

درب الكمال للدورات التدريبية

متخصصون في دورات الثانوية العامة الفروع الأكاديمية والمهنية

جبل عمان الدوار الثالث خلف فندق حياة عمان

0795344707 - 0795038532



الأول

ثانوي

الرياضيات

العلمي والصناعي

الوحدة الأولى

المعادلات والمتباينات

الأستاذ

محمد الحميدي



منهاجي

الحل:

الحد	المعامل الرئيسي	الدرجة	كثير حدود	القاعدة
٩	٩	٠	✓	$٩ = (س)$
٠,٧-	٥	١	✓	$٥ = (س) - ٠,٧$
٥	٣-	٢	✓	$٥ = (س) - ٣س^٢ + ١٢س + ٥$
٨	١	٣	✓	$٨ = (س) - ٣س^٢ + ٨س$
١	$\sqrt[٣]{٣}$	٣	✓	$١ = (س) - \sqrt[٣]{٣}س^٣ + ٧س + ١$
٠	٨-	٥	✓	$٠ = (س) - ٨س^٥ + ٢س$
×	×	×	×	$١ = (س) - ٣س^٦ + ٤س^٣ + \frac{١}{س}$
×	×	×	×	$٥ = (س) - ٣ + ٢س $
×	×	×	×	$١ = (س) - (٤)س^١$
×	×	×	×	$١ = (س) - [١ + ٦س]$
×	×	×	×	$١ = (س) - ٧س^{\frac{١}{٢}}$

(٢) إذا كان $١ = (س)$ كثير حدود من الدرجة الثالثة في $س$ فما درجة $١ = (س)$ ؟ الجواب ٦

(٣) للاقتتران $١ = (س) = (س) - ٢س^٢ + ٨س + ٥ - ٣س^٣ + ٨س$ جد درجة الاقتتران $١ = (س)$ والمعامل الرئيسي والحد الثابت

الحل: $١ = (س) = (س) - ٢س^٢ + ٨س + ٥ - ٣س^٣ + ٨س$
 $١ = (س) - ٢س^٢ + ٨س + ٥ - ٣س^٣ + ٨س$
 الدرجة = ٢ ، المعامل الرئيسي = ٨ -
 الحد الثابت = صفر

(٤) إذا كان $١ = (س)$ كثير حدود من الدرجة الثانية

$١ = (٠) = ١$ ، $١ = (١) = ٦$ ، $١ = (١-) = ٠$ جد $١ = (س)$:

الحل: $١ = (س) = ٢س^٢ + ب + ج$

* $١ = (٠) = ١ \iff ١ = ج + ٠ + ٠ \iff ١ = ج$

* $٦ = (١) = ٦ \iff ٦ = ج + ب + ٢ \iff ٦ = ج + ب + ٢$

$٦ = ١ + ب + ٢ \iff ٦ = ١ + ب + ٢ \iff ٥ = ب$ ①

* $٠ = (١-) = ٠ \iff ٠ = ١ + ب - ٢ \iff ٠ = ١ + ب - ٢ \iff ١ = ب - ١$.. ②

نجمع ① مع ② $٢ = ب$

عوض في ① $٣ = ب$

$١ = (س) = ٢س^٢ + ٣س + ١$

كثيرات الحدود

الاقتتران: هو علاقة يرتبط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط في مداها .

الاقتتران	صورته العامة
الثابت	$١ = (س) = ٢ ، ٢ \in ٢ ، ٢ \neq ٠$
الخطي	$١ = (س) = ٢س + ب ، ٢ \neq ٠$
التربيعي	$١ = (س) = ٢س^٢ + ب٢س + ج ، ٢ \neq ٠$
التكعيبي	$١ = (س) = ٢س^٣ + ب٢س^٢ + ج٢س + د ، ٢ \neq ٠$

* تعريف كثيرات الحدود :

هو اقتتران مجاله ومداها الأعداد الحقيقية $ح$ أو مجموعة جزئية منها :

$١ : ح \iff ح$

$١ = (س) = ٢س^٢ + ١س^١ + + ١س^٠ + ٢$

* $ن$: عدد صحيح غير سالب $\iff ن =$ درجة الاقتتران
 * $٢ \neq ٠$

* $٢ ، ١ ، ، ٢س^١ ، ٢$ تسمى معاملات كثير

الحدود $١ = (س)$ (أعداد حقيقية)

* ٢ معامل أكبر قوة (المعامل الرئيسي)

٢ الحد الثابت (الحد المطلق)

الاقتتران الصفري: $١ : ح \iff ح$

$١ = (س) = ٠ ، ٠ \in ٢ \iff (٧ لكل)$

كثير حدود ليس له درجة وليس له معامل رئيسي

(١) أي الإقتترانات التالية اقتتران كثير حدود وإن كان كذلك فما درجته؟ وما معاملته الرئيسي والحد الثابت :

$١ = (س)$

$١ = (س) = ٥س - ٠,٧$

$١ = (س) = ٥ - ٣س^٢ + ١٢س + ٥$

$١ = (س) = ٨ - ٣س^٢ + ٨س$

$١ = (س) = \sqrt[٣]{٣}س^٣ - ٧س + ١$

$١ = (س) = ٤س^٤ - ٨س^٥ + ٢س$

$١ = (س) = ٣س^٦ - ٤س^٣ + \frac{١}{س}$

$١ = (س) = |٣ + ٢س|$

$١ = (س) = (٤)س^١$

$١ = (س) = [١ + ٦س]$

$١ = (س) = ٧س^{\frac{١}{٢}}$

*** العمليات على كثيرات الحدود :**

المقصود بالعمليات على كثيرات الحدود هي عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة.

(١) الجمع والطرح :

عند جمع أو طرح اقترانين نجمع أو نطرح معاملات الحدود المتشابهة فينتج اقتران كثير حدود جديد حيث درجة $(\pm هـ) \geq$ أعلى الدرجتين للإقترانين $هـ$ ،

(٧) إذا كان $هـ(س) = س^٣ + س^٢ - ٥$ ، وكان $هـ(س) = س^٣ + س^٢ - ٥$ فأوجد :

(٢) $هـ(س) + هـ(س)$ (ب) $هـ(س) - هـ(س)$

الحل : (٢) $هـ(س) + هـ(س) = هـ(س) + هـ(س)$

$$\begin{aligned} (س^٣ + س^٢ - ٥) + (س^٣ + س^٢ - ٥) &= \\ (س^٣ + س^٢ - ٥) + (س^٣ + س^٢ - ٥) &= \\ ٢س^٣ + ٢س^٢ - ١٠ &= \end{aligned}$$

(ب) $هـ(س) - هـ(س) = هـ(س) - هـ(س)$

$$\begin{aligned} (س^٣ + س^٢ - ٥) - (س^٣ + س^٢ - ٥) &= \\ س^٣ + س^٢ - ٥ - س^٣ - س^٢ + ٥ &= \\ ٠ &= \end{aligned}$$

(٢) عملية الضرب : $هـ(س) \cdot هـ(س)$ ، $هـ(س) \times هـ(س)$ ، $هـ(س) (هـ)$

درجة $هـ(س) \cdot هـ(س) =$ درجة $هـ$ + درجة $هـ$

(٨) إذا كان $هـ(س) = س^٢ + س$ ، $هـ(س) = س^٣ - س^٢$ فأوجد $هـ(س) \cdot هـ(س)$ ثم حدد درجة الاقتران الناتج :

الحل : $هـ(س) \cdot هـ(س) = (س^٢ + س)(س^٣ - س^٢)$

$$\begin{aligned} (س^٢ + س)(س^٣ - س^٢) &= (س^٢ \times س^٣) + (س \times س^٣) + (س^٢ \times -س^٢) + (س \times -س^٢) \\ &= س^٥ + س^٤ - س^٤ - س^٣ \\ &= س^٥ - س^٣ \end{aligned}$$

لاحظ أن درجة $هـ(س) \cdot هـ(س) = ٥ =$ درجة $هـ$ + درجة $هـ$

(٩) أوجد $هـ$ في الاقتران $هـ(س) \cdot هـ(س)$ دون إجراء عملية

الضرب حيث $هـ(س) = س^٢ + س^٣ - ٥$ ، $هـ(س) = س^٢ + س^٣ - ٥$:

الحل : $هـ(س) = س^٢ + س^٣ - ٥$

$$٢٣ = ٢١ + ٢ =$$

$$٢٣ = هـ$$

(٥) إذا كان $هـ(س)$ كثير حدود من الدرجة الثانية

$هـ(س) = س^٢$ ، $هـ(١) = ٠$ ، $هـ(٢) = ٨$

$هـ(٤) = ٠$ جد $هـ(س)$

الحل : $هـ(س) = س^٢ + ب س + ج$

$$٠ = هـ(١) = ١ + ب + ج \quad (١)$$

$$٨ = هـ(٢) = ٤ + ٢ب + ج \quad (٢)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (٣)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (٤)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (٥)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (٦)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (٧)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (٨)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (٩)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (١٠)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (١١)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (١٢)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (١٣)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (١٤)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (١٥)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (١٦)$$

$$٠ = هـ(٤) = ١٦ + ٤ب + ج \quad (١٧)$$

(٤) إذا كان $هـ(س) = س^٢ + س - ٧$ ، أوجد $هـ(١ + هـ)$

الحل : $هـ(١ + هـ) = (١ + هـ)(س^٢ + س - ٧)$

$$٧ - (١ + هـ) = ٧ - ١ - هـ = ٦ - هـ$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

$$٧ - ٥ + هـ٥ + (١ + هـ٢ + هـ٢) =$$

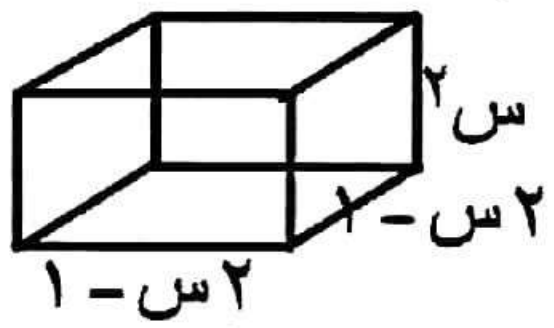
$$\begin{aligned} (2) \text{ المساحة الكلية} &= \text{مساحة القاعدتين} + \text{مساحة الجوانب} \\ &= (2 \times (\text{طول القاعدة} \times \text{عرضها}) + \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع}) \\ &= (2 \times ((1-s)(s)) + ((1-s)^2 + s^2)(s)) \\ &= 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2 \\ &= 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2 &= 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2 \\ 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2 &= 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2 \\ 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2 &= 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2 \end{aligned}$$

$$(3) \quad 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2 = 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2$$

$$2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2 = 2s(1-s) + (1-s)^2 + s^2$$

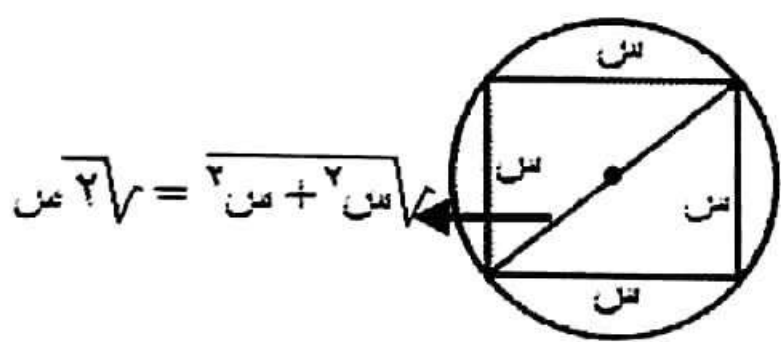
(13) صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها $(1-s)$ وارتفاعه s ، جد
الاقتران الذي يمثل : (أ) مساحة قاعدتي الصندوق
(ب) المساحة الجانبية للصندوق (ج) حجم الصندوق



$$\begin{aligned} (أ) \text{ م(س)} &= (1-s)^2 \\ (ب) \text{ م(س)} &= 4s(1-s) \\ (ج) \text{ م(س)} &= (1-s)^2 s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ب) \text{ ل(س)} &= 4(1-s)s = 4s(1-s) \\ (ج) \text{ م(س)} &= (1-s)^2 s = s(1-s)^2 \end{aligned}$$

(14) رسم مربع طول ضلعه (s) سم داخل دائرة بحيث تقع رؤوسه على الدائرة ، اكتب الاقتران الذي يدل على المساحة المحصورة بين الدائرة والمربع :



$$\begin{aligned} \text{م(الدائرة - المربع)} &= \pi \left(\frac{s}{2}\right)^2 - s^2 \\ &= \frac{\pi s^2}{4} - s^2 \end{aligned}$$

$$\pi \left(\frac{s}{2}\right)^2 - s^2 = \frac{\pi s^2}{4} - s^2$$

(15) إذا كان s ، ه كثير الحدود من الدرجة $2+n$ ، $2-n$ على التوالي حيث $n \leq 2$ ، $n \geq 2$ وكانت درجة كثير الحدود (ه . ه) تساوي 12 فجد درجة كل من ه ، ه

الحل : درجة (ه . ه) = (س) = درجة ه + درجة ه

$$12 = (2-n) + (2+n)$$

$$0 = 12 - n + n$$

$$0 = (3-n)(4+n)$$

$$n = 3 \text{ تهمل } 4 = n$$

$$\text{درجة ه} = 11, \text{ درجة ه} = 1$$

$$(10) \text{ ه(س)} = (s^3 - s^2 + 2s^3)^2$$

$$\text{و(س)} = s^2 \text{ ه(س)}^2, \text{ جد م في الاقتران و(س) :}$$

$$\text{الحل : و(س)} = s^2 \text{ ه(س)}^2 = s^2 (s^3 - s^2 + 2s^3)^2$$

$$(11) \text{ و(س)} = s^3 + s^2 - 7$$

$$\text{ع(س)} = s^3 + s^2 - 7, \text{ جد :}$$

$$(أ) (2s^3 + 3s^2 - 7)(s) \quad (ب) (s - \frac{1}{2})(s)$$

$$(ج) (s \times 7)(s)$$

$$\text{الحل : } (2s^3 + 3s^2 - 7)(s)$$

$$\begin{aligned} &= (2s^3 + 3s^2 - 7)(s) \\ &= 2s^4 + 3s^3 - 7s \end{aligned}$$

$$(s - \frac{1}{2})(s)$$

$$(2s^3 + 3s^2 - 7)(s) - (s - \frac{1}{2})(s)$$

$$2s^4 + 3s^3 - 7s - s + \frac{1}{2} = 2s^4 + 3s^3 - 8s + \frac{1}{2}$$

$$2s^4 + 3s^3 - 8s + \frac{1}{2} = 2s^4 + 3s^3 - 8s + \frac{1}{2}$$

$$(s \times 7)(s)$$

$$\begin{aligned} &= (2s^3 + 3s^2 - 7)(s) \\ &= 2s^4 + 3s^3 - 7s \end{aligned}$$

(12) يقوم حداد بصنع خزانات مياه كل منها على شكل متوازي مستطيلات طول قاعدته (s) متر وعرضها يعطى بالعلاقة $ل(س) = (1-s)$ متر فإذا كان ارتفاع الخزان

