاوي:

١) أن تكون محصلة العزوم المؤثرة على جسم أو المنظومة تساوي صفر.
٢) أن يبقى محور الدوران ثابتا دون تغيير.

الخلاصة: عزم القصور الذاتي (I) والسرعة الزاوية (W) يتغيران بحيث يبقى الزخم الزاوي ثابت.

$(L_i=L_f \Longrightarrow I_iW_i=I_fW_f = \text{CONSTSNT})$

ملخص قانون حفظ الزخم الزاوي

قانون حفظ الزخم :

الزخم الزاوي لنظام معزول يبقى ثابتاً في المقدار و الاتجاه. اذا يكون العزم المحصل المؤثر في نظام المعزول صفراً .

أي أن : الزخم الزاوي الابتدائي لنظام معزول يساوي زخمه الزاوي النهائي .

$$L_i = L_f$$

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

اذا أعيد توزيع كتلة النظام المعزول الذي يتحرك حركة دورانية ، فإن عزم القصور الذاتي و السرعة الزاوية للنظام يتغيران بحيث يبقى الزخم الزاوي ثابتاً .

بما أن $L = I\omega$ فإنه عند تغير (I) يجب ان تتغير (ω) للنظام بحيث يبقى الزخم الزاوي ثابتاً .

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f = \text{constant}$$

مثال توضيحي: يبين الشكل متزلجاً على الجليد يدور حول محور عمودي على سطح الأرض و يمر بمركز كتلته ، ما أثر قيام المتزلج بضم قدميه و ذراعيه نحو جسده على حركته الدورانية علماً بأن يمكن التعامل مع المتزلج على أنه نظام معزول .

الاجابة : بما أن الزخم الزاوي محفوظ فإن قيام المتزلج بضم قدميه و ذراعيه نحو جسده هذا يجعل توزيع الكتلة قريبة من محور الدوران مما يقلل من مقدار عزم قصوره الذاتي لذلك يزداد مقدار سرعته الزاوية بحيث يبقى زخمه الزاوي ثابتاً.

Note تم اعتبار هذا النظام معزول لأن قوة الوزن و القوة العمودية تؤثران بالاتجاه الرأسي و عزم كل منها حول محور الدوران يساوي صفراً و مقدار قوة الاحتكاك بين الزلاجات و الجلد صغيرة و يمكن إهمال العزم الناتج حول محور الدوران . $\Sigma\tau = 0$

أمثلة على الزخم الزاوي

مثال

جسم يدور حول محور يقع في مركزه ، اذا علمت أن عزم القصور الذاتي للجسم (I) و زخمه الزاوي (L) و طاقته الحركية (KE_R) ، اذا تغير موقع محور دورانه و اصبح $(2I)$ مع بقاء سرعته ثابته فإن زخمه الزاوي يصبح و طاقته الدورانية .

أ) $2KE_R , 2L$ ب) $L , \frac{KE_R}{2}$ ج) $2KE_R , L$ د) $4KE_R , L$

الحل:

المعطيات : $I = 2I$

الزخم الزاوي قبل $\longrightarrow L = I\omega$

الزخم الزاوي بعد $\longrightarrow L' = I'\omega = 2I\omega = \underline{2L}$

الطاقة الحركية الدورانية قبل $\longrightarrow K'E_R = \frac{1}{2} I\omega^2$

الطاقة الحركية الدورانية بعد $\longrightarrow KE_R = \frac{1}{2}(2I)\omega^2 = 2\frac{1}{2}I\omega^2 = \underline{2KE_R}$

مثال

جسم يدور حول محور يقع في مركزه ، اذا علمت أن عزم القصور الذاتي للجسم (I) و زخمه الزاوي (L) و طاقته الحركية (KE_R) ، اذا تغير موقع محور دورانه و اصبح $(2I)$ ، علماً ان العزم المحصل المؤثر في النظام صفر (نظام معزول) فإن زخمه الزاوي يصبح و طاقته الحركية الدورانية:

أ) $2KE_R , 2L$ ب) $L , \frac{KE_R}{2}$ ج) $KE_R , 0$ د) $4KE_R , L$

الحل: نظام معزول $L_i = L_f$ اي ان زخمه الزاوي يبقى كما هو (L)

و من العلاقة

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

$$I\omega = 2I\omega_f$$

$$\omega_f = \frac{\omega}{2}$$

و عليه

$$KE_{Rf} = \frac{1}{2} I_f \omega_f^2$$

$$= \frac{1}{2}(2I)\left(\frac{\omega}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} 2I \frac{\omega^2}{4} = \frac{1}{2}\frac{I\omega^2}{2}$$

$$KE_{Rf} = \frac{KE_R}{2}$$

الاجابة (ب)

مثال

جسمان (A,B) يستقران على سطح أفقي أملس أثرت في كل منهما قوة مماسية فكان العزم المحصل المؤثر في كل منهما و الذي ادى الى حركتهما حركة دورانية نفسه للفترة الزمنية (Δt) نفسها . اذا علمت أن عزم القصور الذاتي للجسم (I_A) أكبر من عزم القصور الذاتي للجسم (I_B) فأي العلاقات الاتية صحيحة في نهاية الفترة الزمنية .

أ) $L_A < L_B$, $KE_{RA} < KE_{RB}$ ب) $L_A = L_B$, $KE_{RA} > KE_{RB}$

ج) $L_A = L_B$, $KE_{RA} < KE_{RB}$ د) $L_A > L_B$, $KE_{RA} > KE_{RB}$

الاجابة :

لأن مستقران $\Delta L = L_F$ ، $L_i = 0$

بما أن $\Sigma\tau_A = \Sigma\tau_B$ و $\Delta t_A = \Delta t_B$ فإن $\Delta L_A = \Delta L_B$ و عليه $L_A = L_B$

$$KE_R = \frac{1}{2} I\,\omega^2 = KE_R = \frac{1}{2} I\,\omega \times \omega \longrightarrow KE_R = \frac{L\omega}{2}$$

متساويان في الزخم الزاوي $\longleftarrow KE_R = \frac{L\omega}{2} \longrightarrow$ مختلفان في السرعة الزاوية

من السؤال $I_A > I_B$ و $L_A = L_B$ فعليه $\omega_A < \omega_B$

أي أن $KE_A < KE_B$ الاجابة ب

مثال

جسمان (A,B) لهما الطاقة الحركية الدورانية نفسها ، هل يكون لهما مقدار الزخم الزاوي نفسه ؟ فسر اجابتك .

الاجابة :

ليس بالضرورة أن يتساويان في الزخم الزاوي (شوف الحالة الأولى) و يمكن ان يتساويان بالزخم الزاوي ايضاً فقط اذا كان لهما نفس السرعة الزاوية و عزم القصور الذاتي (شوف الحالة الثانية).

الحالة الأولى :

$I_1 = 1\ Kg.m^2$ $\omega_1 = 2 rad/s$

$I_2 = 4\ kg.m_2$ $\omega_2 = 1\ rad/s$

$$KE_{R1} = \frac{1}{2}(1)\ (2)^2 = 2\ J$$

$$KE_{R2} = \frac{1}{2}(4)\ (1)^2 = 2\ J$$

$L_1 = I_1\omega_1 = 1\times 2 = 2\ Kg.m^2/s$

$L_2 = I_2\omega_2 = 4\times 1 = 4\ Kg.m^2/s$

الحالة الثانية:

$KE_{R1} = KE_{R2}$

$$\frac{1}{2} I_1\,\omega_1^2 = \frac{1}{2} I_2\,\omega_2^2$$

الزخم الزاوي $I\omega$

يتساويان ايضاً في الزخم الزاوي اذا كان نفس عزم القصور الذاتي و نفس السرعة الزاوية .

$I_1 = I_2 = 2\ kg.m^2$

$\omega_1 = \omega_2 = 3\ rad/s$

$KE_{R1} = KE_{R2}$, $L_1 = L_2$

مثال

يتحرك جزيء أكسجين (O_2) حركة دورانية حول محور ثابت باتجاه محور (z) عمودي على منتصف المسافة بين ذرتي الأكسجين المكونتين له، بسرعة زاوية ثابتة مقدارها (4×10^{12} rad/s) اذا علمت أن مقدارا الزخم الزاوي لجزيء الأكسجين (8×10^{-34}) عند درجة حرارة الغرفة ، فأحسب مقدار الطاقة الحركية الدورانية للجزيء .

المعطيات : $L = 8\times 10^{-34}$　　$\omega = 4\times 10^{12}$ rad/s

المطلوب : KE_R

الاجابة : اما بتوجد I ثم نعوضها في KE_R أو نشتق علاقة بدلالة L و ω و KE_R

$L = I\omega$

$I = \frac{L}{\omega} = \frac{8\times10^{-34}}{4\times10^{12}} = 2\times 10^{-46}\ Kg.m^2$

$KE_R = \frac{1}{2} I\omega^2$

$= \frac{1}{2}(2\times 10^{-46})(4\times10^{12})^2$

$= 1\times 10^{-46} \times 16\times 10^{24} = 16\times 10^{-22}$ J

OR $KE_R = \frac{1}{2} I\omega\times\omega = \frac{1}{2} L\times\omega = \frac{1}{2}\times 8\times10^{-34}\times 4\times10^{12} = 16\times 10^{-22}$ J

مثال

قص الزخم الزاوي لإطار عزم القصور الذاتي له $\frac{1}{3}$ kg.m^2 من $3\,kg.m^2/s$ الى $2\,kg.m^2/s$ خلال 1.5s احسب كلاً من :

أ) مقدار العزم المحصل المؤثر في الاطار.

ب) مقدار التسارع الزاوي للاطار.

