مجموع مكعبين وتحليله

يُحلل مجموع المكعبين س^{٣} + ص^{٣} على الصورة :

س^{٣} + ص^{٣} = (س + ص) (س^{٢} – س ص + ص^{٢})

أيْ أنَّ : مجموع مكعبي مقدارين =

(الأوّل + الثاني) × (مربع الأوّل – الأول × الثاني + مربع الثاني).

السؤال الأول :

اكتب كلا مما يأتي على صورة مجموع مكعبين :

أ) ١ + ٨س^{٣} ب) $\frac{١}{١٢٥س^{٣}}$ + ٠,٠٢٧ ، س ≠ صفرا

الحل :

أ) ١ + ٨س^{٣} = (١)^{٣} + (٢س)^{٣}

ب) $\frac{١}{١٢٥س^{٣}}$ + ٠,٠٢٧ = $\frac{١}{١٢٥س^{٣}}$ + $\frac{٢٧}{١٠٠٠}$ = ($\frac{١}{٥س}$)^{٣} + ($\frac{٣}{١٠}$)^{٣}

السؤال الثاني :

حلل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملِها :

أ) $ع^{٣} + ٢١٦\ م^{٣}$ ب) $\frac{س^{٣}}{١٢٥} + \frac{٨ص^{٣}}{٢٧}$ جـ) $٢٥٠\ أ^{٣} + ٥٤\ ب^{٣}$

د) $١٦\ ص^{٣} + ٢س^{٣}$ هـ) $(س - ١)^{٣} + (ص + ١)^{٣}$ و) $\frac{س^{٦}}{٤} + \frac{٢٧\ ص^{٣}}{٥٠٠}$

ز) $م^{٩} + ١$ ح) $٦\ أ^{٣} س^{٣} + ٤٨\ س^{٣}$

ط) $(٥س - ١)^{٤} + (٥س - ١)$

الحل :

أ) $ع^{٣} + ٢١٦\ م^{٣} = ع^{٣} + (٦م)^{٣} = (ع + ٦م)(ع^{٢} - ٦ع\ م + ٣٦م^{٢})$

ب) $\frac{س^{٣}}{١٢٥} + \frac{٨ص^{٣}}{٢٧} = (\frac{س}{٥})^{٣} + (\frac{٢ص}{٣})^{٣}$

$= (\frac{س}{٥} + \frac{٢ص}{٣})(\frac{س^{٢}}{٢٥} - \frac{س}{٥} \times \frac{٢ص}{٣} + \frac{٤ص^{٢}}{٩})$

$= (\frac{س}{٥} + \frac{٢ص}{٣})(\frac{س^{٢}}{٢٥} - \frac{٢\ س\ ص}{١٥} + \frac{٤ص^{٢}}{٩})$

لفهم الإجابات والتمكن من طريقة تحليل مجموع مكعبين ، شاهد الفيديو التالي:

جـ) هنا خذ الرقم (٢) عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$٢٥٠ أ^{٣} + ٥٤ ب^{٣} = ٢ (١٢٥ أ^{٣} + ٢٧ ب^{٣}) = ٢ (٥أ + ٣ب) (٢٥أ^{٢} - ١٥أب + ٩ب^{٢})$

د) هنا خذ الرقم (٢) عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$١٦ ص^{٣} + ٢س^{٣} = ٢ (٨ص^{٣} + س^{٣}) = ٢ (٢ص + س) (٤ص^{٢} - ٢ س ص + س^{٢})$

هـ) $(س - ١)^{٣} + (ص + ١)^{٣}$ هذه صيغة مجموع مكعبين ، إذن التحليل يساوي

$((س - ١) + (ص + ١)) ((س - ١)^{٢} - (س - ١) (ص + ١) + (ص + ١)^{٢})$

الأول الثاني الأول تربيع الأول × الثاني الثاني تربيع

يُمكنك الإكتفاء بالإجابة لهُنا ...