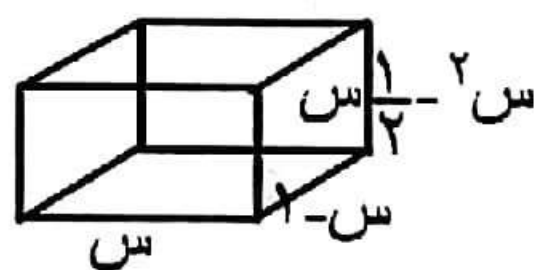
$$\text{ع(س)} = (s - \frac{1}{2}) \text{ متر :}$$

(1) اكتب الاقتران الذي يدل على حجم الخزان
(2) اكتب الاقتران الذي يدل على المساحة الكلية للخزان
(3) إذا طلب زبون من الحداد صنع خزان طول ضلع قاعدته 2 متر ، جد سعة الخزان من المياه

الحل :

$$(1) \text{ حجم متوازي المستطيلات} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{ع} = s \times (1-s) \times (s - \frac{1}{2})$$



$$\text{ع} = (s - \frac{1}{2})(s)(1-s)$$

$$\text{ع} = s(s - \frac{1}{2})(1-s) = s(s^2 - \frac{1}{2}s - s + \frac{1}{2}) = s(s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{1}{2})$$

(٣) اقسام الاقتران $و(س) = س^٥ - ١$ على $ه(س) = س^٢ - ١$
الحل :

خارج القسمة $س^٣ + س$ الباقى = $س - ١$	$\begin{array}{r} س^٣ + س \\ ١ - س^٢ \overline{) ١ - س^٥} \\ \underline{س^٣ - س} \\ ١ - س^٣ \\ \underline{س^٣ - س} \\ ١ - س \end{array}$
---	--

(٤) جد ناتج وباقي قسمة كثير الحدود $و$ على كثير الحدود $ه$ حيث

$و(س) = س^٤ - س^٣ + ١$ ، $ه(س) = س^٢ + ٢$

خارج القسمة $\frac{١}{٢} س^٢ - \frac{١}{٢} س$ والباقي $١ + س^٢$	$\begin{array}{r} \frac{١}{٢} س^٢ - \frac{١}{٢} س \\ ١ + س^٢ \overline{) س^٤ - س^٣ + ١} \\ \underline{س^٢ - \frac{١}{٢} س} \\ ١ + س^٣ - \frac{١}{٢} س \\ \underline{س^٣ - \frac{١}{٢} س} \\ ١ + س^٢ \pm س^٢ \pm س^٢ \\ \underline{١ + س^٢} \\ س^٢ \pm س^٢ \pm س^٢ \\ \underline{١ + س^٢} \end{array}$
--	---

(١٨) جد خارج وباقي قسمة $و(س) = س^٤ + س^٢ + ٥س^٣ - ٧$ على $ه(س) = س^٣ + ١ - س$ ثم تحقق من صحة الحل :
الحل :

الناتج $٥س - ١١$ الباقى $١٨ - ٣٨س$	$\begin{array}{r} دس - ١١ \\ ١ - س + س^٣ \overline{) ٥س^٤ + س^٢ - ٧} \\ \underline{٥س^٣ - ٥س + ١١} \\ ١١ - ٥س + س^٢ - ٧ \\ \underline{١١ - ٥س + س^٢} \\ ١٨ - ٣٨س \end{array}$
---	---

التحقق من صحة الحل :
خارج القسمة $\times$ المقسوم عليه + الباقي = المقسوم

$(٥س - ١١)(١ - س + س^٣) + (١٨ - ٣٨س)$

$٥س^٤ + س^٢ + ٥س^٣ - ٧ - ٥س^٣ + ٥س - ١١س^٣ + ١١س^٢ - ١٨س + ٣٨س^٣ - ١١س^٢ + ١١$

$٥س^٤ + ٥س^٣ - ٧$

الفصل الأول : كثيرات الحدود

أولاً : قسمة كثيرات الحدود :

نستخدم طريقة القسمة الطويلة لقسمة كثيري حدود وفي هذه الطريقة يجب أن تكون درجة المقسوم أكبر أو تساوي درجة المقسوم عليه.

* المقسوم = خارج القسمة $\times$ المقسوم عليه + الباقي
* درجة المقسوم = درجة خارج القسمة + درجة المقسوم عليه
* درجة خارج القسمة = درجة المقسوم - درجة المقسوم عليه

تذكر : إذا كان $و$ ، $ه$ كثيري حدود ، فيوجد كثير الحدود وحيدان $ل$ ، $ر$ بحيث يكون : $و(س) = ل(س) \times ه(س) + ر(س)$
حيث $٠ \leq \text{درجة } ر < \text{درجة } ه$
وأن درجة $و = \text{درجة } ل + \text{درجة } ه$

(١) أذكر درجة خارج قسمة $و(س)$ على $ه(س)$ فيما يلي دون إجراء عملية القسمة الطويلة :
(٢) $و(س) = س^٥ - س^٣ + ٢س^٢ + ٧$ ، $ه(س) = س^٢ + ٢$
الحل : الدرجة الثالثة

(ب) $و(س) = س^٣ + س^٢ - ٥$ ، $ه(س) = س - ٢$
الحل : الدرجة الثانية

(ج) $و(س) = س^٦ - ٢$ ، $ه(س) = س^٣ + س^٢ - ١$
الحل : الدرجة الثالثة

***خطوات إيجاد خارج وباقي قسمة اقترانين ***

(١) نرتب حدود $و$ ، $ه$ تنازلياً حسب قوى $س$.
(٢) نقسم الحد الأول في المقسوم على الحد الأول في المقسوم عليه ونضعه حد في خارج القسمة.
(٣) نضرب المقسوم عليه بما حصلنا عليه في الخطوة (٢) ونطرح الناتج من المقسوم .
(٤) نكرر الخطوات ٢ ، ٣ حتى نحصل على باقي درجته أقل من درجة المقسوم عليه.

(٢) أوجد خارج وباقي قسمة الاقتران

$و(س) = ١ + س^٣ - ٧س^٢$ على $ه(س) = س - ٢$

خارج القسمة $٣س^٢ - ٥س - ٢$ الباقى = $- ٣$	$\begin{array}{r} ٣س^٢ - ٥س - ٢ \\ س - ٢ \overline{) ١ + س^٣ - ٧س^٢} \\ \underline{س^٣ - ٢س^٢} \\ ١ - ٥س^٢ - ٧س^٢ \\ \underline{١ - ٢س^٢} \\ - ٥س^٢ - ٧س^٢ \\ \underline{- ٥س^٢ + ١٠س} \\ ١٠س - ٧س^٢ \\ \underline{١٠س - ٢٠} \\ - ٣ \end{array}$
---	---

* القسمة التركيبية : نستخدم هذه الطريقة فقط إذا كان المقسوم عليه خطي .

(١) أوجد خارج وباقي قسمة

و (س) = $2س^2 - 3س + 5$ على $س - 2$:

الحل :

$س^2$	$س$	$س^2$	$س$
$3-$	8	$2-$	$4+$
5	4	$1-$	$2 \times$
5	0	5	0

الناتج $2س^2 - 3س + 5$ ، الباقي 5

(٢) و (س) = $4س^3 - 2س^2 + 5س + 5$ ، أوجد خارج وباقي قسمة و (س) على ه (س) :

الحل :

$س^3$	$س^2$	$س$	$س^3$
4	0	$2-$	5
$8-$	16	$28-$	$23-$
4	$8-$	14	$23-$

$4س^3 - 2س^2 + 5س + 5$ الباقي 23

(٣) أوجد و ه باستخدام طريقة القسمة التركيبية :

(٢) و (س) = $5س^5 - 15س^3 + 10س^2 + 60س + 72$ ، ه (س) = $س + 3$:

الحل :

$س^5$	$س^4$	$س^3$	$س^2$	$س$	$س^5$
1	0	$15-$	$10-$	60	72
$3-$	3	9	18	$24-$	$108-$
1	$3-$	$6-$	8	36	$36-$

$5س^5 - 15س^3 + 10س^2 + 60س + 72$ الباقي $(36-)$ (ناتج القسمة)

(٤) بطريقتين مختلفتين جد خارج وباقي قسمة

و (س) = $3س^3 - 8س + 6$ على ه (س) = $س - 1$:

الحل : القسمة المطولة

$3س^3 - 8س + 6$	$س^2 - 2س + 7$
$3س^3 - 3س^2 + 3س - 8س + 6$	$3س^3 - 3س^2 + 3س - 8س + 6$
$0س^3 + 5س^2 - 5س + 6$	$0س^3 + 5س^2 - 5س + 6$
$5س^2 - 5س + 6$	$5س^2 - 5س + 6$
$5س^2 - 5س + 6$	$5س^2 - 5س + 6$
$0س^2 + 0س + 0$	$0س^2 + 0س + 0$

خارج القسمة

$س^2 - 2س + 7$
والباقي 1

القسمة التركيبية ه (س) = $(س - 1)$ بالقسمة على $س - 1$

$س^3$	$س^2$	$س$	$س^3$
1	0	$8-$	6
1	1	$7-$	$1-$
1	1	$7-$	$1-$

خارج القسمة = $\frac{س^2 + س - 7}{1} = س^2 - س + 7$
والباقي 1

(٥) إذا كان و (س) = $س^4 - 2س^3 + 8س + 4$ ، ه (س) = $س + 2$ فجد كلاً مما يأتي :

(١) $\frac{س}{ه}$ (س) (٢) $\frac{س}{ه}$ (١)

الحل : $س + 2 = 0 \Rightarrow س = -2$

$س^4$	$س^3$	$س^2$	$س$	$س^4$
1	0	$1-$	8	4
$2-$	$2-$	4	$6-$	$4-$
1	$2-$	3	2	0

خارج القسمة = $س^3 - 2س^2 + 3س + 2$ والباقي 0

(١) $\frac{س}{ه}$ (س) = $س^3 - 2س^2 + 3س + 2$ ، $\frac{س}{ه}$ (٢) = $س + 2$

(٢) $\frac{س}{ه}$ (١) = $س^3 - 2س^2 + 3س + 2$ ، $\frac{س}{ه}$ (٢) = $س + 2$

$4 = 0 + 2 + 3 + 2 - 1 =$

(٦) سجادة مستطيلة الشكل مساحتها تعطى بالاقتران و (س) = $(س^3 + 3س^2 + 16س + 2)$ ، إذا كان طول السجادة (س + ٤) م فجد عرضها بدلالة س :

الحل : المساحة = الطول × العرض

$\frac{مساحة}{العرض} = \frac{الطول}{س + 4}$

$س^3$	$س^2$	$س$	$س^3$
1	3	0	16
1	$4-$	$4-$	$16-$
1	$1-$	4	0

العرض = $س^2 - س + 4$

(٧) إذا كان حجم متوازي مستطيلات يعطى بالاقتران ع الذي قاعدته ع (س) = $س^3 - 3س^2 + 3س + 3$ متر مكعب ، وكان بعده الأول (س - ١) متر ، وبعده الثاني (س + ١) متر ، فجد بعده الثالث بدلالة س :

الحل : (س - ١) عامل $\Rightarrow س = 1$

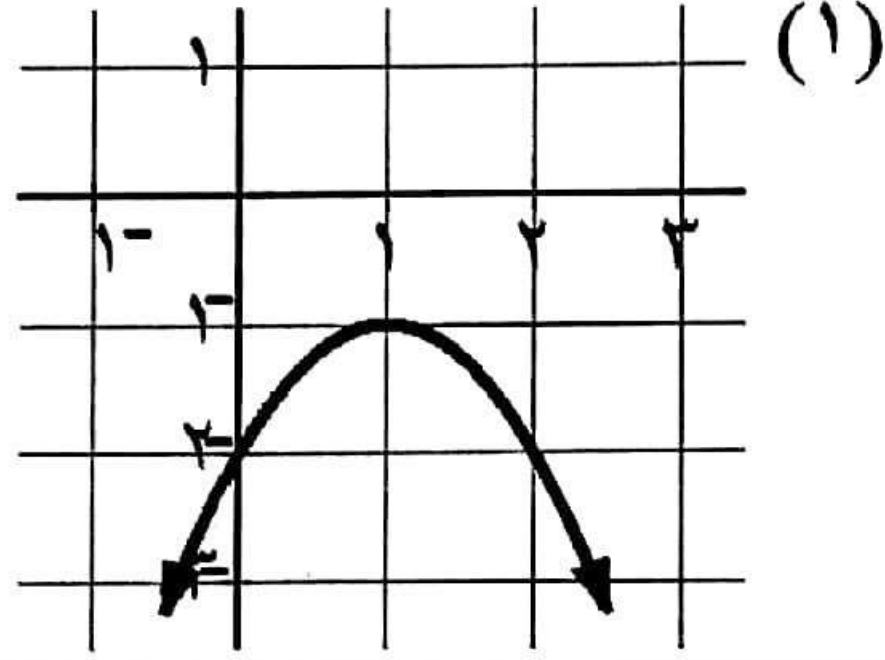
$س^3$	$س^2$	$س$	$س^3$
1	$3-$	$1-$	3
1	1	$2-$	$3-$
1	$2-$	$3-$	0

خارج القسمة = $س^2 - 2س - 3$

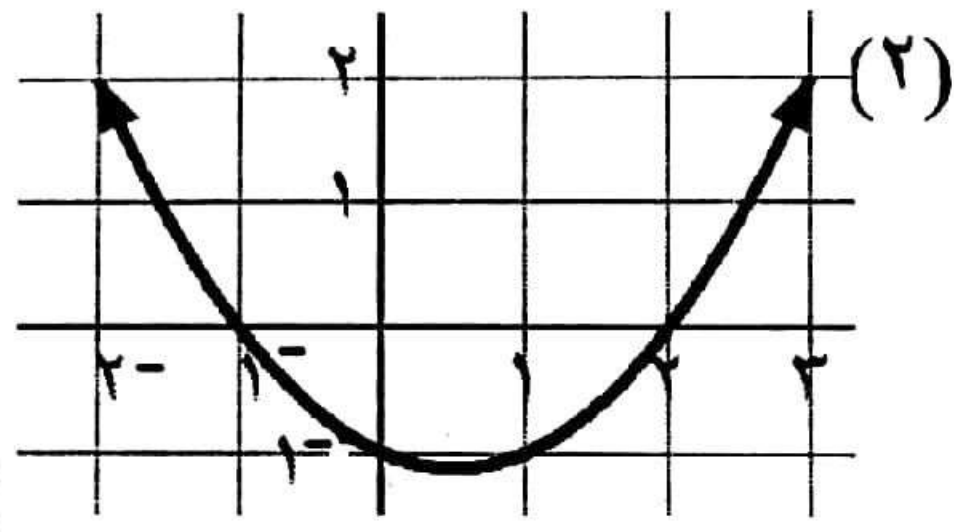
7

(5) $و(س) = س^4 + س^2 + س + 2$ ، $ه(س) = س + 2$ ، $س + 2 = و(س)$
الحل : $و(س) = (س - 2) + 2 + 2(س - 2) + 4(س - 2) = (س - 2) + 2 + 2(س - 2) + 4(س - 2) = 2 + 2(س - 2) + 4(س - 2) = 2 + 2س - 4 + 4س - 8 = 6س - 10$
 $0 \neq 24 = 2 + 2 - 8 + 16 =$
 $\therefore ه$ ليس عامل من عوامل $و$