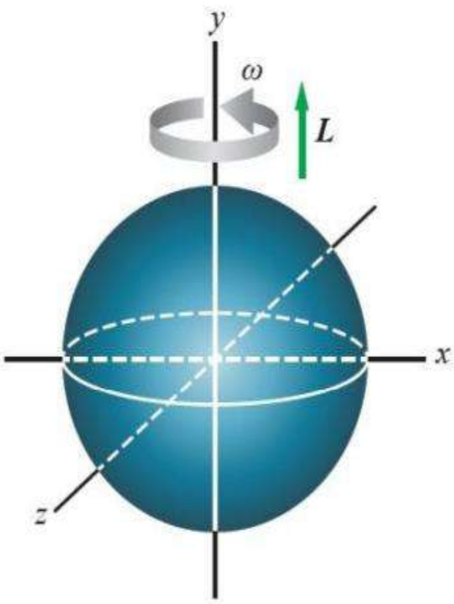
المعطيات: $\Delta t = 2\ kg.m^2/s$　$L_f = 2Kg.m^2/s$　$L_i = 3\ kg.m^2/s$　$I = \frac{1}{3} kg.m^2$

1) $\Sigma\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_F - L_i}{\Delta t} = \frac{2-3}{1.5} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}$ N.m

2) $\Sigma\tau = I\alpha$　$\frac{-2}{3} = \frac{1}{3}\alpha$　$\alpha = -2\ rad/s^2$.الاشارة السالبة لانه حدث تناقص تباطؤ في الحركة الدورانية

مثال

كرةٌ مُصمَتة منتظمةٌ متماثلةٌ كتلتُها (5.0 kg) ونصفُ قطرها (10.0 cm)، تتحرّك حركةً دورانيّةً حول محورٍ ثابتٍ (محور y) يمرُّ في مركزها، بسرعةٍ زاويّة ثابتةٍ مقدارُها (20 rad/s) بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة عند النظر إليها من أعلى، كما هو موضّحٌ في الشكل (26).



الشكل (26): كرةٌ مُصمتةٌ متماثلةٌ منتظمةٌ تدور حول محورٍ ثابتٍ يمرُّ في مركزها.

أولاً : أحسبُ مقدار الزخم الزاويّ للكرة حول هذا المحور، وأحدّد اتّجاهه.

ثانياً : إذا تغيّر مقدار السرعة الزاويّة للكرة حول محور الدوران نفسه بتسارع زاويّ ثابت، بحيث أصبح (40rad) فأحسبُ مقدار العزم المحصّل المؤثّر في الكرة خلال هذه الفترة الزمنيّة.

المُعطيات: $m = 5.0\ \text{kg},\ r = 10.0 \times 10^{-2}\ \text{m},$

$\omega = 20\ \text{rad/s},\ \text{I} = \frac{2}{5} mr^2.$

الحلّ: المطلوب: $L = ?$

أستخدم العلاقة الآتية لحساب مقدار الزخم الزاويّ لجسمٍ يدور حول محورٍ ثابت، وباستخدام الجدول (1)؛ أجد أنّ عزم القصور الذاتي لكرةٍ مُصمَتة منتظمةٍ متماثلةٍ يساوي ($\frac{2}{5} mr^2$).

$$L = \text{I}\omega = \frac{2}{5} mr^2 \omega$$

$$= \frac{2}{5} \times 5.0 \times (10.0 \times 10^{-2})^2 \times 20$$

$$= 0.4\ \text{kg.m}^2/\text{s}$$

الزخم الزاويّ للكرة موجبٌ، إذ يكون اتّجاه الزخم الزاويّ باتّجاه محور y الموجب عند النظر إليها من أعلى؛ لأنّ الكرة تدور بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة كما يبدو للناظر.

ثانياً :

$$\Sigma\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\text{I}\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\text{I}(\omega_f - \omega_i)}{\Delta t}$$

$$\Sigma\tau = \frac{2 \times 10^{-2}(40 - 20)}{5} = 8 \times 10^{-2}\ \text{N.m}$$

مثال

حلقة رقيقة كتلتها 3kg تدور حول محور يمر بمركزها و عمودياً على مستواها بسرعة مقدارها (2×10^2 rad/s) اذا اثر عزم محصل في الحلقة مقداره (24 N.m) لفترة زمنية مقدارها (0.03s) فأصبحت السرعة الزاوية للحلقة (8×10^2 N.m) جد مقدار ما يلي :

1) التغير في الزخم الزاوي للحلقة .

2) نصف قطر الحلقة علماً بأن عزم القصور الذاتي لها يعطى بالعلاقة $I= mr^2$

المعطيات :

$m = 3kg \qquad \omega_i = 2\times10^2\ rad/s \qquad \omega_f = 8\times 10^2\ rad/s$

$\Sigma\tau = 24\ N.m \qquad \Delta t = 3\times10^{-2}\ s$

1) $\sum\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} \qquad \Delta L = \sum\tau\times\Delta t = 24\times 3\times10^{-2} = 72\times 10^{-2}\ kg.m^2/s$

2) $\Delta L = I\Delta\omega$

$$I = \frac{\Delta L}{\Delta\omega} = \frac{72\times10^{-2}}{8\times10^2-2\times10^2} = \frac{72\times10^{-2}}{6\times10^2} = 12\times10^{-4}\ kg.m^2$$

$I = mr^2$

$$r^2 = \frac{I}{m} \qquad r = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{12\times10^{-4}}{3}} = \sqrt{4\times10^{-4}} = 2\times10^{-2}\ m$$

مثال

يقف رجل على منصة تدور بسرعة زاوية مقدارها (4rad/s) حاملاً في يديه الممدودتين كتلتين متماثلتين ، ثم يضم يديه لصدره ليتناقص قصوره الدوراني من ($6kg.m^2$) الى ($2kg.m^2$) جد مقدار سرعته الزاوية الجديدة .

$I_i = 6\ kg.m^2 \qquad \omega i = 4\ rad/s$

$I_F = 2\ kg.m^2 \qquad \omega f = ???$

$L_i = L_f \longrightarrow I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f$

$6\times4 = 2\,\omega_f$

$\omega_f = 12\ rad/s$

مثال

ثلاثة أطفال كتلهم (20 kg، 28 kg، 32 kg) يقفون عند حافّة لعبة دوّارة على شكل قرصٍ دائري منتظم كتلته $M = 100\ kg$، ونصف قطره $r = 2.0\ m$، ويدور بسرعةٍ زاويّةٍ ثابتة مقدارها 2.0 rad/s، حول محور دوران ثابت عموديّ على سطح القرص ويمرُّ في مركزه باتّجاه محور y. تحرّك الطفل الذي كتلته 20 kg ووقف عند مركز القرص. أحسبُ مقدار السرعة الزاويّة الجديد للعبة الدوّارة.

المُعطيات:

$$M = 100\ kg,\ r = 2.0\ m,\ m_1 = 20\ kg,\ m_2 = 28\ kg,\ m_3 = 32\ kg,\ \omega_i = 2.0\ rad/s$$

المطلوب:

$$\omega_f = ?$$

الحلّ:

يمكن التعامل مع النظام على أنّه معزولٌ؛ لذا يكون الزخَم الزاويّ محفوظًا. أُطبّقُ قانون حفظ الزخَم الزاويّ:

$$L_i = L_f$$

$$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f$$

عزم القصور الذاتي الابتدائي (I_i) للنظام يساوي مجموع عزوم القصور الذاتيّة للأطفال الثلاثة والقرص، وأحسبه باستخدام المعادلة الآتية:

$$I_i = \frac{1}{2}Mr^2 + (m_1 + m_2 + m_3)r^2 = \frac{1}{2}(100)(4) + (20 + 28 + 32)(4)$$

$$= 520\ kg.m^2$$

عزم القصور الذاتيّ النهائيّ (I_f) للنظام يساوي مجموع عزوم القصور الذاتيّة لطفلين فقط والقرص؛ لأن عزم القصور الذاتيّ للطفل الذي كتلته 28 kg يساوي صفرًا؛ لأنّهُ يقف عند مركز القرص الذي يمرُّ فيه محور الدوران، وأحسبهُ باستخدام المعادلة التالية:

$$I_f = \frac{1}{2}Mr^2 + (m_2 + m_3)\,r^2 = \frac{1}{2}(100)(4) + (28 + 32)\,(4) = 440\ kg.m^2$$

باستخدام قانون حفظ الزخم الزاوي؛ أجد أنّ:

$$(520)\,(2) = 440\ \omega_f$$

ومنها أجدُ أنّ مقدار السرعة الزاويّة النهائي يساوي:

$$\omega_f = \frac{1040}{440}$$

$$= 2.37\ rad/s \approx 2.4\ rad/s$$

مثال

تدور الأرض حول محورها مرة واحدة كل عام ، افترض الأرض قد انكمشت بطريقة ما ، بحيث أصبح قطرها مساوياً نصف قيمته الحالية ، اذا علمت أن $(I = \frac{2}{5} m r^2)$ ما سرعة الأرض في الحالة الافتراضية بالنسبة لسرعتها قبل الانكماش .

$$L_i = L_f \longrightarrow I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

$$= \frac{2}{5} m r_i^2 \omega_i = = \frac{2}{5} m r_f^2 \omega_f \qquad r_f = \frac{1}{2} r_i$$

$$r_i^2 \omega_i = (\frac{1}{2} r_i)^2 \omega_f \longrightarrow r_i^2 \omega_i = \frac{1}{4} r_i^2 \omega_f$$

$$\omega_i = \frac{1}{4} \omega_f \longrightarrow \omega_f = 4\omega_i$$

اربعة اضعاف سرعتها السابقة

أسئلة مراجعة الدرس الأول

أسئلة مراجعة الدرس الأول

الفكرة الرئيسية

السؤال 1 ما العزم؟ وما شرطا اتّزان جسم؟

العزم مقياس لمقدرة القوة على إحداث دوارن، وهو كمية متجهة، رمزه (τ) ، ويُعرف رياضيًّا على أنه يساوي ناتج الضرب المتجهي لمتجه القوة (F) ومتجه موقع نقطة تأثير القوة (r) الذي يبدأ من نقطة على محور الدوارن وينتهي عند نقطة تأثير القوة. **وشرطا اتزان جسم** أن تكون القوة المحصّلة المؤثرة فيه تساوي صفراً ($\sum F=0$) وأن يكون العزم المحصّل المؤثر فيه يساوي صفراً ($\sum \tau=0$).