لفك هذه الأقواس نقوم بما يلي :

$((س - ١) + (ص + ١)) ((س - ١)^{٢} - (س - ١) (ص + ١) + (ص + ١)^{٢}) =$

$(س - ١ + ص + ١) ((س^{٢} - ٢س + ١) - (س ص + س - ص - ١) + (ص^{٢} + ٢ص + ١))$

$(س + ص) (س^{٢} - ٢س + ١ - س ص - س + ص + ١ + ص^{٢} + ٢ص + ١)$

$(س + ص) (س^{٢} + ص^{٢} - س ص - ٣س + ٣ ص + ٣)$

و) تذكر أن : $(س^{ن})^{م} = س^{ن \times م}$ إذن ؛ $س^{٦} = س^{٢ \times ٣} = (س^{٢})^{٣}$

$$\frac{س^{٦}}{٤} + \frac{٢٧ ص^{٣}}{٥٠٠} = \frac{(س^{٢})^{٣}}{٤} + \frac{٢٧ ص^{٣}}{٥٠٠} = \frac{١}{٤}((س^{٢})^{٣} + (\frac{٣ص}{٥})^{٣}) = \frac{١}{٤}((س^{٢})^{٣} + \frac{٣ص}{٥})(س^{٤} - س^{٢} \times \frac{٣ص}{٥} + \frac{٩ص^{٢}}{٢٥})$$

هُنا أخذنا الربع عامل مشترك

$$= \frac{١}{٤}(س^{٢} + \frac{٣ص}{٥})(س^{٤} - \frac{٣ س^{٢} ص}{٥} + \frac{٩ص^{٢}}{٢٥})$$

ز) $م^{٩} + ١ = (م^{٣})^{٣} + ١ = (م^{٣} + ١)(م^{٦} - م^{٣} + ١)$

مجموع مكعبين

$$= (م + ١)(م^{٢} - م + ١)(م^{٦} - م^{٣} + ١)$$

ح) هنا خذ $(٦س^{٣})$ عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$٦ أ^{٣} س^{٣} + ٤٨ س^{٣} = ٦س^{٣}(أ^{٣} + ٨) = ٦س^{٣}(أ + ٢)(أ^{٢} - ٢أ + ٤)$$

ط) خذ $(٥س - ١)$ عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$(٥س - ١)^{٤} + (٥س - ١) = (٥س - ١)((٥س - ١)^{٣} + ١)$$

مجموع مكعبين

$$= (٥س - ١)((٥س - ١) + ١)((٥س - ١)^{٢} - (٥س - ١) + ١)$$

$$= (٥س - ١)(٥س - ١ + ١)((٢٥س^{٢} - ١٠س + ١) - ٥س + ١ + ١)$$

$$= (٥س - ١)(٥س)(٢٥س^{٢} - ١٠س + ١ - ٥س + ٢)$$

$$= (٥س - ١)(٥س)((٢٥س^{٢} - ١٥س + ٣)$$

السؤال الثالث :

كرتان من البلاستيك طول نصف قطر الأولى (س) سم ، وطول نصف قطر الثانية (أ) سم، صُهرتا معا وشُكلتا على شكل متوازي مستطيلات ارتفاعه ($\frac{\pi ٤}{٣}$) سم، وأحد بُعدي قاعدته (س + أ) سم ، جد البعد الآخر للقاعدة.

الحل :

بما أن الكرتان صُهرتا معًا وبعد الصهر أصبحتا متوازي مستطيلات ، إذن ؛

حجم الكرتين يساوي حجم متوازي المستطيلات

* حجم الكرة $= \frac{\pi ٤}{٣}$ نق^{٣}

* حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

حجم الكرة الأولى $= \frac{\pi ٤}{٣}$ (س)^{٣} ، حجم الكرة الثانية $= \frac{\pi ٤}{٣}$ (أ)^{٣}
حجم متوازي المستطيلات = (س + أ) × البعد الآخر × $\frac{\pi ٤}{٣}$

بما أن حجم الكرتين يساوي حجم متوازي المستطيلات ، إذن

حجم الكرة الأولى + حجم الكرة الثانية = حجم متوازي المستطيلات

$$\frac{\pi ٤}{٣} س^{٣} + \frac{\pi ٤}{٣} أ^{٣} = (س + أ) \times \text{البعد الآخر} \times \frac{\pi ٤}{٣}$$

$$\frac{\pi ٤}{٣} (س^{٣} + أ^{٣}) = (س + أ) \times \text{البعد الآخر} \times \frac{\pi ٤}{٣}$$

$$(س^{٣} + أ^{٣}) = (س + أ) \times \text{البعد الآخر}$$

$$(س^{٣} + أ^{٣}) = (س + أ) \times (س^{٢} - أ س + أ^{٢})$$

إذن ، البعد الآخر يساوي : (س^{٢} − أ س + أ^{٢}) سم .