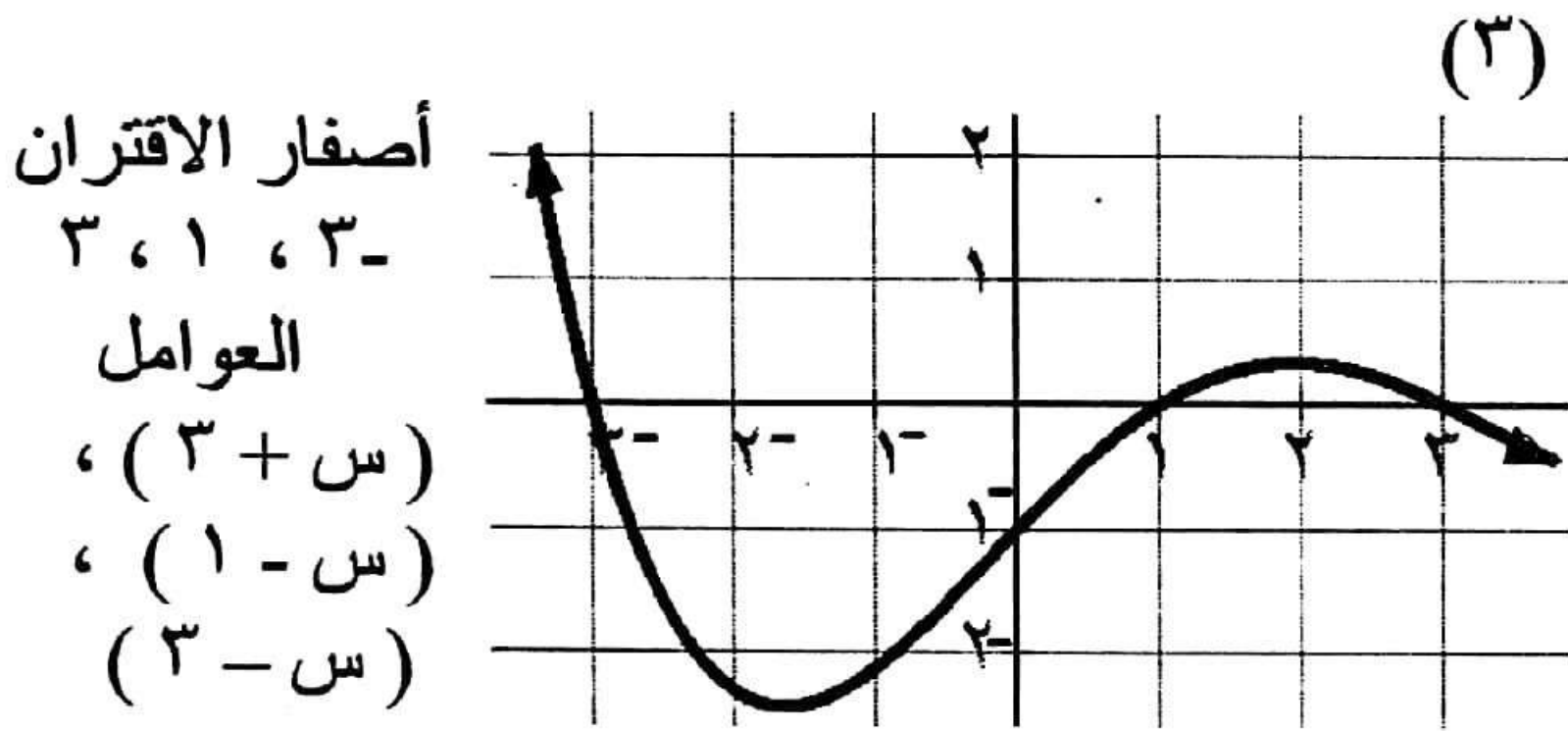
(3) في الأشكال التالية أوجد أصفار الاقتران وحدد عواملها:



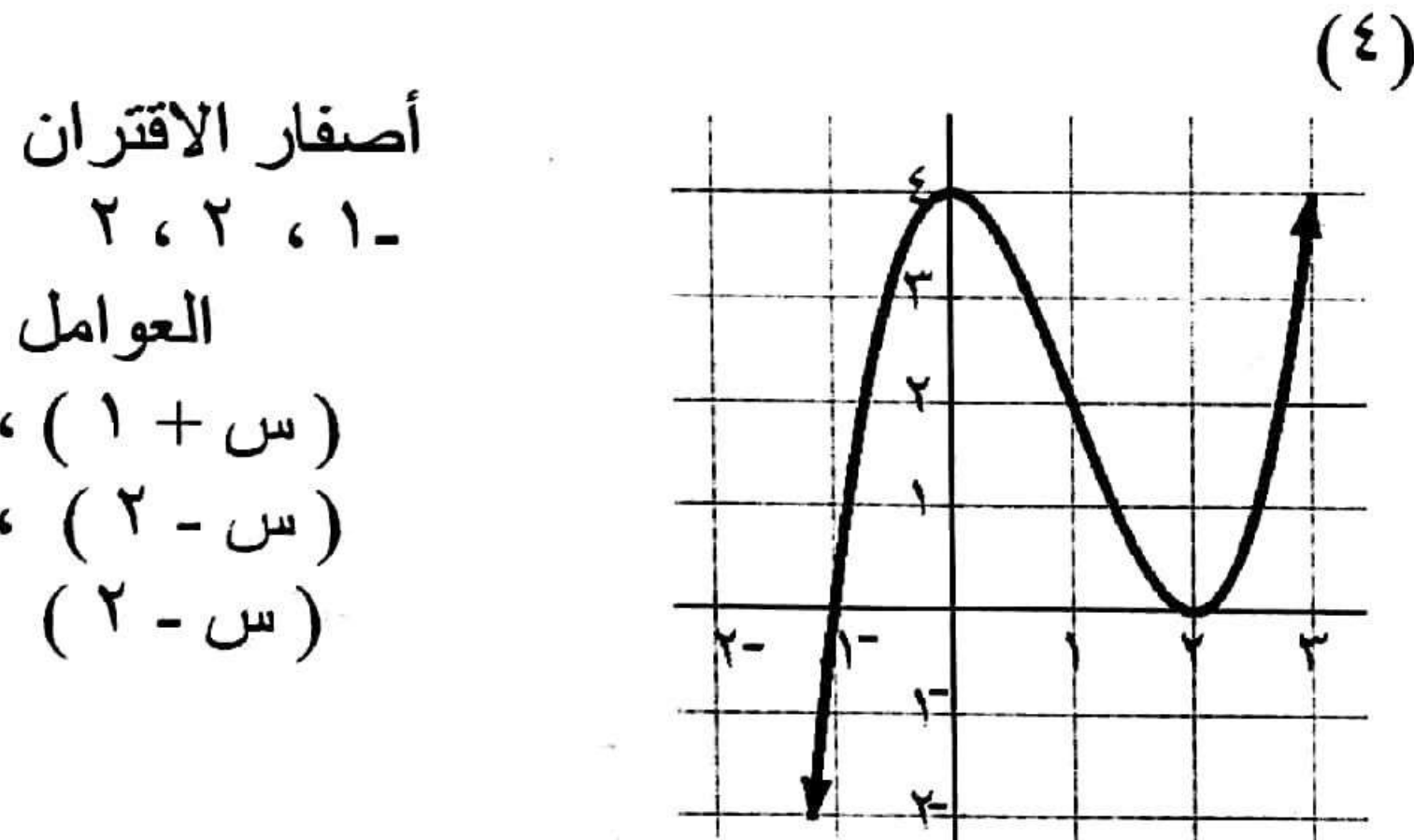
لا يوجد أصفار
الاقتران لا يحل
يعتبر أولي



أصفار الاقتران
1 - ، 2
العوامل
(1 + س) ، (2 - س)



أصفار الاقتران
3 ، 1 ، 3 -
العوامل
(3 + س) ،
(1 - س) ،
(3 - س)



أصفار الاقتران
2 ، 2 ، 1 -
العوامل
(1 + س) ،
(2 - س) ،
(2 - س)

(4) إذا كان باقي قسمة $و(س) = س^3 + س^2 + س + 2$ على $ه(س) = س^2 + 1$ يساوي 5 أوجد قيم الثابت ج :

الحل : $و(س) = س^3 + س^2 + س + 2 = (س^2 + 1)س + 1 = س(س^2 + 1) + 1$

$5 = و(س) = س(س^2 + 1) + 1 = س^3 + س + 1$

$5 = و(س) = س(س^2 + 1) + 1 = س^3 + س + 1$

ثانياً : نظرية الباقي ونظرية العامل :

نظرية الباقي :

باقي قسمة كثير الحدود $و(س)$ على $ه(س) = س - م$ هو $و(م)$
 باقي قسمة $و(س)$ على $ه(س) = س + م$ هو $و(-م)$:

نظرية العوامل :

إذا كان $ه(س) = س - م$ ، عاملاً من عوامل كثير الحدود $و(س)$ إذا كان $و(م) = 0$ صفاً والعكس صحيح أي أنه إذا كان $و(م) = 0$ صفاً فإن $س - م$ أحد عوامل $و(س)$

* $س - م$ عامل $و(س) \iff و(م) = 0$
 * $س + م$ عامل $و(س) \iff و(-م) = 0$

(1) جد باقي قسمة الاقتران $و(س)$ على $ه(س)$ باستعمال نظرية الباقي لكل مما يلي

(م) $و(س) = س^3 - س^2 + س + 1$ ، $ه(س) = س - 3$
الحل : $و(3) = 3^3 - 3^2 + 3 + 1 = 27 - 9 + 3 + 1 = 22$ الباقي

(ب) $و(س) = س^4 + س^3 - 5س + 2$ ، $ه(س) = س + 5$
الحل : $و(-5) = (-5)^4 + (-5)^3 - 5(-5) + 2 = 625 - 125 + 25 + 2 = 527$ الباقي

(ج) $و(س) = س^2 + س + \frac{3}{4}$ ، $ه(س) = س^2 - 1$
الحل : $و(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$1 = و(س) = س^2 + س + \frac{3}{4} = 1 + 1 + \frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ الباقي

(2) باستخدام نظرية العوامل بين أن الاقتران $ه(س)$ عامل من عوامل الاقتران $و(س)$ لكل مما يأتي :

(م) $و(س) = س^3 - س^2 + 3س - 1$ ، $ه(س) = س - 1$
الحل : $و(1) = 1^3 - 1^2 + 3(1) - 1 = 1 - 1 + 3 - 1 = 2$
 $\therefore ه$ عامل من عوامل $و$

(ب) $و(س) = س^2 - س^3 + 2س + 4$ ، $ه(س) = س^2 - 4$
الحل : $و(2) = 2^2 - 2^3 + 2(2) + 4 = 4 - 8 + 4 + 4 = 0$
 $\therefore ه$ عامل من عوامل $و$

(ج) $و(س) = س^3 + س^2 - س + 6$ ، $ه(س) = س + 3$
الحل : $و(-3) = (-3)^3 + (-3)^2 - (-3) + 6 = -27 + 9 + 3 + 6 = -9$
 $\therefore ه$ عامل من عوامل $و$

(١٠) أوجد قيم م التي تجعل س - ٢ عاملاً من عوامل
الاقتران $١(س) = س^٣ - ٢س^٢ + ٢س - ١$:
الحل : $١(٢) = ٠ = ١ - ٢س + ٢س^٢ - ١ = ٠$

$$\frac{٥}{٢} = م \iff ٥ = ٢م \iff ٠ = ١ - ٢م + ٤ = ٥$$

(١١) أوجد قيمة م التي تجعل باقي قسمة الاقتران
 $١(س) = (س + ٣)(٢س + ٥) + ١$ على الاقتران
 $١(س) = س + ٢$ هو ٦ :

الحل : $١(٢) = ٦ = (٢ + م)(٤) + ٥ = ١ + ٢م \iff ٦ = ١ + ٢م$
 $٦ = ١ + ٢م \iff ٥ = ٢م \iff ٢.٥ = ٢م \iff م = \frac{٥}{٢}$

(١٢) إذا كان باقي القسمة $١(س)$ على $١(س) = س + ٣$
هو ٦ وكان ل $١(س) = ٤$ (س) - ٨ فما باقي قسمة ل (س)
على هـ (س) :

الحل : $١(٣) = ٦ = (٣ - س) + ٨$
ل $١(٣) = ٤ = (٣ - س) + ٨ = ٨ - ٢س = ٨ - ٢(٤) = ٨ - ٨ = ٠$

(١٣) إذا علمت أن $١(س) = س^٣ + ٣س + ١$ يقبل القسمة
على هـ (س) = $٢س^٢ - س - ٢$ فما قيم م ، ب :

الحل : $٢س^٢ - س - ٢ = (٢ + س)(٢ - س) = ٤ - س^٢$

$$٠ = ٢س^٢ + ٨ = ٢(٢) + ٨ = ٨ + ٤ = ١٢$$

$$١..... ٨ = ٢ + م$$

$$٠ = ٢ + م - ١ = ١ + م$$

$$٢..... ١ = ٢ + م$$

بالطرح ① - ② $٣ = م$

$$٢ = ب$$

(١٤) أوجد كثير حدود من الدرجة الثالثة بحيث تكون
 $(٣ + س)(١ + س)(١ - س)$ عوامل له :

الحل : $١(س) = (٣ + س)(١ + س)(١ - س) = ٣ - ٢س^٢ + ٣س - ٣س^٣$

$$٣ - ٢س^٢ + ٣س - ٣س^٣ = ٣ - ٢س^٢ + ٣س - ٣س^٣$$

(١٥) إذا كان $١(س)$ اقتراناً كثير الحدود من الدرجة الثالثة ،
وعوامله $(١ - س)$ ، $(٢س - ٤)$ ، $(٣ - س)$ ، فاكتب
قاعدة الاقتران $١(س)$:

الحل : $١(س) = (١ - س)(٢س - ٤)(٣ - س)$

$$= (٢س^٢ - ٤س - ٣س + ٤)(١ - س) = (٢س^٢ - ٧س + ٤)(١ - س)$$

$$= ٢س^٢ - ٧س + ٤ - ٢س^٣ + ٧س^٢ - ٤س = ٢س^٢ - ٧س + ٤ - ٢س^٣ + ٧س^٢ - ٤س$$

$$= ٢س^٢ - ٧س + ٤ - ٢س^٣ + ٧س^٢ - ٤س = ٢س^٢ - ٧س + ٤ - ٢س^٣ + ٧س^٢ - ٤س$$

$$= ٢س^٢ - ٧س + ٤ - ٢س^٣ + ٧س^٢ - ٤س = ٢س^٢ - ٧س + ٤ - ٢س^٣ + ٧س^٢ - ٤س$$

(٥) إذا كان باقي قسمة الاقتران
 $١(س) = ٣س^٢ + ٢س - ٦$ على الاقتران
ل $١(س) = ١ - س$ يساوي ١٠ ، فما قيمة الثابت م :

الحل : $١ - س = ٠ \iff س = ١$

$$١٠ = ٣(١) + ٢(١) - ٦ = ٠$$

$$٤ = م$$

(٦) إذا كان باقي قسمة الاقتران $١(س) = ٣س^٢ + ٢س$ على
الاقتران ل $١(س) = س - ب$ يساوي ٤ ، فما قيمة الثابت ب :

الحل : $س - ب = ٠ \iff س = ب$

$$٤ = (ب) = (٢ + ب)(٣) = ٦ + ٣ب$$

$$٠ = ٤ - ٣ب$$

$$(٤ + ب)(١ - ب) = ٠ \iff ب = ٤ ، ب = ١$$

(٧) إذا كان $١(س)$ اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية ،
وباقى قسمة $١(س)$ على الاقتران ل $١(س) = س - ٢$ يساوي ٥
وباقى قسمة $١(س)$ على الاقتران م $١(س) = س + ١$ يساوي ٤
و $١(٠) = ٣$ ، فجد قاعدة الاقتران $١(س)$:

الحل : $١(س) = ٣س^٢ + ٢س + ج$

$$١(٠) = ٣ = ج + ٠ + ٠ \iff ج = ٣$$

$$٥ = ٣ + ٢ب + ٤ = ٥$$

$$١..... ٢ = ٢ب + ٤$$

$$٤ = ٣ + ب - م = ١ - م$$

$$٢..... ١ = ب - م$$

نجمع ① + ② $٢ = ٢ب - ٢م \iff ١ = ب - م$

$$١ = ب - م$$

$$\frac{١}{٣} = ب - م \iff ١ = ب - م$$

$$١ = ب - م \iff ١ = ب - م$$

(٨) عند قسمة $١(س)$ على $٢ + س$ كان الناتج $٧ - س$
والباقي ٢٠ ، جد باقي قسمة $١(س)$ على $٢ - س$:

الحل : المقسوم = (خارج القسمة)(المقسوم عليه) + الباقي

$$٢٠ + (٢ + س)(٧ - س) = ١(س)$$

$$٢٠ + (٢ + س)(٧ - س) = ١(س)$$

$$٢٠ + (٢ + س)(٧ - س) = ١(س)$$

$$٠ = ٢٠ + ٢٠ - ٢٠ + ٤ \times ٥ = ٠$$

(٩) إذا كان الاقتران م $١(س) = س - ٤$ عاملاً من عوامل
الاقتران ل $١(س) = ١٥س - ٢س^٢ + ٤$ ، فجد قيمة الثابت م :

الحل : بما أن الاقتران م هو عامل من عوامل الاقتران ل ، فإن
ل $١(٤) = ٤ = ١٥(٤) - ٢(٤)^٢ + م = ٤ - ٣٢ + م = م - ٢٨$

$$٣ = م$$

$$\textcircled{1} \dots\dots\dots 16 = ج + ب + پ$$

$$٠ = (١-) \leftarrow ٠ = ٢ + ج - ب + پ$$

$$\textcircled{2} \dots\dots\dots ٢- = ج - ب + پ$$

$$\text{نجمع } \textcircled{1} + \textcircled{2} \leftarrow ١٤ = ب٢ \leftarrow \boxed{٧ = ب}$$

$$٠ = (٢-) \leftarrow ٠ = ٢ + ج٢ - ٢٨ + پ٨$$

$$٢٨ - پ٨ = ج٢ = ٣٠- \text{ بالقسمة على } ٢$$

$$\textcircled{3} \dots\dots\dots ١٥- = ج - پ٤-$$

$$\text{نجمع } \textcircled{1} + \textcircled{3} \leftarrow ١ = ٧ + پ٣-$$

$$٦- = پ٣- \leftarrow \boxed{٢ = پ}$$

$$\text{من } \textcircled{1} \leftarrow ١٦ = ج + ٧ + ٢ \leftarrow \boxed{٧ = ج}$$

$$٢ + س٧ + ٢س٧ + ٣س٢ = (س) \leftarrow$$

(٢٠) متوازي مستطيلات حجمه (س٣ - ٨س + پ) وحدة مكعبة ، جد قيمة الثابت پ التي تجعل (س - ١) بعداً من أبعاده :

$$\text{الحل : } ١ = س \leftarrow ١ = پ + ٨ - ١$$

$$٧ = پ \leftarrow ٠ = پ + ٧-$$

(٢١) إذا كان (س) = س٣ - پ٣ حيث ن ط ، پ ≠ ، أثبت أنه :

(پ) عندما يكون ن عدداً زوجياً فإن (س - پ) و (س + پ) عاملان من عوامل و.

(ب) عندما يكون ن عدد فردياً فإن (س - پ) عامل من عوامل و.

الحل : ن عدد زوجي

$$٠ = (پ) \leftarrow ٠ = پ٣ - س٣ = (س - پ) \text{ عامل}$$

$$٠ = (پ-) \leftarrow ٠ = (پ-)٣ - س٣$$

$$٠ = (س + پ) \leftarrow ٠ = پ٣ - س٣ =$$

(ب) ن عدد فردي

$$٠ = (پ) \leftarrow ٠ = پ٣ - س٣ = (س - پ) \text{ عامل}$$

$$٠ = (پ-) \leftarrow ٠ = (پ-)٣ - س٣$$

$$٠ = (س + پ) \leftarrow ٠ = پ٣ - س٣ \neq$$

(س + پ) ليس عامل

(٢٢) إذا كان ه(س) = س - پ وكان

و(س) = س٢ - ٢س - ٣ وكان ه(س) = ١ - عاملان من

عوامل و(س) ، جد قيمة پ :

الحل : س - پ - ١ عامل

$$٠ = س - پ - ١ \leftarrow ٠ = س + پ + ١$$

$$٠ = (١ + پ) \leftarrow ٠ = (١ + پ)٢ - ٢(١ + پ) - ٣$$

$$٠ = ٣ - ٢ - پ٢ - ١ + پ٢ + ٢پ$$

$$\boxed{٢ \pm = پ} \leftarrow ٠ = ٤ - پ٢$$

(١٦) إذا كان و اقتراناً كثير الحدود من الدرجة الثانية ، وعوامله (س - ٥) ، (س + ١) ، وكان و(٠) = ١٠- ، فاكتب قاعدة الاقتران و :

الحل : و(س) = س٢ + ب٢ + س + ج

$$١٠- = (٠) \leftarrow ١٠- = پ٢(٠) + ب٢(٠) + ج$$

$$\leftarrow \boxed{١٠- = ج}$$

$$٠ = (٥) \leftarrow ٠ = پ٢(٥) + ب٢(٥) + ١٠-$$

$$\leftarrow ٠ = ١٠- + ٥ب + ٢٥پ$$

$$\textcircled{1} \dots\dots\dots ١٠ = ب٥ + پ٢٥$$

$$٠ = (١-) \leftarrow ٠ = پ٢(١-) + ب٢(١-) + ١٠- = پ٢٠ + ١٠- + ب٢٠$$

$$٠ = ١٠- - ب٢ - پ٢٠ \leftarrow ١٠ = ب٢ - پ٢٠$$

$$\textcircled{1} \times ٥ + \textcircled{2} \leftarrow ٦٠ = پ٢٠ \leftarrow \boxed{٢ = پ}$$

$$\text{نعوض في } \textcircled{2} \leftarrow \boxed{٨- = ب}$$

$$١٠- = (س) \leftarrow ١٠- = س٢ - ٨س$$

(١٧) إذا كان باقي قسمة و(س) = س٢ + ٤س + ٢ على س - پ مثلي باقي قسمة و(س) على س + پ فاوجد پ :

الحل : و(پ) = (پ-)٢

$$٢٠ + پ٤ + پ٢ = (٢٠ + پ٤ - پ٢)٢$$

$$٢٠ + پ٤ + پ٢ = ٢٠ + پ٤ - ٢پ٢ + ٤٠ + ٨پ - ٢پ٢$$

$$٠ = (٢ - پ)(١٠ - پ) \leftarrow ٠ = ٢٠ + پ١٢ - پ٢$$

$$٢ ، ١٠ = پ$$

(١٨) جد قيم پ ، ب التي تجعل كثيري الحدود ه(س) = س - ١ ، ع(س) = س٣ + ٣ عوامل كثير الحدود و(س) = س٣ + ٣س٢ - ٢س + ٢ :

الحل : و(١) = ٠ = ١ - پ + ب٢ + ٢

$$\textcircled{1} \dots\dots\dots ٣- = ب - پ$$

$$٠ = (٣-) \leftarrow ٠ = ٢٧ + ٩پ + ٣ب٢ + ٢$$

$$\textcircled{2} \dots\dots\dots ٢٥ = ب٣ + پ٩$$

$$\leftarrow ١٦ = پ١٢ \leftarrow \textcircled{2} + \textcircled{1} \times ٣ \leftarrow \boxed{\frac{١٦}{٣} = \frac{١٦}{١٢} = پ}$$

$$\leftarrow ٣- = ب - \frac{٤}{٣} \leftarrow \boxed{٣- = ب + \frac{٤}{٣} = \frac{١٣}{٣}}$$

(١٩) أوجد اقتراناً كثير الحدود من الدرجة الثالثة بحيث يكون س + ١ ، س + ٢ عوامل أوليه له وباقي قسمته على س - ١ يساوي ١٨ وباقي قسمته على س هو ٢ :

الحل : و(س) = س٣ + ب٢ + س٢ + جس + د

$$٢ = (٠) \leftarrow \boxed{٢ = د}$$

$$١٨ = (١) \leftarrow ١٨ = پ + ب + ج + ٢$$

ثالثاً: تحليل كثيرات الحدود

* العامل الأولي:

هو الاقتران الذي لا يمكن تحليله إلى اقترانات أقل درجة منه.
* بشكل عام العوامل الأولية الاقترانات كثيرة الحدود إما أن تكون خطية أو تربيعية مميزها عدد سالب.

* مميز المعادلة التربيعية $px^2 + bx + c = 0$ ، $p \neq 0$
هو $b^2 - 4ac$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= (x-1)(x-1) \\ x^3 - 3x^2 + 3x - 1 &= (x-1)(x^2 + x + 1) \\ x^3 + 3x^2 + 3x + 1 &= (x+1)(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

(١) حلل المقادير التالية إلى عواملها الأولية:

$$\begin{aligned} (p) \quad x^2 - 1 &= (x-1)(x+1) \\ (ب) \quad x^3 - 1 &= (x-1)(x^2 + x + 1) \\ (ج) \quad x^4 - 1 &= (x-1)(x+1)(x^2 + 1) \\ (د) \quad x^5 - 1 &= (x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \\ (هـ) \quad x^6 - 1 &= (x-1)(x+1)(x^2 + 1)(x^2 - x + 1) \\ (و) \quad x^6 - 64 &= (x-2)(x+2)(x^2 + 4)(x^2 - 2x + 4) \end{aligned}$$

* الطريقة الأولى فرق بين مربعين

$$\begin{aligned} (x^3 - 8) &= (x-2)(x^2 + 2x + 4) \\ (x^2 - 4) &= (x-2)(x+2) \\ (x^4 - 16) &= (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x-2)(x+2)(x^2 + 4) \\ (x^5 - 32) &= (x-2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16) \end{aligned}$$

(٢) حلل الاقتران $x^3 + 2x^2 - 3x - 6$ إلى عوامله الأولية:

الحل:

$$\begin{aligned} (x) \quad x^3 + 2x^2 - 3x - 6 &= (x+3)(x^2 - x - 2) \\ (x) \quad x^3 + 2x^2 - 3x - 6 &= (x+3)(x-2)(x+1) \end{aligned}$$

(٣) حلل $x^3 - 3x^2 + 2x - 12$ إلى عوامله الأولية:

$$\begin{aligned} (x) \quad x^3 - 3x^2 + 2x - 12 &= (x-4)(x^2 + x - 3) \\ (x) \quad x^3 - 3x^2 + 2x - 12 &= (x-4)(x-1)(x+3) \end{aligned}$$

(٤) حلل إلى العوامل الأولية

$$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

الحل: $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

$$(x^2 - 1) = (x-1)(x+1)$$

$$(x^2 - 2x + 1) = (x-1)^2$$

$$(x^2 - 1) = (x-1)(x+1)$$

(٢٣) إذا كان

$$\begin{aligned} (س) \quad x^3 + (1-p)x^2 + (p^3-1)x + 1 &= 0 \text{ وكان} \\ (س) \quad x^3 + 2x^2 - 3x - 6 &= 0 \text{ وكان} \\ \text{باقي قسمة } (س) \text{ على } (س) &= 1 + س \text{ يساوي } 27 \\ \text{جد قيمة } p, ج: \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} (٢) \quad 0 &= (س) \quad x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = 0 \\ (١) \quad 0 &= (س) \quad x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = 0 \\ (١) \quad 27 &= (١-س) \quad x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = 27 \\ (٢) \quad 26 &= (س) \quad x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = 26 \\ (٢) - (١) \quad 24 &= (س) \quad x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = 24 \end{aligned}$$

(٢٤) برهن نظرية الباقي: باقي قسمة كثير الحدود $h(x)$ على كثير الحدود $h(x)$ حيث $h(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ يساوي $h(1)$:
البرهان: من خوارزمية القسمة

$$\begin{aligned} (س) \quad h(x) &= (س) \quad x^3 - 2x^2 + 1 = (س) \quad x^3 - 2x^2 + 1 \\ \text{لكن درجة } (س) &\text{ أقل من درجة } (س) \quad x^3 - 2x^2 + 1 \\ \text{اقتران ثابت} &\Leftarrow \text{ افرض } (س) \quad x^3 - 2x^2 + 1 = ج \\ (س) \quad x^3 - 2x^2 + 1 &= (س) \quad x^3 - 2x^2 + 1 \\ \text{عند } س = 1, & \quad x^3 - 2x^2 + 1 = 0 \\ \text{ومنه } (س) &= ج \end{aligned}$$