أفسر

السؤال 2 إذا أردتُ أن أفتح بابًا دوّارًا؛ أُحدّد موقع نقطة تأثير القوّة، بحيث أدفع الباب بأقلّ مقدارٍ من القوّة. أُحدّد بأيّ اتّجاهٍ أؤثر بهذه القوّة في الباب.

يكون موقع نقطة تأثير القوة أبعد ما يُمكن عن محور الدوارن، ويكون اتجاه القوة عموديًّا على مستوى الباب .

أوضّح

السؤال 3 المقصود بمركز كتلة جسم.

يُعرّف مركز الكتلة Centre of mass (CM) لجسم أنّه: النقطة التي يُمكن افتراض كتلة الجسم كاملةً مُركّزةً فيها.

أفسّرُ:

السؤال 4 أثّرت قوًى عدّة في جسم؛ بحيث تمرُّ خطوط عملها في مركز كتلته، وكانت القوّة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا. هل يكون الجسم مُتّزنًا أم لا؟ أُفسّر إجابتي.

بما أن القوة المحصّلة المؤثرة فيه تساوي صفراً فقد تحقق الشرط الأول للاتزان. وحيث أن خطوط عمل القوى تمر في نقطة واحدة فإن العزم المحصّل لها يساوي صفراً (الشرط الثاني للاتزان)، لذا يكون الجسم متزنًا.

أتوقعُ:

السؤال 5 **توضَعُ قطع رصاصٍ على أطراف الأجزاء الفلزيّة من إطارات السيارات لمنعِها من الاهتزاز في أثناء دورانها. أتوقّع أين توجد مواقع مراكز كُتَل هذه الإطارات بعد وضع قطع الرصاص عليها.**

عند حدوث عدم تماثل في توزيع كتلة الاطار (حدوث تآكل في بعض أجزاء العجل مثلا) لا ينطبق مركز كتلة الإطار مع مركزه الهندسي الذي يمر فيه محور الدوران ، ما يسبب اهتزاز عجل السيارة خصوصا عند السرعات العالية.

ولضمان توزيع منتظم لكتلة الإطار بحيث ينطبق مركز كتلته مع مركزه الهندسي يتم إضافة قطع من الرصاص لاستعادة توزيع منتظم لكتلة العجل حول محور الدوران. هذا بدوره يؤدي إلى توقف الاطار عن الاهتزاز عند السرعات المرتفعة.

أقارنُ

السؤال 6 **بين الاتّزان السكونيّ والاتّزان الانتقالي من حيث: القوّة المُحصّلة المؤثّرة، السرعة الخطيّة، التسارُع الخطيّ.**

	القوة المحصّلة المؤثرة	السرعة الخطية	التسارع الخطي
الاتزان السكوني	تساوي صفراً	تساوي صفراً	تساوي صفراً
الاتزان الحركي (الانتقالي)	تساوي صفراً	ثابتة مقداراً واتجاهًا	تساوي صفراً

أصدرُ حُكمًا:

السؤال 7 **رأت ذكرى أخاها يحاول فكَّ إطار سيارته المثقوب باستخدام مفتاح شدٍّ لفكّ الصواميل التي تُثبّت الإطار، لكنه لم يستطع فكّها. أذكر طريقتين -على الأقل- يُمكن أن تقترحهما ذكرى على أخيها لمساعدته على فكّ الصواميل. أُفسّر إجابتي**

وَصْل ماسورة في طرف مفتاح الشد لزيادة طول ذراع القوة، فيزداد العزم المحصّل المؤثر.

جعل القوة التي يؤثر بها أخيها في مفتاح الشد عمودية على المفتاح، فيزداد العزم المحصّل المؤثر.

زيادة مقدار القوة المؤثرة في مفتاح الشد، عن طريق الاستفادة من وزنه بالوقوف على طرف المفتاح بحذر.

أقارنُ:

السؤال 8 يوضّح الشكل أدناهُ منظرًا عُلويًّا لقوّةٍ مقدارُها (F) تؤثّر في الباب نفسه عند مواقع مختلفة. أُرتّب العزم الناتج عن هذه القوة حول محور الدوران (O) تصاعُديًّا.

عزم(ب) < عزم (ج) < عزم (أ)

التفكير الناقد:

السؤال 9 عندَ انطلاق سيارةٍ بشكل مفاجئ ترتفع مقدمتها إلى أعلى. أُفسّر ذلك.

تؤثر قوة الاحتكاك السكوني بين إطارات السيارة وسطح الطريق بقوة إلى الأمام لتحريك السيارة.
ويكون مركز كتلة السيارة عند نقطة في مستوى فوق مستوى سطح الطريق، لذا يوجد عزم محصّل يعمل على تدوير السيارة بحيث ترتفع مقدمتها.

أسئلة مراجعة الدرس الثاني

أسئلة مراجعة الدرس الثاني

السؤال 1

الفكرة الرئيسية

ما الكميّات الفيزيائيّة اللازمة لوصف الحركة الدورانية لجسم؟ وما عزم القصور الذاتي؟

من الكميات الفيزيائية اللازمة لوصف الحركة الدورانية: العزم، والإزاحة الزاوية، والسرعة الزاوية، والتسارع الزاوي.

عزم القصور الذاتي مقياسٌ لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركيّة الدورانيّة، رمزُه (I)

أفسر

السؤال 2

تدور إطارات سيارة بسرعة زاويّة ثابته تساوي (5.0 rad/s)أجيبُ عمّا يأتي:

أ . هل التسارع الزاويّ للإطارات موجبٌ أم سالبٌ أم صفر؟ أُفسّر إجابتي.

ب. هل تدور أجزاء الإطار جميعها بمقدار السرعة الزاويّة نفسه أم لا؟ أُفسّر إجابتي.

أ. بما أن الإطارات تدور بسرعة زاوية ثابتة فإن تسارعها الزاوي يساوي صفراً

ب. بما أن شكل الإطار ثابت فإن جميع أجزائه تدور بمقدار السرعة الزاوية نفسه.

أفسر

السؤال 3

السرعة الزاويّة لجسمٍ عند لحظةٍ زمنيةٍ مُعيّنةٍ تساوي (-3 rad/s) وتسارعُه الزاويّ عند اللحظة نفسها ($2\ rad/s^2$) أُجيب عمّا يأتي:

أ . هل يدور الجسم باتّجاه حركة عقارب الساعة أم بعكسه؟ أُفسّر إجابتي.

ب. هل يتزايد مقدار سرعته الزاويّة أم يتناقص أم يبقى ثابت؟ أُفسّر إجابتي.

أ. بما أن إشارة السرعة الزاوية سالبة فإن الجسم يدور باتجاه حركة عقارب الساعة.

ب. بما أن إشارتي السرعة الزاوية والتسارع الزاوي مختلفتان فإن الجسم يتباطأ.

أحلّل وأستنتج:

السؤال 4

يدور إطار درّاجة بسرعة زاويّة ثابتة حول محورٍ ثابت. كيف يتغيّر مقدار السرعة الزاويّة لأجزاءالإطار بالانتقال من داخله إلى حافّته الخارجية؟

لجميع أجزاء الإطار السرعة الزاوية نفسها.

علامَ يعتمدُ عزم القصور الذاتي لجسم؟

يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم على كيفية توزيع كتلته حول محور دورانه، وعلى موقع محور الدوران.

أحسب:

السؤال 5 مثقب كهربائيٌّ يدورُ جزؤه الدوّار من السكون بتسارعٍ زاويّ ثابت، ويُصبح مقدار سرعته الزاويّة $(2.6 \times 10^3 \, rad/s)$ بعد $(4.0 \, s)$ من بدء دورانه. أحسبُ مقدار التسارُع الزاويّ للجزء الدوّار من المثقب.

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{2.6 \times 10^3 - 0}{4} = 6.5 \times 10^2 \ rad/s^2$$

أفسّر

السؤال 6 أيُّهما أسهل: تدوير قلم حول محورٍ عموديٍّ عليه مارًّا بمركز كتلته؛ أم تدويره حول محوره الهندسيّ؟ أُفسّر إجابتي.

تدوير القلم حول محوره الهندسي أسهل إذ يكون عزم القصور الذاتي له في هذه الحالة أصغر مقارنة بعزم القصور الذاتي عند تدويره حول محور عمودي عليه ماراً بمركز كتلته.

أقارنُ:

السؤال 7 قضيب فلزي خفيف ورفيع طوله (L) مُثبّت في طرفيه كرتين مُتماثلتين مهملتي الأبعاد، كتلة كلٍّ منهما (m) كما هو موضّحٌ في الشكل. في الحالة الأولى؛ دُوِّر النظام المكوّن من القضيب الفلزيّ والكرتين حول محورٍ ثابتٍ عمودي على مستوى الصفحة يمرُّ بمنتصف القضيب الفلزيّ. وفي الحالة الثانية؛ دُوِّر النظام حول محور ثابتٍ عموديٍّ على مستوى الصفحة يمرُّ بمركز إحدى الكرتين عند أحد طرفي القضيب الفلزيّ. بإهمال كتلة القضيب الفلزيّ مُقارنةً بكتلتي الكرتين، في أي الحالتين السابقتين يلزمني عزمٌ محصّلٌ أكبر لبدء تدوير النظام؟ أفسّر إجابتي.

نظام الكرتين والقضيب الفلزي.

في الحالة الاولى، تبعد كل كرة مسافة $(r_1 = \frac{L}{2})$ عن محور الدوران، وكتلتا الكرتين متساويتان.
أحسب عزم القصور الذاتي كما يأتي:

$$I = m r_1^2 + m r_1^2 = 2 m r_1^2 = \frac{mL^2}{2}$$

ألاحظ أن عزم القصور الذاتي يساوي ناتج جمع عزمي القصور الذاتي للكرتين حول محور الدوران نفسه

في الحالة الثانية، يمر محور الدوران في إحدى الكرتين لذا لا تُساهم هذه الكرة في عزم القصور الذاتي؛لأن $(r=0)$ بينما تبعد الكرة الثانية مسافة مقدارها (L) وأحسب عزم القصور الذاتي في هذه الحالة كما يأتي: $I = m r^2 + 0 = m r^2 = m L^2$

يكون عزم القصور الذاتي أكبر عند تدوير القضيب حول أحد طرفيه، وفي هذه الحالة يلزم عزم محصّل أكبر لبدء تدوير النظام .

أسئلة مراجعة الدرس الثالث

أسئلة مراجعة الدرس الثالث

الفكرة الرئيسية

السؤال 1 **ما الزخَم الزاويّ؟ وعلامَ ينص قانون حفظ الزخَم الزاويّ؟ علامَ تعتمد الطاقة الحركيّة الدورانيّة لجسمٍ يدور حول محورٍ ثابت؟**

الزخَم الزاوي يُعرف بأنه يساوي ناتج ضرب عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام في سرعته الزاويّة، وهو كمية متجهة، رمزه (L) وينصّ **قانون حفظ الزخم الزاوي** على أن: "الزخَم الزاويّ لنظامٍ معزولٍ يظلُّ ثابتًا في المقدار والاتّجاه"، إذ يكونُ العزم المحصّل المؤثّر في النظام المعزول صفراً. وتعتمد **الطاقة الحركية الدورانية** لجسم يدور حول محور ثابت على عزم قصوره الذاتي وسرعته الزاوية.

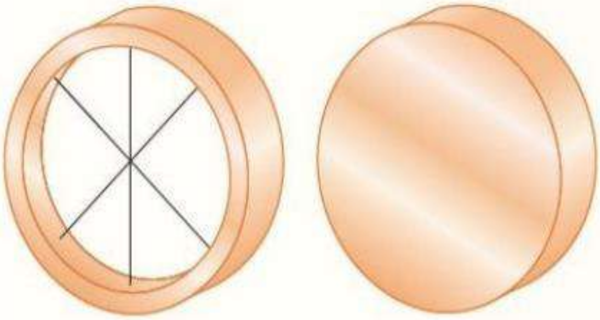
أفسر

السؤال 2 **أنبوبٌ مجوّفٌ وأسطوانة مُصمَتة، متماثلان في الكتلة والأبعاد، ويدور كلٌّ منهما حول محورِ تماثله بالسرعة الزاويّة نفسها. هل لهما الطاقة الحركية الدورانيّة نفسها أم لا؟ أوضّح إجابتي.**

الأنبوب المجوف يمتلك عزم قصور ذاتي أكبر، لأن كتلته موزعة على سطح الأنبوب بعيدا عن محور الدوران مقارنة بالأنبوب المصمت. وبالرجوع إلى العلاقة: ($KE_R = I\omega^2$) فإن الطاقة الحركية الدورانية تتناسب طرديا مع عزم القصور الذاتي، بثبوت السرعة الزاوية. فيكون للاسطوانة المجوفة طاقة حركية دورانية أكبر.

أُحلّل وأستنتج:

السؤال 3 **يبيّنُ الشكل المجاور أُسطوانتين إحداهما مُصمَتةٌ والأُخرى مجوّفة، متماثلتين في الكتلة والأبعاد والسرعة الزاويّة، وتدوران حول محورٍ ثابتٍ يمرُّ في المركز الهندسي لكلٍّ منهما. مستعينًا بالشكل المجاور؛ أجيب عن السؤالين الآتيين:**


(ب) (أ)

أ . **أُقارنُ** بين مقداري الزخَم الزاويّ للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أُفسّر إجابتي.

ب. **أُقارنُ** بين مقداري الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أُفسّر إجابتي

أ. مقدار الزخم الزاوي للأُسطوانة المجوّفة أكبر منه للأُسطوانة المصمتة؛ لأن الزخم الزاوي يعتمد على عزم القصور الذاتي والسرعة الزاوية، وهما تدوران بمقدار السرعة الزاوية نفسه، وعزم القصور الذاتي للأسطوانة المجوّفة أكبر منه للأسطوانة المصمتة.

ب. مقدار الطاقة الحركية الدورانية للأُسطوانة المجوّفة أكبر منه للأُسطوانة المصمتة؛ لأن الطاقة الحركية الدورانية تعتمد على عزم القصور الذاتي ومربع مقدار السرعة الزاوية، وهما تدوران بمقدار السرعة الزاوية نفسه، وعزم القصور الذاتي للأسطوانة المجوّفة أكبر منه للأسطوانة المصمتة.

التفكير الناقد:

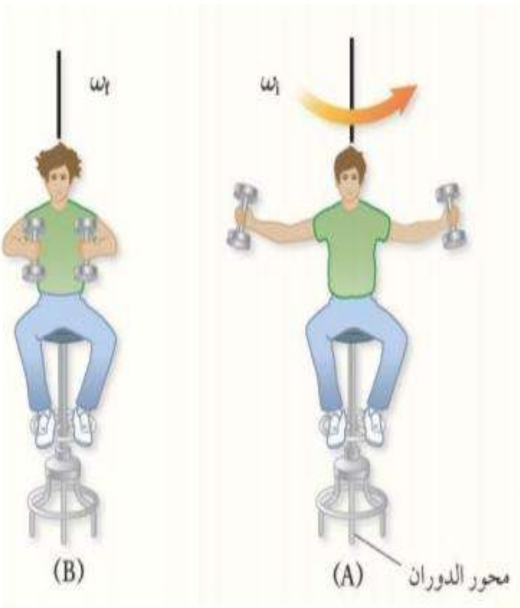
السؤال 4 يجلس طالبٌ على كرسيٍّ قابلٍ للدوران حول محورٍ رأسي، ويُمسك ثقلٌ بكلِّ يدٍ.

بدايةً: يدور الطالب والكرسيُّ بسرعةٍ زاويّة (ωi) ويداه ممدودتان، كما هو موضّحٌ في الشكل A.

إذا طلب المعلم من الطالب ضمّ ذراعيه؛ كما في الشكلB ؛ فماذا يحدث لكلٍّ من:

أ . عزمُ قصوره الذاتي؟

ب. سرعتهُ الزاويّة النهائية؟



أ. يؤدي ضمّ الطالب لذراعيه إلى تقليل مقدار عزم القصور الذاتي ، له حول محور الدوران الرأسي من المقدار(Ii) إلى المقدار (If) لأنه حرّك جزء من كتلته وحرّك الثقلين قريبًا من محور الدوران.

ب. لا يوجد عزم محصّل مؤثر في النظام الذي يتكون من الطالب والكرسي والثقلين، لذا يكون الزخم الزاوي محفوظًا لهذا النظام حول محور الدوران.

ألاحظ أن عزم القصور الذاتي للطالب في الشكل (B) أقل منه في الشكل (A) أي أن: (I_f > Ii) لذا يجب أن يكون مقدار سرعته الزاوية النهائية (ωf) في الشكل (B) أكبر مقارنة بمقدار سرعته الزاوية الابتدائية (ωi) بحسب قانون حفظ الزخم الزاوي. أي يزداد مقدار سرعته الزاوية، ويتغير من (ωi) الى (ωf) ويمكن للطالب تقليل مقدار سرعته الزاوية عن طريق مد ذراعيه مرة أخرى على استقامتيهما، وتحريك الثقلين إلى الخارج.

الإثراء والتوسّع

اتّزان الجسور
Equilibrium of Bridges

جسر عبدون

يتطلّب بناءُ المنشآت التي أراها؛ من جسور وسدودٍ ومبانٍ إلى ناطحات السحاب من المصمّمين والمهندسين المعماريين تحديدَ القوى المؤثرة في هياكلها وتراكيبها؛ للمحافظة عليها ثابتةً ومتزنةً سكونيًّا وعدم انهيارها. ويُعنَى الاتّزان السكونيّ بحساب القوى المؤثّرة في هذه الهياكل والتراكيب، لتحديد ما إذا كانت قادرة على تحمّل هذه القوى دونَ حدوث تشوّهٍ أو تصدّعٍ أو كسرٍ فيها. وهذا الإجراءُ الذي يتّبعه المصمّمون والمهندسون يُمكّنهم من حساب القوى المؤثّرة في مكوّنات هياكل وتراكيب المباني والجسور والآلات والمركبات وغيرها.

ألاحظ في حياتي اليوميّةَ جسورًا مختلفةَ التصاميم، يتعرّض كلٌّ منها لقوًى مختلفةٍ تؤثّر في مكوناته، تعمل على شدّها أو ضغطها. إذ يؤثّر فيها قوى ضغطٍ تجعلُها تنكمش وتتقلّص، وقوى شدٍّ تجعلُها تتمدّد ويزداد طولها؛ كما هو موضّحٌ في الشكل. لذا يجب أخذ هذه القوى في الحسبان عند تصميم أي جسر؛ كي لا يتعرض إلى التصدُّع والالتواء والانكماش، لعدم مقدرته على تحمّلها، وإيجاد وسائل وتصاميم مناسبة تعمل على توزيع هذه القوى على مختلف أجزاء الجسر بالشكل الذي يمنع تمركُزَها في منطقةٍ واحدة.