أي أن $h(1)$ يساوي باقي قسمة $h(x)$ على $h(x)$ وبشكل عام، باقي قسمة $h(x)$ على $h(x)$ هو

$$h(1) = 0, \quad p \neq 0$$

لاحظ أن $\frac{b}{p}$ تمثل صفر الاقتران هـ

(٢٥) برهن نظرية العامل: $(س - p)$ عامل من عوامل كثير الحدود $h(x)$ إذا وفقط إذا كان $h(p) = 0$ صفراً:
البرهان:

أولاً: إثبات الاتجاه الأول من النظرية:

إذا كان $(س - p)$ عاملاً من عوامل $h(x)$ فإن $h(p) = 0$
بما أن $(س - p)$ عاملاً من عوامل $h(x)$ $\Leftarrow$ يقبل القسمة على $(س - p)$ دون باقي $\Leftarrow$ أي أن $h(p) = 0$ صفراً
ثانياً: إثبات الاتجاه العكسي من النظرية:

إذا كان $h(p) = 0$ $\Leftarrow$ $(س - p)$ عاملاً من عوامل $h(x)$
 $h(x) = (س - p) \cdot ك(س) + ر(س)$ من خوارزمية القسمة
لكن $ر(س) = 0$ $\Leftarrow$ $h(p) = 0$ $\Leftarrow$ $(س - p)$ $\Leftarrow$ $ر(س) = 0$
أي أن $(س - p)$ عامل من عوامل $h(x)$

$$(1) \quad (س) = 2س^2 - 7س^2 - 4س - 4$$

جد الاصفار النسبية المحتملة

الحل : عوامل الحد الثابت $4 \pm, 2 \pm, 1 \pm$

عوامل الحد الرئيسي $2 \pm, 1 \pm$

الاصفار النسبية المحتملة = قسمة عوامل الحد الثابت على عوامل الحد الرئيسي

الاصفار النسبية المحتملة $4 \pm, 2 \pm, 1 \pm$

$$(2) \quad (س) = 2س^3 - 9س^2 - 3س$$

جد الاصفار النسبية المحتملة

الحل : عوامل الحد الثابت $3 \pm, 1 \pm$

عوامل الحد الرئيسي $2 \pm, 1 \pm$

الاصفار النسبية المحتملة = قسمة عوامل الحد الثابت على عوامل الحد الرئيسي

الاصفار النسبية المحتملة $3 \pm, 1 \pm, \frac{1}{2} \pm, \frac{1}{3} \pm$

(3) عدد الاصفار النسبية المحتملة للاقتران

$$(س) = 3س^2 - 9س + 6$$

الحل : عدد الاصفار النسبية المحتملة = 6

(4) عدد الاصفار النسبية المحتملة للاقتران

$$(س) = 3س^3 - 15س^2 + 15س - 6$$

الحل : عدد الاصفار النسبية المحتملة = 12

(5) عدد الاصفار النسبية الموجبة المحتملة للاقتران

$$(س) = 2س^3 - 5س^2 + 5س - 2$$

الحل : عدد الاصفار النسبية الموجبة المحتملة = 4

(6) عدد الاصفار النسبية الموجبة المحتملة للاقتران

$$(س) = 2س^2 - 5س + 6$$

الحل : عدد الاصفار النسبية الموجبة المحتملة = 6

(7) حل إلى العوامل الأولية لـ $(س) = 2س^2 - 3س - 8س - 5$

الحل : أولاً نجد صفراً للاقتران $5 \pm, 8 \pm$

بالتجريب لـ $(-1) = 0 \Rightarrow 1 + س \therefore 1 + س$ عاملاً أولياً ولإيجاد باقي العوامل نقسم قسمة تركيبية

س	س	س ²	س ³
5	8	1	2
5	3	2	
0	5	3	2

$$2س^2 - 3س - 8س - 5 = (س + 1)(5 - 2س)$$

$\therefore$ العوامل الأولية

$$(س + 1)(5 - 2س)(1 + س)$$

(5) حل إلى العوامل الأولية

$$ع(س) = (س + 1)^3 - 16س - 16$$

الحل : $(س + 1)^3 - 16(س + 1) + 16$

$$(س + 1)^3 - 16(س + 1) + 16 = (س + 1)^2(س - 1) + 16(س + 1) - 16$$

$$(س + 1)^2(س - 1) + 16(س + 1) - 16 = (س + 1)^2(س - 1) + 16(س + 1) - 16$$

$$(س + 1)^2(س - 1) + 16(س + 1) - 16 = (س + 1)^2(س - 1) + 16(س + 1) - 16$$

(6) بين أن $(س - 2)$ عامل من عوامل

$$(س) = 2س^3 - 7س^2 + 6س - 6$$

الحل :

$$(س) = 2س^3 - 7س^2 + 6س - 6 = 2س^3 - 4س^2 - 3س^2 + 6س - 6 = 2س^2(س - 2) - 3س(س - 2) - 6(س - 2)$$

* لإيجاد العوامل الأخرى نقسم قسمة تركيبية

س	س	س ²	س ³
6	7	0	1
6	4	2	
0	3	2	1

$$2س^2 + 2س - 3 = 0 \Rightarrow (س + 3)(س - 1) = 0$$

العوامل الأخرى $(س + 3)(س - 1)$

(7) بين أن $(س + 3)$ عامل من عوامل الاقتران

$$(س) = 3س^3 + 4س^2 + 6س + 9$$

ثم جد عوامل $(س)$ الأخرى :

$$(س) = 3س^3 + 4س^2 + 6س + 9 = 3س^3 + 9س^2 - 5س^2 + 6س + 9 = 3س^2(س + 3) - 5س(س + 3) + 9(س + 3)$$

$(س + 3)$ عامل

س	س	س ²	س ³
9	6	4	1
9	3	3	
0	3	1	1

خارج القسمة $3س^2 + 4س + 3$

$$المميز = 4^2 - 4 \times 3 \times 3 = 16 - 36 = -20 < 0 \therefore \text{لا تحلل}$$

العوامل الأخرى $3س^2 + 4س + 3$

نظرية الاصفار النسبية لكثير الحدود :

$$\text{ليكن } (س) = م_0س^n + م_1س^{n-1} + \dots + م_n \text{ حيث } م_n \neq 0$$

كثير حدود جميع معاملاته أعداد صحيحة .

إذا كان العدد النسبي $\left(\frac{ب}{ج}\right)$ صفراً من اصفار الاقتران

فإن (ب) عامل من عوامل الحد الثابت $(م_0)$ ، ج عامل من

عوامل المعامل الرئيسي $(م_n)$.

الفصل الثاني : الاقترانات النسبية

تعريف : يقال للاقتران $و$ بأنه اقتران نسبي إذا وجد كثيرا حدود مثل $هـ$ ، $ل$ بحيث إن :

$و(س) = \frac{هـ(س)}{ل(س)}$ ، $ل(س) \neq 0$ لجميع قيم $س$ في مجال الاقتران $و$ ، ويكون $و$ بأبسط صورة إذا لم يوجد عوامل مشتركة بين $هـ$ ، $ل$.

(١) أي من الاقترانات الآتية نسبية وأيها غير نسبية ضمن مجال كل منها ؟ بين السبب :

$$(١) \quad و(س) = \frac{س^٣ - س^٢}{١ + س^٣} \quad (٢) \quad هـ(س) = \frac{١ + س}{س^٢ - س^٤}$$

$$(٣) \quad س(س) = \frac{٦}{١ + س^٣} \quad (٤) \quad ل(س) = \frac{٨ + س^٢}{٥ + س^٧}$$

الحل : الاقترانان $و$ ، $م$ نسبتيان لأن كلا منهما عبارة عن قسمة كثير حدود على كثير حدود.

الاقترانان $هـ$ ، $ل$ غير نسبتيين لأن $\sqrt{١ + س^٣}$ ، $٨ + س^٢$ ليسا كثيري حدود.

(٢) اكتب صيغة مكافئة للاقتران بأبسط صورة ممكنة

$$و(س) = \frac{س^٢ + س^٣ - س^٢ - س^٣}{١ - س^٢} = \frac{٠}{١ - س^٢} = ٠$$

الحل : عند تعويض أحد أصفار المقام (١) في البسط يكون ناتج البسط صفر لذلك يوجد اختصار

$$\text{نحلل البسط} \leftarrow س^٢(٣ + س^٢) - (٣ + س^٢)(١ - س^٢)$$

$$\leftarrow (٣ + س^٢)(١ - س^٢)$$

$$\leftarrow (٣ + س^٢)(١ - س^٢)(١ + س)$$

$$\therefore و(س) = \frac{(٣ + س^٢)(١ - س^٢)(١ + س)}{(١ + س)(١ - س)} = \frac{٣ + س^٢}{١ - س}$$

(٣) اكتب صيغة مكافئة للاقتران بأبسط صورة ممكنة

$$و(س) = \frac{س^٤ + س^٢ - ١٥}{٣ - س}$$

الحل : عند تعويض صفر المقام (٣) في البسط يكون ناتج البسط ٧٥ لذلك لا يوجد اختصار

$$\therefore و(س) = \frac{س^٤ + س^٢ - ١٥}{٣ - س} \text{ بأبسط صورة}$$

(٨) حل إلى العوامل الأولية

$$و(س) = س^٢ - ٧س + ٢س^٣ + ١س^٢ - ٤س - ٤ :$$

الحل : الاصفار النسبية المحتملة ± ١ ، ± ٢ ، ± ٤

بالتجريب $و(١) = ٠$ $\leftarrow$ عامل آخر من العوامل					
س	س	س	س	س	س
٢	٧	٢	١١	٤	٤
٢	٢	٩	١١	٠	٤
٢	٩	١١	٠	٤	٠

$$٢س^٢ - ٩س + ١١س^٣ - ٤س - ٤$$

الاصفار النسبية المحتملة ± ١ ، ± ٢ ، ± ٤

$$\text{بالتجريب } س = ١ \leftarrow ١ = ٢ - ٩ + ١١ - ٤ = ٠$$

٠ = ٢ - ٩ + ١١ - ٤				
س	س	س	س	س
٢	٩	١١	٠	٤
٢	٢	٩	٠	٤
٢	٩	٠	٤	٠

$$٢س^٣ - ٧س + ٤س + ٤$$

الاصفار النسبية المحتملة ± ١ ، ± ٢ ، ± ٤

$$\text{بالتجريب } س = ٢ \leftarrow ٢ = (٨) - (٧) + ٢(٢) + ٤ = ٠$$

(٢ - س) عامل آخر من العوامل			
س	س	س	س
٢	٧	٠	٤
٢	٤	٦	٠
٢	٣	٢	٠

$$٢س^٢ - ٣س - ٢ = (٢ - س)(١ + س^٢)$$

العوامل الأولية

$$(٢ - س)(١ - س)(١ + س^٢)(١ + س)$$

(٩) إذا كان (١ + س) أحد عوامل $و(س)$ وكان (٢ - س) عامل آخر من عوامل $و$ فاثبت أن (١ + س)(٢ - س) عامل من عوامل $و$:

البرهان : بما أن $١ + س$ عامل من عوامل $و(س)$ فإن

$$و(س) = (١ + س)ج(س) \quad \text{خارج القسمة}$$

* لكن $و(٢) = ٠$ لأن (٢ - س) عامل من عوامله

$$٠ = (٢)ج(٢) \leftarrow ٠ = (٢)ج(٢)$$

$\therefore (٢ - س)$ عامل من عوامل $ج(س)$ خارج قسمة $و(س)$ على $(١ + س)(٢ - س)$

$$\text{عوض } و(س) = (١ + س)(٢ - س)ل(س)$$

$$\therefore (١ + س)(٢ - س) \text{ عامل من عوامل } و$$

(٤) اكتب صيغة مكافئة للاقتران بأبسط صورة ممكنة

$$\frac{2س^2 + 3س - 3}{3س^2 + 2س - 3} = (س)$$

الحل : نحلل البسط أو المقام

$$\text{المقام} \leftarrow 3س^2 + 2س - 3 = (س^2 + 3) (3س - 1)$$

$\leftarrow$ أصفار المقام $1 \pm$

عند تعويض أحد أصفار المقام (١) في البسط يكون ناتج البسط صفر لذلك يوجد اختصار

البسط $\leftarrow 1 - س$

س ^٣	س ^٢	س	س ^٠
٢	١	٠	٣ -
٣	٢	٣	٣
٢	٣	٣	٠

خارج القسمة $2س^2 + 3س + 3$

$$\text{المميز} = 9 - 3 \times 2 \times 3 = 9 - 18 = -9 \text{ لا تحلل}$$

$$\frac{(1 - س)(2س^2 + 3س + 3)}{(3س - 1)(3س + 2)} = (س)$$

$$\frac{(2س^2 + 3س + 3)}{(3س + 2)(1 + س)} = (س)$$

$$\frac{8 - 3س}{4س^2 + 2س + 4} = (س) \text{ إذا كان } (س)$$

جد قيمة (397)

$$\frac{(2س - 3)(4س^2 + 2س + 4)}{4س^2 + 2س + 4} = (س)$$

$$(س) = 2 - 3 = -1$$

$$(397) = 2 - 397 = -395$$

(٦) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث يكون بعده عن نقطة البداية بعد (ن) دقيقة معطى بالقاعدة

ف (ن) = $ن^3 + 2ن + 6$ ن قدماً ، اكتب متوسط السرعة في الفترة [٢، س] بدلالة س

الحل :

$$\text{متوسط السرعة} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$$

$$= \frac{\text{المسافة المقطوعة في الفترة [٢، س]}}{\text{زمن الفترة [٢، س]}}$$

$$= \frac{ف(س) - ف(٢)}{س - ٢} = \frac{س^3 + 2س + 6 - ٢٤}{س - ٢}$$

عند تعويض صفر المقام (٢) في البسط يكون ناتج البسط صفر لذلك يوجد اختصار

نحلل البسط $\leftarrow 2س - ٢$ عامل

س ^٣	س ^٢	س	س ^٠
١	١	٦	٢٤ -
٢	٦	٢٤	٠
١	٣	١٢	٠

خارج القسمة $2س^2 + 3س + ١٢$

$$\text{متوسط السرعة} = \frac{(2س - 2)(2س^2 + 3س + 12)}{س - ٢}$$

$$= 2س^2 + 3س + ١٢ \text{ قدم / دقيقة}$$

(٧) جد معدل التغير في الاقتران $(س) = 3س^2 - س$ في الفترة [٣، س] بدلالة س

الحل:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص(٢) - ص(١)}{٢ - ١}$$

$$= \frac{ص(٢) - ص(١)}{٢ - ١} = \frac{3(٢)^2 - ٢ - (3(١)^2 - ١)}{٢ - ١}$$

عند تعويض صفر المقام (٣) في البسط يكون ناتج البسط صفر لذلك يوجد اختصار

نحلل البسط $\leftarrow 3س - ٣$ عامل

س ^٣	س ^٢	س	س ^٠
١	٠	١ -	٢٤ -
٣	٩	٢٤	٠
١	٣	٨	٠

خارج القسمة $3س^2 + ٣س + ٨$

$$\text{معدل التغير} = \frac{(3س - 3)(3س^2 + 3س + 8)}{س - ٣}$$

$$= 3س^2 + 3س + ٨$$

تم تحميل الملف من شبكة منهاجي التعليمية

الفصل الثالث : حل المعادلات والمتباينات

أولاً: حل المعادلات الجبرية بمتغير واحد:

حل المعادلة: هو إيجاد قيم المتغير التي تجعل المعادلة عبارة صحيحة وتسمى هذه القيم جذور المعادلة.