لرسم أفضل التصاميم وتنفيذها باستخدام المواد المناسبة؛ يراعي المصمّمون والمهندسون المعماريون في مراحل تصميم الجسور المختلفة وإنشائها تحقيقَ شرطي الاتّزان في مكوناتها جميعًا. ولتكون الجسورُ أنظمةً متّزنةً؛ يجب أخذُ قياساتٍ دقيقةٍ مضبوطةٍ لهذه القوى ومواقع دعامات الجسر والمسافات بينها ومقدار أكبر ثقل يُمكن أن يتحمّله الجسر دون أن ينهار.

أسئلة مراجعة الوحدة الحركة الدورانية

أسئلة مراجعة الوحدة

1. أضعُ دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة لكلّ جملة ممّا يأتي:

1. جسمان متماثلان A و B على سطح الأرض؛ الجسمُ A عند خط الاستواء، والجسم B عند قطبها الشمالي. أيّ ممّا يأتي يُعبِّر بشكلٍ صحيح عن العلاقة بين سرعتي الجسمين الزاويّة؟

أ. $\omega_A = \omega_B \neq 0$ ب. $\omega_A > \omega_B$ جـ. $\omega_A < \omega_B$ د. $\omega_A = \omega_B = 0$

2. وحدة قياس الزخَم الزاويّ حسب النظام الدولي للوحدات هي:

أ. N.m/s ب. kg.m/s جـ. N/s د. $kg.m^2/s$

3. وحدة قياس عزم القصور الذاتي حسب النظام الدولي للوحدات هي:

أ. N.m/s ب. $kg.m^2$ جـ. $kg.m^2/s$ د. kg.m/s

4. عند دوران إطار سيارةٍ حولَ محورٍ ثابتٍ؛ فإنّ مقدار سرعته الزاويّة:

أ. يكون متساويًا لأجزائه جميعها. ب. يزداد بالابتعاد عن محور الدوران.

جـ. يقلّ بالابتعاد عن محور الدوران. د. يساوي صفرًا.

5. عند دوران أُسطوانةٍ مُصمَتةٍ متماثلةٍ حول محورٍ ثابتٍ مدّةً زمنيّةً معيّنةً فإنّ مقدار الإزاحة الزاويّة:

أ. يكون متساويًا لأجزائها جميعها. ب. لا يعتمد على زمن دوران الجسم؛ فهو يساوي (2π rad) دائمًا.

جـ. يكون أكبرَ للجُسيمات القريبة من محور الدوران. د. يكون أكبرَ للجُسيمات البعيدة من محور الدوران.

6. تستخدم سلمى مِفكّ براغي لفكّ برغيٍّ من خِزانتها ولم تتمكّن من ذلك. يجب على سلمى استخدام مفكّ براغي يكون مقبضه:

أ. أطولَ من مقبض المفكّ المستخدم. ب. أقصرَ من مقبض المفكّ المستخدم.

جـ. أكثرَ سُمكًا من سُمك المقبض المستخدم. د. أقلّ سُمكًا من سُمك المقبض المستخدم.

7. يستخدمُ خالدٌ مفتاح شدٍّ لفكِّ صامولة إطار سيارة ولم يتمكّن من ذلك. يجب على خالد استخدام مفتاح شدٍّ يكون مقبضه:

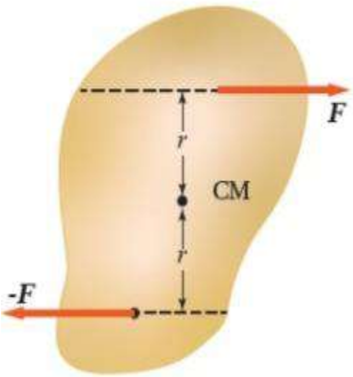
أ. أطولَ من مقبض مفتاح الشدّ المستخدم. ب. أقصرَ من مقبض مفتاح الشدّ المستخدم.

جـ. أكثرَ سُمكًا من سُمك مفتاح الشدّ المستخدم. د. أقل سُمكًا من سُمك مفتاح الشدّ المستخدم.

8. كُسر مَضرب بيسبولٍ منتظم الكثافة في موقع مركز كتلته إلى جزأين؛ كما هو موضّحٌ في الشكل. إنّ الجزء ذا الكتلة الأصغر هو:

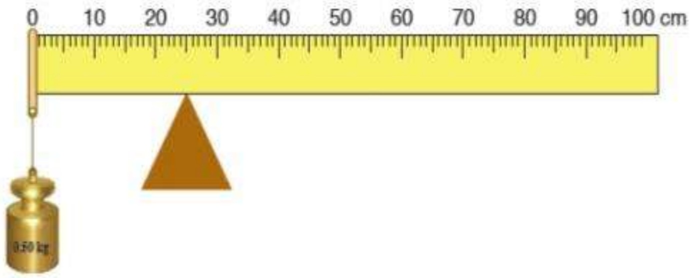
أ. الجزء الموجود على اليمين.
ب. الجزء الموجود على اليسار.
جـ. كلا الجزأين له الكتلة نفسُها.
د. لا يمكن تحديده.

9. الشكل المجاور يبيّن قوتين متساويتين مقدارًا ومتعاكستين اتجاهًا تؤثّران على بُعدٍ متساوٍ من مركز كتلة جسمٍ موجودٍ على سطحٍ أملس. أيُّ الجمل الآتية تصفُ بشكلٍ صحيحٍ حالة الجسم الحركيّة عند اللحظة المُبيّنة؟



أ. الجسم في حالة اتّزانٍ سكونيٍّ؛ حيث القوّة المحصّلة المؤثّرة فيه تساوي صفرًا.
ب. الجسم ليس في حالة اتّزانٍ سكونيٍّ، ويبدأ الدوران بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة.
جـ. الجسم في حالة اتّزانٍ سكونيٍّ، حيث العزم المحصّل المؤثّر فيه يساوي صفرًا.
د. الجسم ليس في حالة اتّزان سكونيٍّ، ويبدأ الدوران باتّجاه حركة عقارب الساعة.

10. مسطرةٌ متريّةٌ مُنتظمةٌ متماثلةٌ ترتكزُ على نقطةٍ عند التدريج (25 cm). عُلّق ثقلٌ كتلتُه (0.50 kg) عند التدريج (0 cm) للمسطرة، فاتّزنت أُفقيًّا، كما هو موضّحٌ في الشكل المجاور. إنّ مقدار كتلة المسطرة المتريّة يساوي:

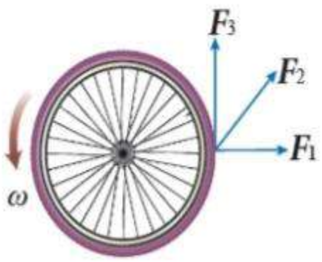


أ. 0.25 kg		ب. 0.50 kg		جـ. 0.10 kg		د. 0.20 kg

11. جُسيمان نقطيّان البُعد بينهما (r). إذا علمتُ أنّ $(m_1 = 4m_2)$؛ فإنّ موقع مركز الكتلة يكون:

أ. في منتصف المسافة بين الجُسيمين.
ب. بين الجُسيمين، وأقرب إلى (m_1).
جـ. بين الجُسيمين، وأقرب إلى (m_2).
د. خارج الخطّ الواصل بين الجُسيمين، وأقرب إلى (m_1).

12. تؤثّر ثلاث قوًى لها المقدار نفسُه في إطار قابلٍ للدوران حول محورٍ ثابتٍ عموديٍّ على مستوى الصفحة مارًّا في مركزه. أيُّ هذه القوى يكون عزمها هو الأكبر؟



أ. F_1 ب. F_2

جـ. F_3 د. جميعُها لها مقدار العزم نفسه.

13. كرةٌ مُصمَتةٌ وكرةٌ مجوّفة، لهما الكتلة نفسُها ونصفُ القطر نفسه، تدوران بمقدار السرعة الزاويّة نفسه. أيُّ الكرتين مقدارُ زخَمها الزاويّ أكبر؟

أ. الكرة المُصمَتة.   ب. الكرة المجوّفة.   جـ. لهما مقدار الزخَم الزاويّ نفسه.   د. لا يُمكن معرفة ذلك.

أقرأ الفقرة الآتية، ثم أُجيب عن السؤالين (14 و15).

يوضّح الشكل المجاور مسطرةً متريّةً نصفُها خشبٌ ونصفُها الآخر فولاذ. بدايةً؛ المسطرةُ قابلةٌ للدوران حول محورٍ عموديٍّ عليها عند نهايتها الخشبيّة (النقطة O)، أنظرُ الشكل (A)، وأثرتُ فيها بقوة (F) عند نهايتها الفولاذية (النقطة a). بعد ذلك؛ جعلتُ المسطرة قابلةً للدوران حول محورٍ عموديٍّ عليها عند نهايتها الفولاذيّة (النقطة O`)، أنظر الشكل (B)، وأثرتُ فيها بالقوة (F) نفسها عند نهايتها الخشبية (النقطة a`).

14. أيُّ العلاقات الآتية صحيحةٌ لعزمَيّ القصور الذاتي للمسطرتين حول محوري دورانهما؟

أ. $I_A > I_B$ ب. $I_A < I_B$ جـ. $I_A = I_B$ د. $I_A = I_B = 0$

15. أيُّ العلاقات الآتية صحيحةٌ حول مقداري التسارُع الزاويّ للمسطرتين حول محوري دورانهما؟

أ. $\alpha_A > \alpha_B$ ب. $\alpha_A < \alpha_B$ جـ. $\alpha_A = \alpha_B$ د. $\alpha_A = -\alpha_B$

16. عندما تؤثر قوّةٌ في جسمٍ؛ فإن عزمها يكون صفرًا عندما:

أ. يتعامد مُتّجه القوّة مع مُتّجه موقع نقطة تأثيرها.   ب. يتزايد مقدار السرعة الزاويّة للجسم.

جـ. يمرُّ خطُّ عمل القوّة بمحور الدوران.   د. يتناقص مقدار السرعة الزاويّة للجسم.

17. يجلس طفلان على طرفي لعبةٍ (see – saw) مُتّزنةٍ أُفقيًّا. عند تحرُّك أحد الطفلين مُقتربًا من نقطة الارتكاز؛ فإنّ الطرفَ الذي يجلس عليه:

أ. يرتفع لأعلى.   ب. ينخفض لأسفل.

جـ. يبقى في وضعه الأُفقي ولا يتغير.   د. قد يرتفع أو ينخفض حسب وزن الطفل.

اختيار متعدد ، سيتم وضع رمز الاجابة الصحيحة لكل فقة في جدول ثم توضيح كل فقرة :

رقم الفقرة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
رمز الاجابة الصحيحة	أ	د	ب	أ	أ	ج	أ	ب	د	ب	ب	ج	ب	أ	ب	ج	أ

2. أُفسّرُ ما يأتي:

أ. عند حساب العزم المحصّل المؤثّر في جسمٍ؛ فإنّني أهملُ القوى التي يمرُّ خطُّ عملها في محور الدوران.

ب. يعتمد عزم القصور الذاتيّ لجسمٍ على موقع محور دورانه.

أ . لأن العزم الناتج عن كل من القوى المؤثرة في محور دوران جسم، والقوى التي يمر خط عملها في محور الدوران يساوي صفراً؛ لأن طول ذراع القوة يساوي صفراً .

ب. كلّما كانت كتلة الجسم (أو الجزء الأكبر من كتلته) أقرب إلى محور دورانه كان عزم قصوره الذاتي أقل.

3. أُقارن بين كتلة جسمٍ وعزم القصور الذاتي له.

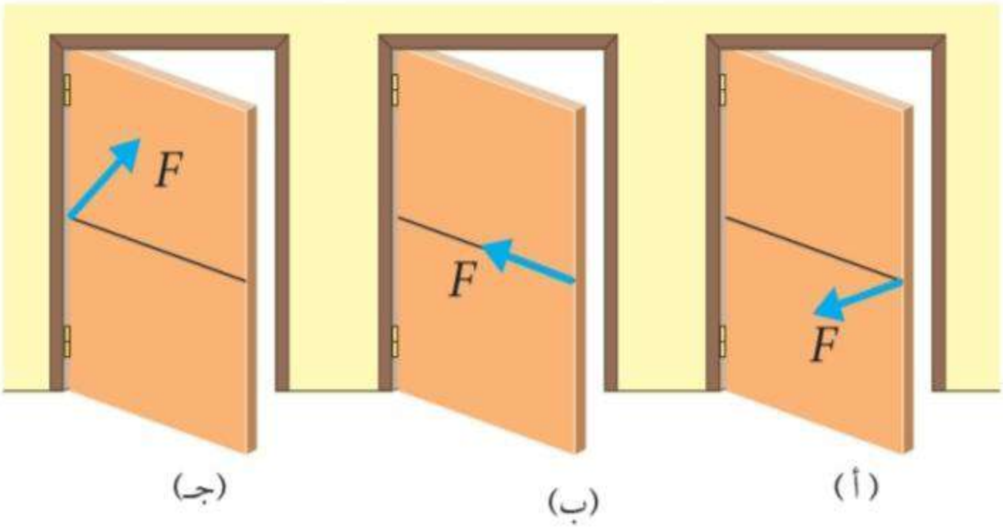
الكتلة: تقيس ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الانتقالية، وهي ثابتة لا تتغير.

عزم القصور الذاتي: يقيس ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية، وهو يتغير بتغير محور الدوران.

4. التفكير الناقد: ذهبت عرين وفرح إلى مدينة الألعاب في عيد الفطر، وركبتا لعبة الحصان الدوّار؛ حيث جلست عرين على حصانٍ قرب الحافّة الخارجية للصفيحة الدائرية المُتحرّكة للّعبة؛ بينما جلست فرح على حصانٍ في منتصف المسافة بين عرين ومحور الدوران الثابت. عند دوران اللعبة بسرعةٍ زاويّة ثابتة؛ أيُّ الفتاتين: عرين أم فرح مقدار سرعتها الزاويّة أكبر؟

مقدار السرعة الزاوية لهما متساويان؛ إذ تقطع الفتاتان الزاوية نفسها خلال الفترة الزمنية نفسها.

5. **أُحلّل وأستنتج:** يوضّح الشكل قوّةً مُحصّلةً (F) ثابتة المقدار تؤثّر في الباب نفسه في مواقعَ واتّجاهاتٍ مختلفةٍ لثلاث حالات. أُحدّد الحالة/ الحالات التي يفتح فيها الباب، والحالة/ الحالات التي لا يفتح فيها، مفسّرًا إجابتي.



الشكل (أ) : يفتح الباب؛ لأن خط عمل القوة عمودي على محور الدوران، والبعد بين خط عمل القوة ومحور الدوران أكبر ما يمكن.

الشكل (ب): لا يفتح الباب؛ لأن خط عمل القوة يمر في محور الدوران وعزم القوة يساوي صفراً.

الشكل (ج): لا يفتح الباب؛ لأن القوة تؤثر في محور الدوران، أي أن البُعد العمودي بين خط عمل القوة ومحور الدوران يساوي صفراً ، فيكون عزمها صفراً.

6. قطعة بوليسترين على شكل خارطة المملكة الأردنيّة الهاشميّة. كيف أُحدّد مركز كُتلتِها عمليًّا؟

أثقب ثقبين صغيرين متباعدين عند حافة قطعة البوليسترين، ثم أُعلّقها بخيط من أحدهما رأسيًّا في الهواء، وعند توقّف قطعة البوليسترين عن التأرجح أرسم خطًّا عليها على امتداد طول الخيط. ثم أُعلّق قطعة البوليسترين من الثقب الثاني وأُكرّر ما عملته سابقًا. يقع مركز الكتلة في منتصف المسافة بين سطحي قطعة البوليسترين تحت نقطة تقاطع هذين الخطين.

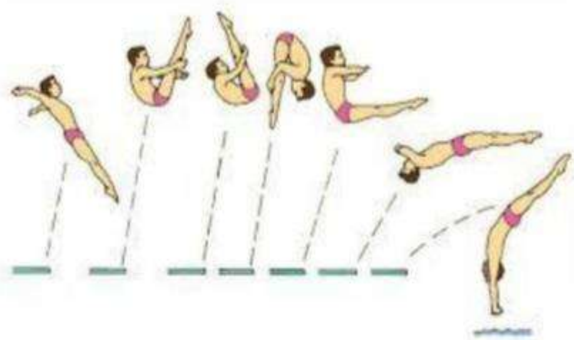
7. أُحلّل وأستنتج: يقفز غطّاس عن لوح غطسٍ مُتّجهًا نحو سطح الماء في البركة. ولاحظت أنّه بعد مغادرته لوح الغطس بدأ بالدوران، وضمَّ قدميه وذراعيه نحو جسمه. أُجيب عمّا يأتي:

أ . لماذا ضمّ الغطّاس قدميه وذراعيه نحو جسمه في أثناء أدائه لحركات الدوران؟

ب. ما الذي يحدث لزَخمه الزاويّ بعد ضمّ قدميه وذراعيه؟

جـ. ما الذي يحدث لمقدار سرعته الزاويّة بعد ضمّ قدميه وذراعيه؟

د . ما الذي يحدثُ لمقدار طاقته الحركيّة الدورانية بعد ضمّ قدميه وذراعيه؟



أ. لتقليل مقدار عزم قصوره الذاتي حيث يقل البعد بين كتلته ومحور دورانه، ممّا يُمكّنه من الدوران بسرعة زاوية أكبر.

ب. تؤثر قوة الجاذبية في مركز كتلته لذا لا ينشأ عنها عزم يؤثر في الغطّاس، ويكون العزم المحصّل المؤثر في الغطّاس صفراً فيبقى زخمه الزاوي محفوظًا أي لا يتغير زخمه الزاوي؛ فنقصان عزم القصور الذاتي يقابله زيادة في السرعة الزاوية.

ج. العزم المحصّل المؤثر في الغطّاس صفراً فيبقى زخمه الزاوي محفوظاً؛ أي لا يتغير زخمه الزاوي، ويؤدي نقصان عزم القصور الذاتي له إلى زيادة مقدار سرعته الزاوية.

د. بعد ضم قدميه وذراعيه يقل عزم قصوره الذاتي بينما يزداد مقدار سرعته الزاوية بالنسبة نفسها؛ فإذا قلّ مقدار عزم القصور الذاتي بمقدار النصف يتضاعف مقدار سرعته الزاوية مرّتان، وبما أن الطاقة الحركية الدورانية تتناسب طرديًّا مع مربّع مقدار السرعة الزاوية فإن مقدار طاقته الحركية الزاوية يزداد.

8. أستخدم الأرقام: تدور عربةُ دولابٍ هوائيٍّ في مدينة الألعاب بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة ، فتمسح إزاحةً زاويّةً مقدارُها (1.5 rad) خلال (3.0 s). أحسبُ مقدار السرعة الزاويّة المتوسّطة للعربة.