حل المعادلات التالية:

$$(1) \quad 1 + 2s = 5 \iff 2s = 5 - 1 \iff 2s = 4 \iff s = 2$$

$$(2) \quad 1 - s = 3 \iff -s = 3 - 1 \iff -s = 2 \iff s = -2$$

$$(3) \quad 4 - 2s = 8 \iff -2s = 8 - 4 \iff -2s = 4 \iff s = -2$$

$$(4) \quad 8 = 4(2s - 4) \iff 8 = 8s - 16 \iff 8 + 16 = 8s \iff 24 = 8s \iff s = 3$$

$$(5) \quad 1 + 3s = 5 + 2s \iff 3s - 2s = 5 - 1 \iff s = 4$$

$$(6) \quad 3s - 2 = s + 8 \iff 3s - s = 8 + 2 \iff 2s = 10 \iff s = 5$$

$$(7) \quad \frac{s+1}{2} = 2 - s$$

$$s + 1 = 4 - 2s \iff 2s + s = 4 - 1 \iff 3s = 3 \iff s = 1$$

$$(8) \quad s - 16 = 0$$

$$(s - 16) = 0 \iff s = 16$$

$$(9) \quad 9 = 2s \iff 2s = 9 \iff s = \frac{9}{2}$$

$$(10) \quad 9 = 2(1 - s) \iff 9 = 2 - 2s \iff 2s = 2 - 9 \iff 2s = -7 \iff s = -\frac{7}{2}$$

$$2s - 1 = 3 \iff 2s = 3 + 1 \iff 2s = 4 \iff s = 2$$

$$(11) \quad s - 2 = 0 \iff s = 2$$

$$s(1 - s) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 1$$

$$(12) \quad 3s - 2s = 0 \iff s = 0$$

$$3s(1 - s) = 0 \iff 3s = 0 \text{ or } 1 - s = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 1$$

$$1 - 2s = 1 \iff -2s = 1 - 1 \iff -2s = 0 \iff s = 0$$

$$(13) \quad s - 9 = 0 \iff s = 9$$

$$s(9 - s) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 9$$

$$(14) \quad s - 5 = 6 + s \iff -5 = 6$$

$$(15) \quad 18s + 7s = 14 - 4 \iff 25s = 10 \iff s = \frac{2}{5}$$

$$18s + 14s = 4 - 7 \iff 32s = -3 \iff s = -\frac{3}{32}$$

$$(16) \quad s(1 - (s + 4)) = 0 \iff s(1 - s - 4) = 0 \iff s(-s - 3) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = -3$$

$$6s - 1 = 6s \iff -1 = 0$$

$$3s + 4 = 0 \iff 3s = -4 \iff s = -\frac{4}{3}$$

$$(17) \quad s - 5 = 8 - s \iff 2s = 13 \iff s = \frac{13}{2}$$

$$\text{المميز} = 4 - 25 = -21 < 0 \iff \text{لا يوجد حل حقيقي}$$

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(1)(-21)}}{2(1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{85}}{2}$$

$$(18) \quad (s^3 - 2s^2) = (1 - s^3) \iff s^3 - 2s^2 = 1 - s^3 \iff 2s^3 - 2s^2 - 1 = 0$$

$$2s^3 - 2s^2 - 1 = 0 \iff 2s^2(s - 1) = 1$$

$$(19) \quad s(2 - s)(s - 4) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 2 \text{ or } s = 4$$

$$9s^2 - 6s + 1 = 0 \iff 9s^2 - 6s + 1 = 0$$

$$\frac{1}{2} = s \iff s = \frac{1}{2}$$

$$(20) \quad s(2 - s)(s - 4) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 2 \text{ or } s = 4$$

$$s - 2 = 0 \iff s = 2$$

$$4 - 2s = 0 \iff 2s = 4 \iff s = 2$$

$$(21) \quad s(1 - s) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 1$$

$$s^2 = 1 \iff s = 1 \text{ or } s = -1$$

$$(22) \quad s(1 - s) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 1$$

$$5s^2(2 + s) = 0 \iff 5s^2 = 0 \text{ or } 2 + s = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = -2$$

$$(23) \quad s(1 - s) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 1$$

$$s(1 - s) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 1$$

$$(24) \quad s(1 - s) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 1$$

$$(25) \quad s(1 - s) = 0 \iff s = 0 \text{ or } s = 1$$

$$(30) \quad 0 = 8 - 4 + 3 + 1 \quad \text{س}^4 + \text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س} - 8 = 0$$

الحل : الاعداد النسبية المحتملة $1 \pm, 2 \pm, 4 \pm, 8 \pm$

$$\text{بالتجريب س} = 1 \iff 0 = 8 - 4 + 3 + 1 \iff (1 - \text{س}) \text{ عامل}$$

س	س	س ²	س ³	س ⁴
8	0	4	3	1
8	8	4	1	
0	8	8	4	1

$$\text{س}^4 + \text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س} - 8 = 0$$

$$\text{س} = 2 \iff 0 = 8 + 16 - 16 + 8 - 8 \iff (2 + \text{س}) \text{ عامل}$$

س	س	س ²	س ³
8	8	4	1
8	4	2	
0	4	2	1

$$\text{س}^2 + 2\text{س} + 4 = 0$$

$$\text{المميز} = 4 - 4 \times 1 \times 4 = -12 \text{ لا تحلل}$$

$$\text{س}^4 + \text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س} - 8 = 0$$

$$= (1 - \text{س})(2 + \text{س})(\text{س}^2 + 2\text{س} + 4)$$

$$\text{جذور المعادلة} = 1, 2$$

$$(31) \quad \text{إذا كان } (1 + \text{س})(\text{س} + \text{ب})(\text{س} + \text{ب} \times \text{ج}) = 0$$

$$\text{س}^3 - 7\text{س} + 6 = 0 \quad \text{ج د قيمة } 6, \text{ ب, ج}$$

$$\text{الحل : } (1 + \text{س})(\text{س} + \text{ب})(\text{س} + \text{ب} \times \text{ج}) = 0$$

$$\text{الاعداد النسبية المحتملة} = 1 \pm, 2 \pm, 3 \pm, 6 \pm$$

$$\text{بالتجريب س} = 1 \iff 0 = 6 + 7 - 1 \iff (1 - \text{س}) \text{ عامل}$$

س	س	س ²	س ³
6	7	0	1
6	1	1	
0	6	1	1

$$\text{خارج القسمة} = \text{س}^2 + 7\text{س} - 6 = 0$$

$$(\text{س} + 6)(\text{س} - 1) = 0$$

$$= (1 - \text{س})(\text{س} + 6)(\text{س} - 1)$$

$$\text{ب, ج, د} = 1, 3, 6$$

$$(32) \quad \text{إذا كان أحد أصفار الاقتران :}$$

$$\text{و (س)} = \text{س}^2 - \text{م} + \text{ن} \text{ مثلي الآخر فأثبت أن } \text{م}^2 = 9\text{ن}$$

$$\text{الحل : } \text{ب} = \text{م}^2, \text{م} = \text{ب} + \text{ن}, \text{م} = \text{ب} \times \text{ن}$$

$$\text{م} = \text{ب}^2 + \text{ن} \iff \text{م} = \text{ب}^3 \iff \text{م} = \text{ب}$$

$$\text{م} = \text{ب}^2 \times \text{ن} \iff \text{م} = \text{ب}^2 \iff \text{ن} = \frac{\text{م}^2}{9}$$

$$\therefore \text{م}^2 = 9\text{ن}$$

$$(25) \quad \text{حل المعادلة } \text{س}^2 - 3\text{س} = 0$$

$$\text{الحل : } \text{س}^2 - 3\text{س} = 0 \iff \text{س}(\text{س} - 3) = 0$$

$$\text{س} = 0 \text{ أو } \text{س} = 3$$

$$\text{للمعادلة ثلاثة جذور حقيقة هي : } 0, 2, 2$$

$$(26) \quad \text{حل المعادلة } \text{س}^3 - 3\text{س}^2 + 2\text{س} = 0$$

$$\text{الحل : } \text{س}^3 - 3\text{س}^2 + 2\text{س} = 0$$

$$\text{س}^2(\text{س} - 3) + 2\text{س} = 0$$

$$\text{س} = 0 \text{ أو } \text{س} = 2$$

$$\text{س} = 1 \text{ أو } \text{س} = 2$$

$$\text{س} = 1, 2, 2$$

$$(27) \quad \text{حل المعادلة } \text{س}^3 + 2\text{س}^2 - 9\text{س} = 0$$

$$\text{الحل : } \text{س}^3 + 2\text{س}^2 - 9\text{س} = 0$$

$$\text{س}^2(\text{س} + 2) - 9\text{س} = 0$$

$$\text{س} = 0 \text{ أو } \text{س} = 3$$

$$\text{س} = 2 \text{ أو } \text{س} = 3$$

$$\text{س} = 2, 3, 3$$

$$(28) \quad \text{حل المعادلة } \text{س}^3 - 6\text{س}^2 + 11\text{س} - 6 = 0$$

$$\text{الحل :}$$

$$\text{الاعداد النسبية المحتملة هي : } 1 \pm, 2 \pm, 3 \pm, 6 \pm$$

$$\text{بالتجريب س} = 1 \iff 0 = 6 - 11 + 6 - 1 \iff (1 - \text{س}) \text{ عامل}$$

$$\text{عامل (1 - س)}$$

س	س	س ²	س ³
6	11	6	1
6	5	1	
0	6	5	1

$$\text{س}^2 - 5\text{س} + 6 = 0$$

$$\text{س}^2 - 3\text{س} + 2 = 0$$

$$\therefore \text{جذور المعادلة هي } 1, 2, 3$$

$$(29) \quad \text{س}^3 - 3\text{س}^2 + 2\text{س} = 0$$

$$\text{الحل : الاعداد النسبية المحتملة } 1 \pm, 2 \pm$$

$$\text{بالتجريب س} = 1 \iff 0 = 2 + 3 - 1 \iff (1 - \text{س}) \text{ عامل}$$

س	س	س ²	س ³
2	3	0	1
2	1	1	
0	2	1	1

$$\text{خارج القسمة } \text{س}^2 + 2\text{س} - 2 = 0$$

$$\text{س}^2 - 3\text{س} + 2 = 0$$

$$\text{جذور المعادلة } 1, 2$$

$$(٤٠) \text{ س}^{-٢} - ٥ \text{ س}^{-١} - ١٤ = ٠$$

$$\text{الحل : (س}^{-٢} - ٥ \text{ س}^{-١} - ١٤) = ٠$$

$$\frac{1}{\text{س}} = \text{س} \iff \frac{1}{\text{س}^{-٢}} = \text{س}^{-١}$$

$$\frac{1}{\text{س}^{-٢}} = \text{س}^{-١} \iff \frac{1}{\text{س}^{-٢}} = \text{س}^{-١}$$

علماً أنه ليس كثير حدود

(٤١) وجد محل أحذية أن اقتران الإيراد الكلي الناتج من بيع

(س) من القطع هو : $(\text{س}) = ٩ - ٢ \text{ س} + ٣ \text{ س}^٢$ دينار

وأن اقتران التكلفة الكلية هو : $(\text{س}) = ٩ - ٢ \text{ س} + ٣ \text{ س}^٢$ دينار

جد عدد القطع التي يمكن للمحل أن يبيعها ليحقق ربحاً

مقداره (٩٠) دينار ، $\text{س} < ١$

الحل : الربح = الإيراد - التكلفة

$$(\text{س}) = (٩ - ٢ \text{ س} + ٣ \text{ س}^٢) - (٩ - ٢ \text{ س} + ٣ \text{ س}^٢)$$

$$٩٠ = ٩ - ٢ \text{ س} + ٣ \text{ س}^٢$$

$$٣ \text{ س}^٢ - ٢ \text{ س} + ٩ = ٩٠$$

الاصفار النسبية المحتملة $\pm ١, \pm ٢, \dots \pm ٩٠$

س	س	س	س
٩٠	٩	١٠	١
٩٠	٠	١٠	١٠
٠	٩	٠	١

وباستخدام القسمة التركيبية ينتج أن :

$$٣ \text{ س}^٢ - ٢ \text{ س} + ٩ = ٩٠ - ٩ \text{ س} + ٣ \text{ س}^٢$$

لاحظ أن مميز العبارة $(٩ + ٢ \text{ س})$ سالب ، لذا لا يوجد لها حل حقيقي .

إذن حل المعادلة هو : $\text{س} = ١٠$

وهذا يعني أن على المحل أن يبيع (١٠) قطع من الأحذية

ليحقق ربحاً مقداره (٩٠) دينار

(٤٢) بركة سباحة قاعدتها مستطيلة الشكل يزيد طولها عن

عرضها بمقدار ٦ م . يحيط بها ممر عرضة ١ م ، فإذا كانت

مساحة البركة مع الممر ٩١ م^٢ ، فجد بعدي البركة .