العربة تدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فتكون الإزاحة الزاوية والسرعة الزاوية موجبتين

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$
$$= \frac{1.5}{3} = 0.5\ \text{rad/s}$$

قوّةٌ تؤثّر في مفتاح شدّ.

9. أستخدم الأرقام: تستخدم فاتن مفتاح شدٍّ لشدِّ صامولةٍ؛ كما هو موضح في الشكل المجاور. أستعينُ بالشكل والبيانات المثبتة فيه للإجابة عمّا يأتي، علمًا أنّ مقدار العزم اللازم لفكّ الصامولة يساوي (50.0 N.m).

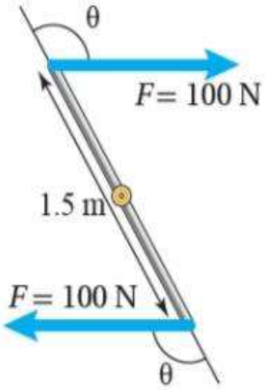
أ. أحسبُ مقدار القوّة اللازم التأثير بها في طرف مفتاح الشدّ في الاتّجاه الموضّح في الشكل.

ب. أُحدّد اتّجاه دوران مفتاح الشدّ.

أ.

$$F = \frac{\tau}{r \sin\theta} = \frac{50.0}{0.25 \sin 60^\circ} = 230.9\ N \approx 231\ N$$

ب. سوف يدور مفتاح الشد باتجاه حركة عقارب الساعة، لذا يكون عزم القوة سالبًا.



10. قوّتان متوازيتان متساويتان مقدارًا ومتعاكستان اتّجاهًا، مقدار كُلٍّ منهما (100 N)، تؤثّران عند طرفي قضيبٍ فلزيّ طوله (1.5 m) قابلٍ للدّوران حول محورٍ ثابتٍ عند منتصفه عموديٍّ على مستوى الصفحة، كما هو موضّحٌ في الشكل. إذا كان العزم الكليُّ المؤثّر في القضيب (130 N.m) باتّجاه حركة عقارب الساعة؛ أحسبُ مقدار الزاوية (θ) التي يصنعُها خطُّ عملِ كلِّ قوّةٍ مع مُتّجه موقعِ نقطةِ تأثيرِها.

القوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه وخطّا عملهما غير متطابقين، لذا فإنهما تشكّلان ازدواجًا يعمل على تدوير القضيب باتجاه حركة عقارب الساعة. وأحسب مقدار الزاوية (θ) :

$$\tau_{couple} = 2F\,r \sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{\tau_{couple}}{2Fr} = \frac{130}{2 \times 100 \times 0.75} = 0.866$$

$$\theta = \sin^{-1}(0.866) = 120^\circ \text{ or } 60^\circ$$

حيث $\sin 120^\circ = \sin 60^\circ = 0.866$ ، ولأن الزاوية منفرجة فيكون مقدارها (120°).

11. أستخدمُ الأرقام: تقفُ هناءُ على طرفِ القرص الدوّار للعبة الحصان الدوّار. إذا علمتُ أنّ كتلة قرص اللعبة بمحتوياته $(2 \times 10^2\ kg)$ ونصف قطره $(4\ m)$، وسرعته الزاويّة $(2\ rad/s)$، وكتلة هناء $(50\ kg)$، وبافتراض أنّ كتلة القرص موزّعةٌ بشكلٍ منتظم، والنظام المكوّن من اللعبة وهناء معزول، أحسب مقدار ما يأتي:

أ. الزخَم الزاويّ الابتدائي للنظام.

ب. السرعة الزاويّة للّعبة عندما تقف هناء على بُعد $(2\ m)$ من محور دوران اللعبة.

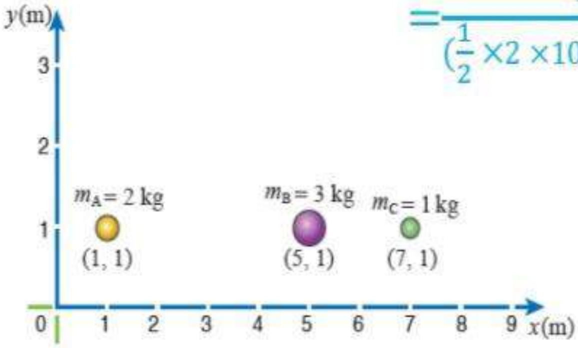
أ.

$$Li = Ii\ \omega i = \frac{1}{2}(M\ r^2 + m\ r^2)\ \omega i$$
$$= (\frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \times (4)^2 + 50 \times (4)^2$$
$$= 4.8 \times 10^3\ kg.\ m^2/s$$

ب. النظام معزول، فيكون العزم المحصّل المؤثر فيه صفراً، ويكون الزخم الزاوي محفوظاً، لذا فإن:

$$L_f = L_i$$
$$I_f\ \omega_f = 4.8 \times 103$$
$$\omega_f = \frac{4.8 \times 10^3}{I_F} = \frac{4.8 \times 10^3}{\frac{1}{2}mr^2 + m(\frac{r}{2})^2}$$
$$= \frac{4.8 \times 10^3}{(\frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \times (4)^2 + 50 \times (2)^2} = \frac{4.8 \times 10^3}{(1600 + 200)} = 2.67\ rad/s$$

12. نظامٌ يتكوّن من ثلاثة جُسيمات؛ كما هو موضّحٌ في الشكل المجاور. أستعينُ بالشكل والبيانات المثبّتة فيه لأُحدّد موقع مركز كتلة النظام.

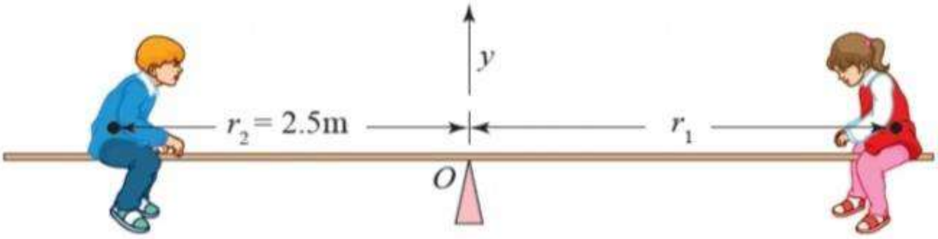


نظامٌ مكوّن من ثلاثة جُسيماتٍ على خطّ واحد.

أستخدم العلاقة الآتية لإيجاد الإحداثي(X_{cm}) :

$$X_{CM} = \frac{m_A X_A + m_B m_{B} + m_C m_C}{m_A + m_B + m_C} = \frac{2 \times 1 + 3 \times 5 + 1 \times 7}{2 + 3 + 1} = 4M$$

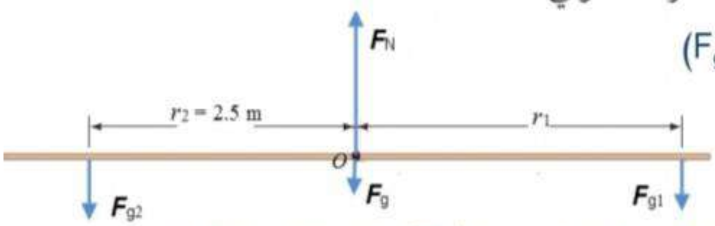
13. **أُحلّل وأستنتج**: لعبة اتّزانٍ (see – saw) تتكوّن من لوحٍ خشبيٍّ مُنتظمٍ مُتماثلٍ وزنهُ (150 N)؛ يرتكزُ من منتصفه عند النقطة (O). تجلس نهى (F_{g1}) على أحد طرفي اللوح الخشبي على بُعد (r_1) من نقطة الارتكاز؛ بينما يجلس شقيقها ماهر (F_{g2}) على الجهة المقابلة على بُعد (2.5 m) من نقطة الارتكاز. إذا علمتُ أنّ وزن نهى (250 N)، ووزن ماهر (300 N)، والنظام في حالة اتّزان سكونيّ، واللوح الخشبيّ في وضعٍ أُفقيّ كما هو موضح في الشكل؛ **أحسب** مقدار ما يأتي:



طفلان يجلسان على لعبة see – saw مُتّزنة أُفقيًا.

أ. القوّة (F_N) التي تؤثّر بها نقطة الارتكاز في اللّوح الخشبيّ، وأُحدّد اتجاهها.

ب. بُعد نهى عن نقطة الارتكاز كي يكون النظام في حالة اتّزان سكونيّ.



أ. يتأثر اللوح الخشبي بأربع قوى،هي: وزن نهى (F_{g1}) ووزن ماهر (F_{g2}) ووزن اللوح (F_g) يؤثر في مركز كتلة اللوح وهو مركز الهندسي لأنه منتظم ومتماثل، والقوة العمودية (F_N) التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح، كما هو موضح في مخطط الجسم الحر. وبما أنّ النظام متزن، ومقدار القوة العمودية غير معلوم فإنني أُطبّق الشرط الأول للاتزان ، حيث القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفراً. وأُطبّق القانون الثاني لنيوتن في اتجاه محور y لأنه لا توجد قوى تؤثر في اتجاه محور x .

$$\Sigma F_y = ma_y = 0$$
$$F_N - (F_g + F_{g1} + F_{g2}) = 0$$
$$F_N = F_g + F_{g1} + F_{g2}$$
$$= 150 + 250 + 300 = 700\ N$$

ب. لإيجاد الموقع الذي يجب أن تجلس فيه نهى بحيث يكون النظام متزن أُطبّق الشرط الثاني للاتزان. إذا أخذت محوراً عموديا على الصفحة عبر نقطة الارتكاز (O) (مركز كتلة اللوح) كمحور دوران لمعادلة العزم، فإن العزم الناتج عن كلّ من القوة العمودية(F_N) وقوة الجاذبية (F_g) يساوي صفراً. وأُلاحظ أن اللوح متزن أُفقيًا لذا فإنّ $(\theta = 90)°$.

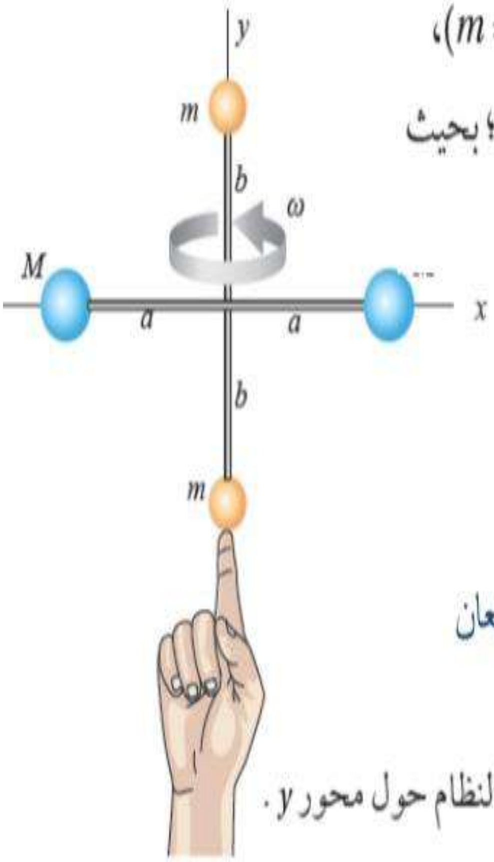
$$\Sigma \tau = 0$$
$$F_{g1} r_1 = F_{g2} r_2$$
$$250 \times r_1 = 300 \times 2.5$$
$$r_1 = \frac{750}{250} = 3m$$

يجب أن تجلس نهى على بُعد(3m) يمين نقطة ارتكاز اللوح الخشبي كي يكون النظام متزنًا.

14. **أُحلّل وأستنتج:** نظامٌ يتكوّن من أربع كراتٍ صغيرةٍ مثبّتةٍ في نهايات قضيبين مُهمَلي الكتلة. ويدور النظام حول محور y كما هو موضّحٌ في الشكل المجاور بسرعةٍ زاويّةٍ مقدارُها $(2\ rad/s)$. إذا علمتُ أنّ $(a = b = 20\ cm)$، و $(m = 50\ g)$، و $(M = 100\ g)$، وأنصافَ أقطارِ الكرات مهملة مقارنةً بطولي القضيبين؛ بحيث يُمكن عدُّها جُسيماتٍ نقطيّة؛ أحسب مقدار ما يأتي:

أ. عزم القصور الذاتي للنظام.

ب. الطاقة الحركية الدورانية للنظام.



يدور النظام حول محور y.

أ. ألاحظ أن عزم القصور الذاتي للكرتين (m) يساوي صفراً؛ لأنهما تقعان على محور الدوران (y) .

وأحسب عزم القصور الذاتي في هذه الحالة كما يأتي:

$$I = M a^2 + M a^2 = 2 M a^2$$
$$= 2 \times 100 \times 10^{-3} \times (20 \times 10^{-2})^2$$
$$= 8 \times 10^{-3}\ kg.m^2$$

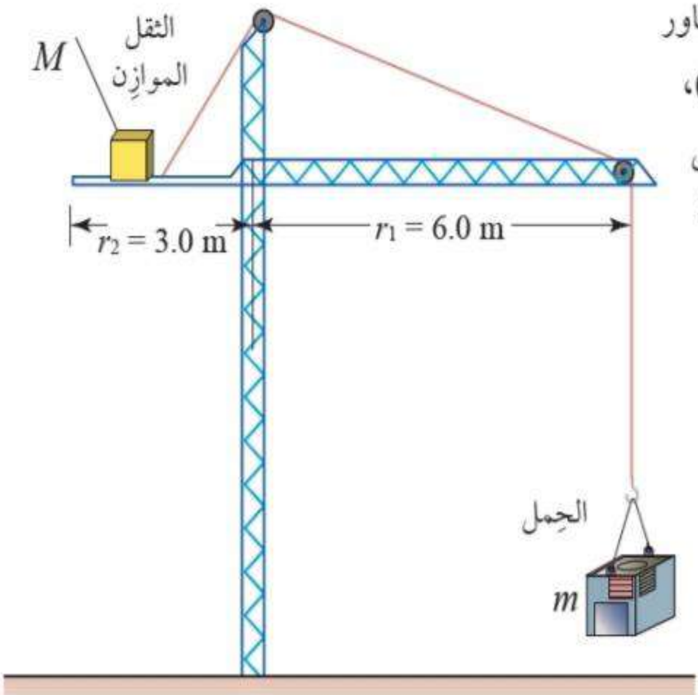
ب. أحسب الطاقة الحركية الدورانية للنظام كما يأتي:

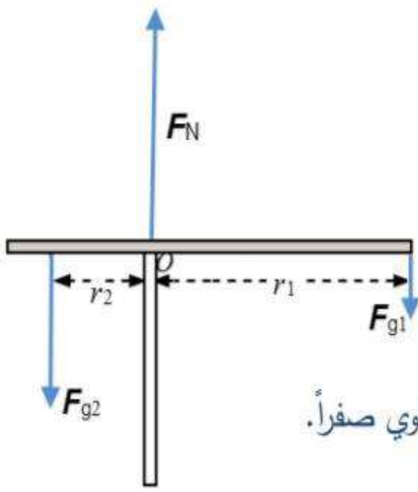
$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-3} \times (2)^2 = 1.6 \times 10^{-2}\ J$$

15. تُستخدم بعضُ أنواع الروافع لرفع الأثقال الكبيرة (الأحمال) إلى أعالي الأبراج والبنايات العالية. ويجب أن يكون العزم المُحصّل المؤثّر في هذه الرافعة صفرًا؛ كي لا يوجد عزم مُحصّلٌ يعملُ على إمالتها وسقوطها؛ لذا يوجد ثقلٌ موازِنٌ M على الرافعة لتحقيق اتّزانها، حيث يُحرّك عادةً هذا الثقل تلقائيًّا (بشكل أوتوماتيكي) عبر أجهزة استشعارٍ ومحرّكاتٍ لموازنة الحِمل بدقّة. يبيّن الشكل المجاور رافعةً في موقع بناءٍ ترفع حِملًا مقداره $(3.0 \times 10^3\ kg)$، ومقدار الثقل الموازِن $(1.0 \times 10^4\ kg)$. أستعينُ بالشكل والبيانات المثبّتة فيه للإجابة عمّا يأتي مهملًا كُتلة الرافعة؛ علمًا أن الرافعة متّزنة أُفقيًّا.

أ. أُحدّد موقع الثقل الموازِن عندما يكون الحِمل مرفوعًا عن الأرض وفي حالة اتّزانٍ سكونيّ.

ب. أُحدّد مقدارَ أكبر كتلة يُمكن أن تحملها الرافعة عندما يكون موقع الثقل الموازِن عند طرفها.





أ. يتأثر ذراع الرافعة بثلاث قوى (كتلة الرافعة مهملة) هي: وزن الحمل (F_{g1}) ووزن الثقل الموزان (F_{g2}) والقوة العمودية (F_N) المؤثرة في الرافعة عند نقطة الارتكاز (O) كما هو موضح في الشكل. لإيجاد موقع الثقل الموزان بحيث يكون النظام متزن أُطبق الشرط الثاني للاتزان. إذا أخذت محوراً عموديا على الصفحة عبر نقطة الارتكاز (O) كمحور دوران لمعادلة العزم، فإن العزم الناتج عن القوة العمودية (F_N) المؤثرة في اللوح يساوي صفراً. وأُلاحظ أن ذراع الرافعة متزن أُفقيًّا لذا فإن $\theta = 90$.

$$\Sigma\tau = 0$$

$$F_{g1} r_1 = F_{g2} r_2$$

$$3.0 \times 10^4 \times 6.0 = 1.0 \times 10^5 \times r_2$$

$$r2 = \frac{18 \times 10^4}{1 \times 10^5} = 1.8\ m$$

يجب أن يكون موقع الثقل الموزان على بُعد (1.8m) يسار نقطة الارتكاز (O) كي يكون النظام متزنًا.

ب. موقع الثقل الموا زن عند أبعد نقطة عن نقطة الارتكاز ($r_2 = 3.0$ m) ومقدار الثقل (m) هو المجهول. أطبّق الشرط الثاني للاتزان حول المحور (O) .

$$\Sigma\tau = 0$$

$$F_{g1} r_1 = F_{g2} r_2$$

$$F_{g1} \times 6.0 = 1.0 \times 10^5 \times 3.0$$

$$F_{g1} = \frac{3.0 \times 10^5}{6.0} = = 5.0 \times 10^4 \text{ N}$$

$$m_2 = \frac{F_{g1}}{g} = \frac{5.0 \times 10^4}{10} = 5.0 \times 10^3 \text{ kg}$$

المميز في الفيزياء

دوسيه الوحدة الثانية (الحركة الدورانية)
فيزياء التوجيهي العلمي والصناعي

إعداد المعلم: عبد الفتاح أبو الحاج

تابعنا على

قناة المميز ALMOMAIZعلى اليوتيوب

وصفحة المميز ALMOMAIZعلى الفيس بوك

للتواصل على رقم (0780199072)


ALmomaiz educational channel
ALMOMAIZ
ALMOMAIZ
ABEDALFATTAHABUALHAJ
Tc-Abedalfattah Abualhaj
0780199072


ALmomaiz educational channel
ALMOMAIZ
ALMOMAIZ
ABEDALFATTAHABUALHAJ
Tc-Abedalfattah Abualhaj
0780199072