الحل : العرض = س $\iff$ الطول = س + ٦

$$\text{المساحة} = (٢ + \text{س})(٨ + \text{س}) = ٩١$$

$$٢ \text{ س} + ١٠ \text{ س} + ١٦ - ٩١ = ٠$$

$$٢ \text{ س} + ١٠ \text{ س} - ٧٥ = ٠$$

$$٠ = (١٥ + \text{س})(٥ - \text{س})$$

$$\text{س} = ١٥ \text{ تهمل}$$

$$\text{س} = ٥$$

$$١١ = ٦ + ٥ = \text{طول البركة}$$

$$\text{عرض البركة} = ٥$$

$$(٣٣) \text{ حل المعادلة } ٢ \text{ س}^٢ - ١٦ \text{ س} + ٣ = ٠$$

$$٢ \text{ س}^٢ = (٨ - ٣ \text{ س})$$

$$٢ \text{ س}^٢ = ٨ - ٣ \text{ س} \iff ٢ \text{ س}^٢ = ٨ - ٣ \text{ س}$$

$$٢ = ٨ - ٣ \text{ س} \iff ٨ = ٣ \text{ س} \iff ٢ = ٨ - ٣ \text{ س}$$

$$(٣٤) \text{ حل المعادلة } ٣ \text{ س}^٢ - ٤ \text{ س} + ٨ = ٠$$

$$٣ \text{ س}^٢ = (١٦ - ٢ \text{ س})$$

$$٣ \text{ س}^٢ = ١٦ - ٢ \text{ س} \iff ٣ \text{ س}^٢ = ١٦ - ٢ \text{ س}$$

$$٣ \text{ س}^٢ = ١٦ - ٢ \text{ س} \iff ١٦ = ٢ \text{ س} \iff ٤ \pm = \text{س}$$

$$(٣٥) ٣ \text{ س}^٢ + ٤ \text{ س} + ٣ \text{ س}^٢ + ٢ \text{ س} + ٦ = ٠$$

$$٣ \text{ س}^٢ = (٢ + \text{س} + ٢ \text{ س} + ٢ \text{ س}^٢)$$

$$٣ \text{ س}^٢ = ٢ + \text{س} + ٢ \text{ س} + ٢ \text{ س}^٢$$

$$٣ \text{ س}^٢ = ٢ + \text{س} + ٢ \text{ س} + ٢ \text{ س}^٢$$

الاصفار النسبية المحتملة : $\pm ١, \pm ٢$

$$\text{بالتجريب س} = ١ - ١ + ٢ - ٢ = ٠$$

س	س	س	س
٢	٢	١	١
٢	٠	١	١
٠	٢	٠	١

$$\times \text{ س} = ٢ + ٢ = ٠ \iff \text{س} = ٢ - ٢ = ٠$$

$$(٣٦) \text{ س}^٢ - ٩ \text{ س} + ٨ = ٠$$

$$٠ = (٨ - ٣ \text{ س})(١ - ٣ \text{ س})$$

$$\text{س} = ٨ - ٣ \text{ س} \iff ٨ = ٣ \text{ س} \iff \text{س} = ٢$$

$$\text{س} = ١ - ٣ \text{ س} \iff ١ = ٣ \text{ س} \iff \text{س} = ١$$

$$(٣٧) \text{ س}^٢ - ٤ \text{ س} + ٣ = ٠$$

$$٠ = (٤ - ٢ \text{ س})(١ + ٢ \text{ س})$$

$$\text{س} = ٤ - ٢ \text{ س} \iff ٤ = ٢ \text{ س} \iff \text{س} = ٢ \pm$$

$$\times \text{ س} = ١ + ٢ = ٠ \iff \text{س} = ١ - ٢ = ٠$$

$$(٣٨) \text{ س}^٢ - ١٣ \text{ س} + ٣٦ = ٠$$

$$\text{الحل : (س}^٢ - ٩ \text{ س} + ٣٦) = ٠$$

$$٠ = (٣ - \text{س})(٣ + \text{س})(٢ - \text{س})(٢ + \text{س})$$

$$\text{س} = ٣, ٣, ٢, ٢$$

$$(٣٩) \text{ س}^٢ - ٢ \text{ س} + ٨ = ٠$$

$$\text{الحل : س}^٢ - ٢ \text{ س} + ٨ = ٠$$

$$٠ = (٢ + \text{س})(٤ - \text{س})$$

$$٠ = (٢ + \text{س})(٢ + \text{س})(٢ - \text{س})(٢ + \text{س})$$

$$\text{س} = ٢, ٢$$

(٢) إحدى العبارات التالية صحيحة

$$(١) \quad \frac{1}{p} > p, \quad p \text{ عدد حقيقي غير الصفر}$$

(ب) فترة حل المتباينة $s \leq 3$ هي $(3, \infty)$

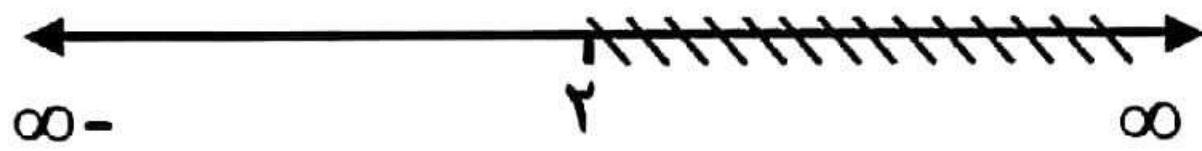
(ج) إذا كان $p < 0$ فإن $p < 0$

(٥) إذا كانت $p \geq 0$ فإن $p \leq 0$ عندما $j > 0$

**** حل المتباينات التالية :

$$(٣) \quad s^2 + 1 \leq 5$$

الحل : $s^2 + 1 \leq 5 \iff s^2 \leq 4 \iff s \leq 2$



مجموعة الحل $[-2, 2]$

$$(٤) \quad 1 - s > 3 \iff s < -2$$

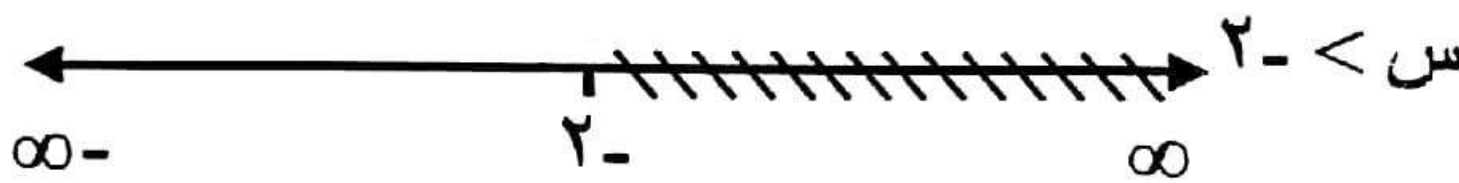
الحل : $s < -2$ بالضرب في سالب تنعكس المتباينة



$s \in (-\infty, -2)$

$$(٥) \quad 4 - s^2 > 8 \iff s^2 < -4$$

الحل : $s^2 < -4$ لا يوجد حلاً حقيقياً



$s \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

$$(٦) \quad 8 + s > 2 \iff s > -6$$

الحل : $s > -6$

$$s^2 > 10 \iff s > \sqrt{10} \text{ or } s < -\sqrt{10}$$

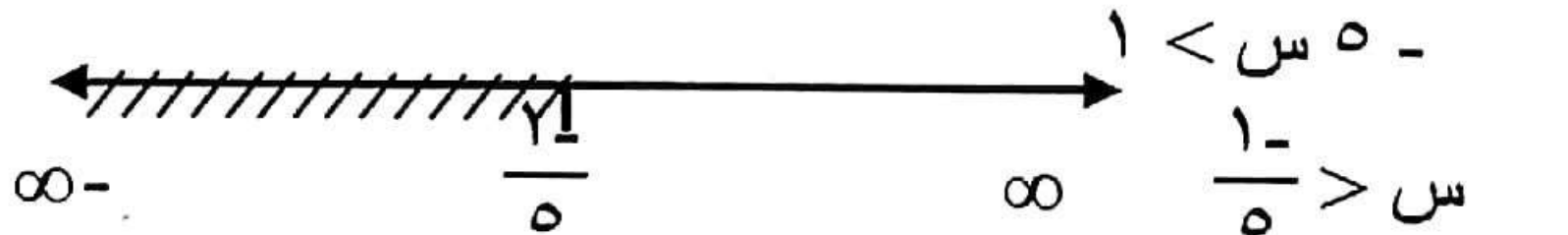


$s \in (-\infty, -\sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}, \infty)$

$$(٧) \quad \frac{s-7}{6} < 1 - s$$

الحل : $\frac{s-7}{6} < 1 - s \iff s-7 < 6-6s \iff 7s < 13 \iff s < \frac{13}{7}$

$$s < \frac{13}{7}$$



$s \in (-\infty, \frac{13}{7})$

$$(٨) \quad 3 - s^2 \leq 7 \iff s^2 \geq -4$$

الحل : $s^2 \geq -4$ دائماً صحيح

$$s \in (-\infty, \infty)$$

(٤٣) وجد محل لبيع قطع الحاسوب أن الربح اليومي لمبيعاته يعطى بالاقتران $R(s) = s^3 - 5s^2 + 4s$ حيث s عدد القطع المباعة، $R(s)$ الربح بالدينار. فإذا كان ربح المحل في أحد الأيام ٢٠ ديناراً، فكم عدد القطع المباعة في ذلك اليوم :

الحل : الربح = ٢٠

$$s^3 - 5s^2 + 4s = 20$$

$$s^3 - 5s^2 + 4s - 20 = 0$$

$$s^2(s-5) + 4(s-5) = 0$$

$$(s-5)(s^2+4) = 0$$

$$s-5 = 0 \iff s = 5$$

(٤٤) إذا كان $s^2 - 2s = (s-1)^2$ حيث s ثابتان وكان أحد أصفار s يختلف بمقدار ٢ عن صفه الآخر.

أثبت أن $m = 1 + n$:

الحل : الصفر الأول = m ، الصفر الثاني = $m+2$

مجموع الصفرين = m^2

$$m^2 = m + (m+2) \iff m^2 = 2m + 2$$

$$m^2 - 2m - 2 = 0$$

$$m = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$m^2 + 2m = n$$

$$m = 1 + n$$

ثانياً : المتباينات غير الخطية بمتغير واحد :

المتباينة : هي جملة مفتوحة تحتوي على رمز أو أكثر من الرموز $<, >, \leq, \geq$

**** إذا كان $p \geq 0$ وكان $e \in \mathbb{R}$ فإن :

$$p \pm e \geq p \iff e \geq 0$$

$$p \geq 0 \text{ عندما } e < 0$$

$$p \leq 0 \text{ عندما } e > 0$$

$$\frac{1}{p} \leq \frac{1}{e} \text{ عندما صفر } p > 0 \text{ أو } p \geq 0 \text{ صفر}$$

$$\text{إذا كانت } p \geq 0 \text{ و } e \geq 0 \text{ فإن } p \geq e$$

$$p < 0 \text{ صفر } p \iff e < 0 \text{ و } p \text{ لهما نفس الإشارة}$$

$$p > 0 \text{ صفر إذا } p \iff e > 0 \text{ و } p \text{ لهما إشارتان مختلفتان}$$

(١) معتمداً على خط الأعداد إحدى العبارات التالية خاطئة



$$(١) \quad p < j$$

$$(ب) \quad p < j$$

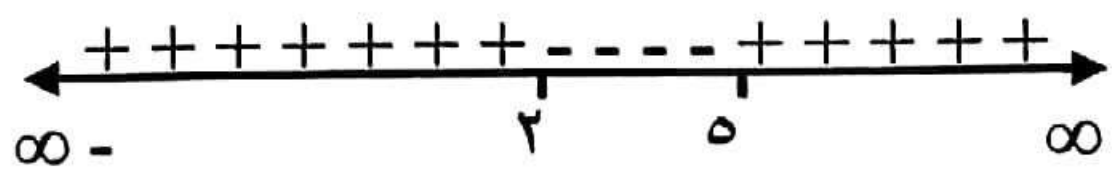
$$(ج) \quad p + j < s$$

$$(د) \quad \frac{1}{p} > \frac{1}{j}$$

الحل: (١) $s^2 - 7s + 10 = 0$

$$s^2 - 7s + 10 = (s-2)(s-5) = 0$$

$$s = 2, s = 5$$

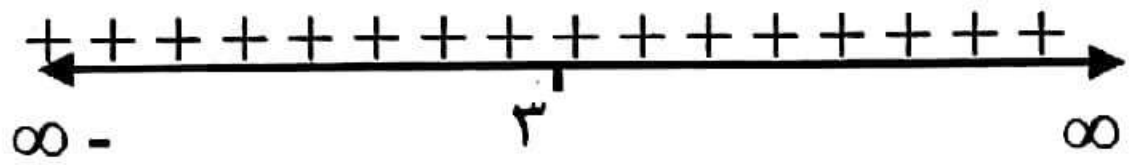


$s \in [2, 5]$

الحل: (٢) $s^2 - 6s + 9 = 0$

$$s^2 - 6s + 9 = (s-3)(s-3) = 0$$

$$s = 3$$



مجموعة حل المتباينة $s^2 - 6s + 9 > 0$ هي $\emptyset$

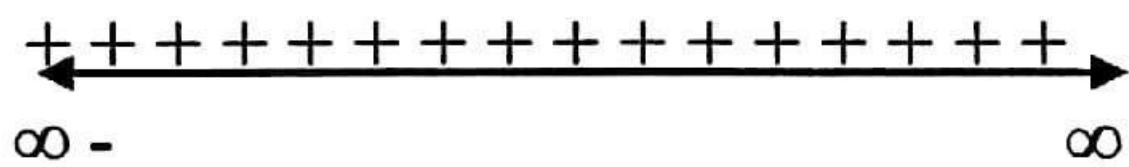
الحل: (٣) $s^2 + 2s - 3 < 0$

$$s^2 + 2s - 3 < 0 \iff s^2 + 2s + 1 - 4 < 0$$

$$(s+1)^2 - 4 < 0$$

$$(s+1-2)(s+1+2) < 0$$

$$(s-1)(s+3) < 0$$



مجموعة الحل المتباينة $s^2 + 2s - 3 < 0$ هي $(-3, 1)$

الحل: (١٥) حل المتباينة $s^2 - 10s + 10 > 0$ ، ومثلها بيانياً

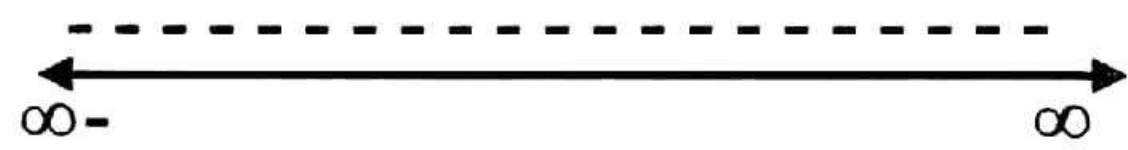
الحل: $s^2 - 10s + 10 = 0$

$$s^2 - 10s + 10 = (s-5)^2 - 15 = 0$$

$$(s-5)^2 = 15$$

$$s-5 = \pm\sqrt{15}$$

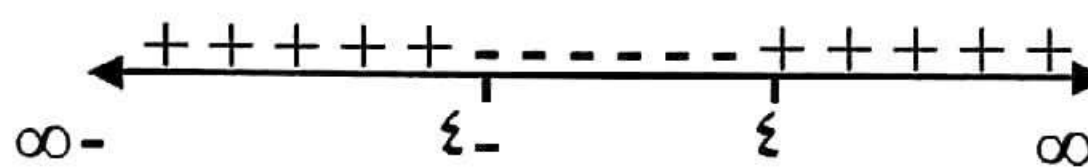
$$s = 5 \pm \sqrt{15}$$



$s \in (5 - \sqrt{15}, 5 + \sqrt{15})$

الحل: (١٦) $s^2 - 16 > 0$

$$s^2 - 16 > 0 \iff s^2 - 16 = (s-4)(s+4) > 0$$

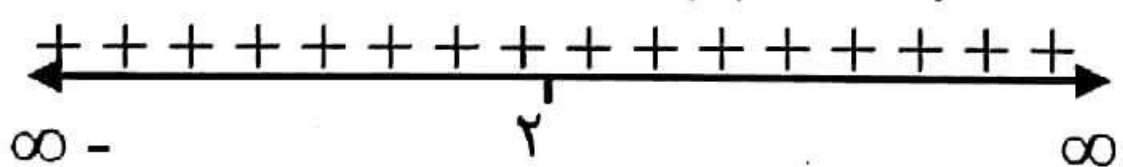


$s \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$

الحل: (١٧) $s^2 - 4s + 4 \geq 0$

$$s^2 - 4s + 4 = (s-2)^2 \geq 0$$

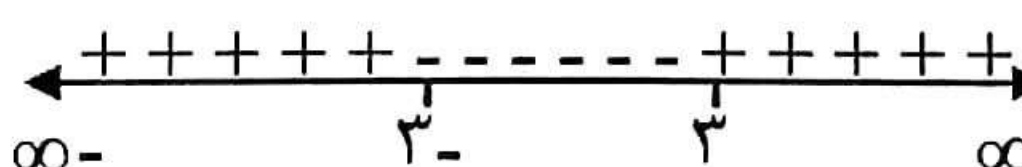
$$s = 2$$



$s = \{2\}$

الحل: (١٨) $s^2 - 9 \geq 0$

$$s^2 - 9 \geq 0 \iff s^2 - 9 = (s-3)(s+3) \geq 0$$



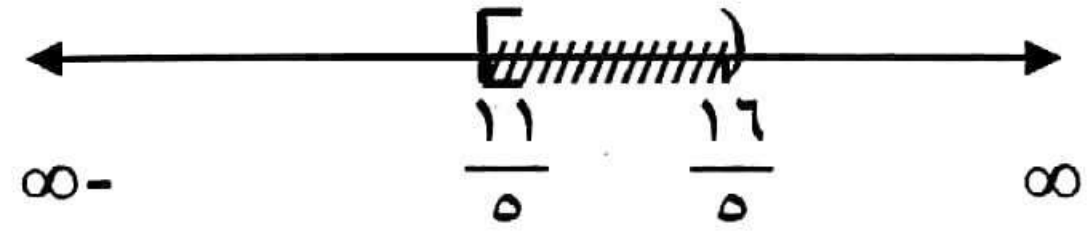
$s \in (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$



$s \in [1, 6]$ الأعداد الحرجة {1, 6}

(٩) $4 \leq s < 7$

الحل: $11 \leq s < 16$



$s \in (\frac{11}{5}, \frac{16}{5}]$

(١٠) $\frac{1}{3} + s \geq \frac{2}{3} + 1 \geq \frac{1}{3} + s$

الحل: $8 + s \geq 2 + 3 > s + 9$

$6 + s > 2 + s \geq 5 + s$ طرح s من جميع الأطراف

$$6 > 2 \iff 4 > 0$$

(١١) $2 \leq 3s - 4 < s + 10$

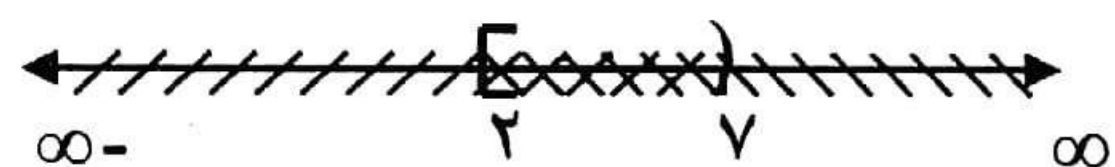
الحل: $4 + 2 \leq 3s < 4 + 10 + s$

$14 + s > 3s \geq 6$

$14 + s > 3s$

$14 > 2s$

$7 > s$

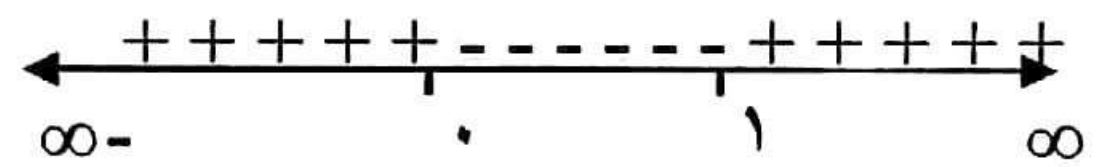


$s \in (2, 7]$

(١٢) $s^2 - s \leq 0$

الحل: $s^2 - s = s(s-1) \leq 0$

$s = 0, s = 1$



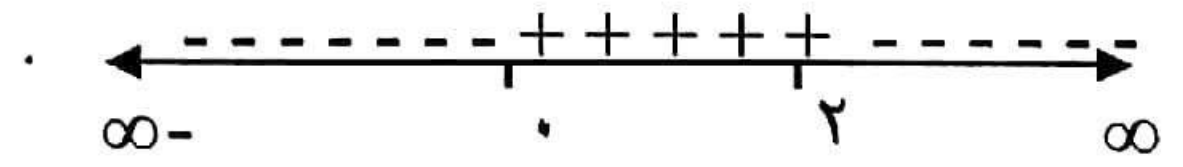
لاحظ أن المطلوب $s \leq 0$ أي الموجب

$s \in [0, 1] \cup [0, \infty)$

(١٣) $s^3 - 6s^2 < 0$

الحل: $s^3 - 6s^2 = s^2(s-6) < 0$

$s = 0, s = 6$



$s \in (0, 6)$

(١٤) جد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية:

(١) $s^2 - 7s + 10 \geq 0$

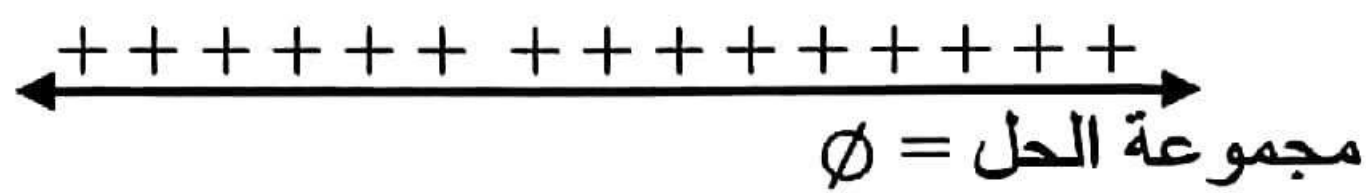
(٢) $s^2 - 6s + 9 > 0$

(٣) $s^2 + 2s - 3 < 0$

$$(24) \quad 0 < 7 + s - 2$$

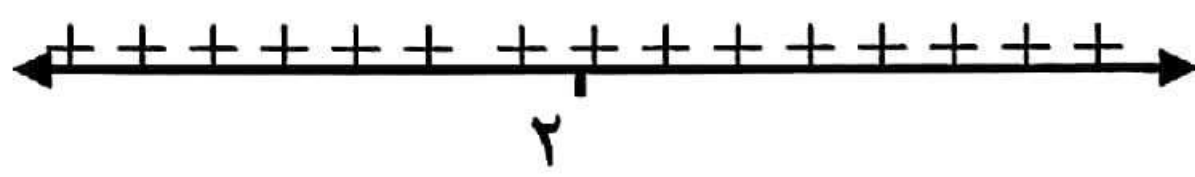
$$\text{الحل: المميز} \quad 7 \times 1 \times 4 - 16 =$$

$$12 = 28 - 16 = \text{سالب}$$



$$(25) \quad 0 < 4 + s - 2$$

$$\text{الحل:} \quad 0 = (2 - s)(2 - s) \iff 0 = 4 + s - 2 \iff s = 2$$



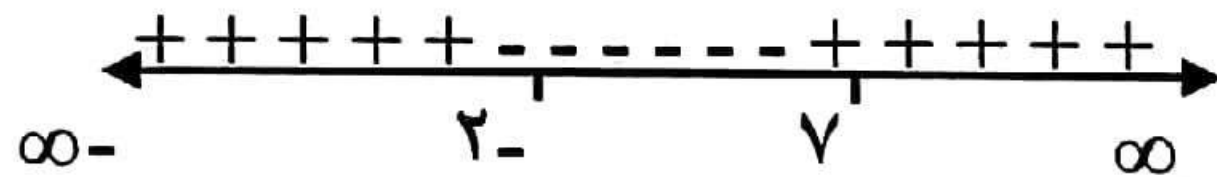
$$s \in \{2\} - (\infty, \infty)$$

$$(26) \quad 0 \leq 3 - 2 \leq (7 + s)$$

$$\text{الحل:} \quad 0 \leq 3 - 2 \leq (7 + s) \iff 0 \leq 14 - s - 2$$

$$0 \leq 12 - s$$

$$2 - = s, 7 = s \iff 0 = (2 + s)(7 - s)$$

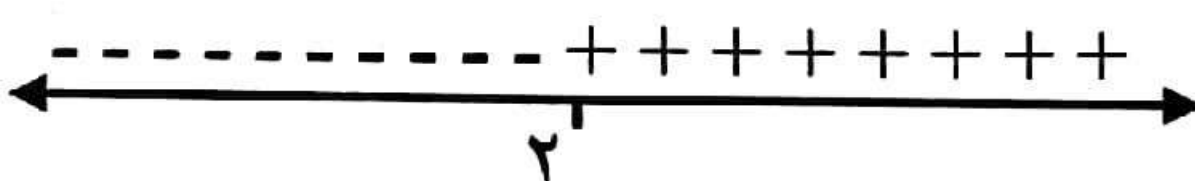


$$s \in (\infty, 7) \cup [2, \infty)$$

$$(27) \quad 0 \geq (4 + s)(2 - s)$$

$$\text{الحل:} \quad 0 = (4 + s)(2 - s) \iff s = 2, s = -4$$

$$s = 2, s = -4$$

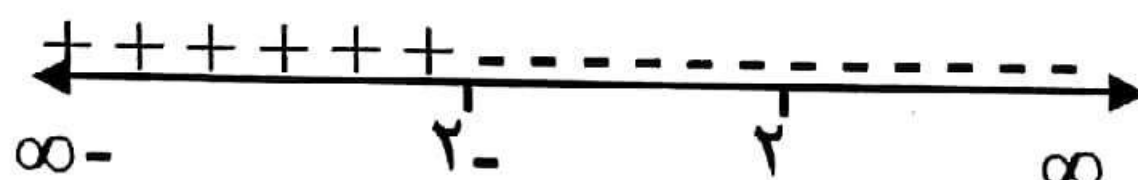


$$s \in [2, \infty)$$

$$(28) \quad 0 < (2 - s)(2 - s)$$

$$\text{الحل:} \quad 0 = (2 - s)(2 - s) \iff s = 2$$

$$s = 2$$

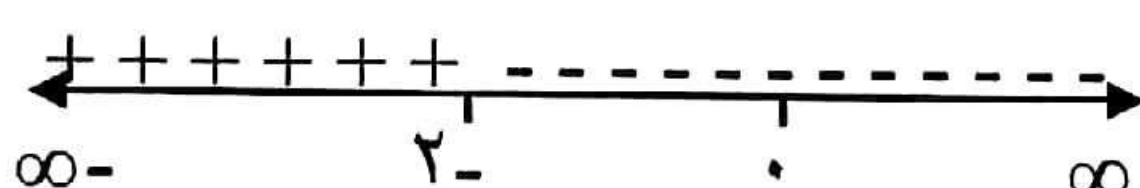


$$s \in \{2\} - (\infty, \infty)$$

$$(29) \quad 0 > 10 - 3s - 2$$

$$\text{الحل:} \quad 0 = 10 - 3s - 2 \iff 0 = 8 - 3s \iff s = 2$$

$$s = 2$$

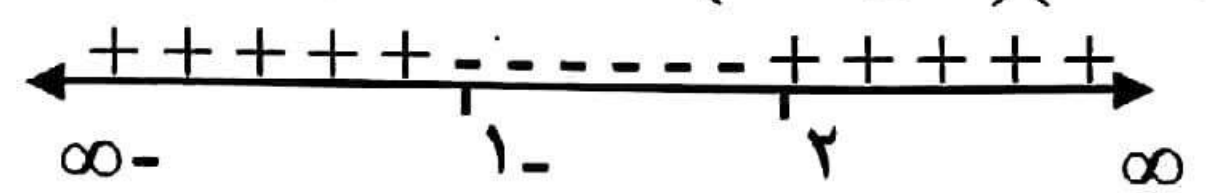


$$s \in (\infty, 2)$$

$$(19) \quad 0 < 9 - 2(1 - s)$$

$$\text{الحل:} \quad 0 = (3 + 1 - s)(3 - 1 - s)$$

$$1 - = s, 2 = s \iff 0 = (2 + s)(4 - s)$$

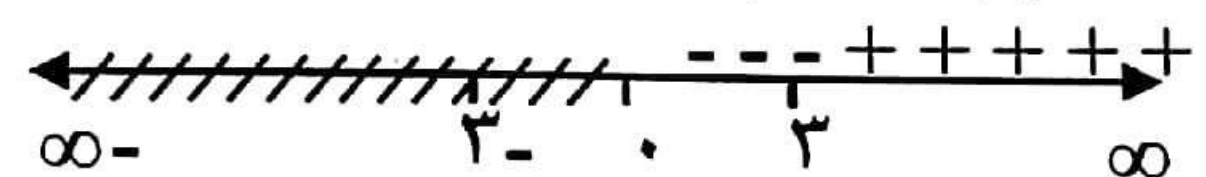


$$s \in (\infty, 2) \cup (1, \infty)$$

$$(20) \quad 0 \leq 9 \leq s$$

$$\text{الحل:} \quad 9 \leq s$$

$$3 - = s, 3 = s \iff 0 = (3 + s)(3 - s)$$



$$s \in (\infty, 3]$$

$$(21) \quad 9 \geq s \geq 1$$

$$\text{الحل:} \quad s \geq 1$$

$$0 \leq 1 - 2$$

$$0 = 1 - 2$$

$$1 = 2$$

$$1 \pm = s$$

$$9 \geq s$$

$$0 \geq 9 - 2$$

$$0 = 9 - 2$$

$$9 = 2$$

$$3 \pm = s$$

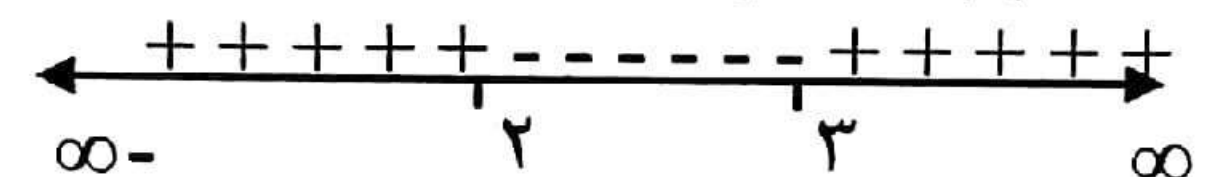


$$s \in [1, 3] \cup [3, 1]$$

$$(22) \quad 0 < 6 + s - 2$$

$$\text{الحل:} \quad 0 = 6 + s - 2$$

$$2 = s, 3 = s \iff 0 = (2 - s)(3 - s)$$



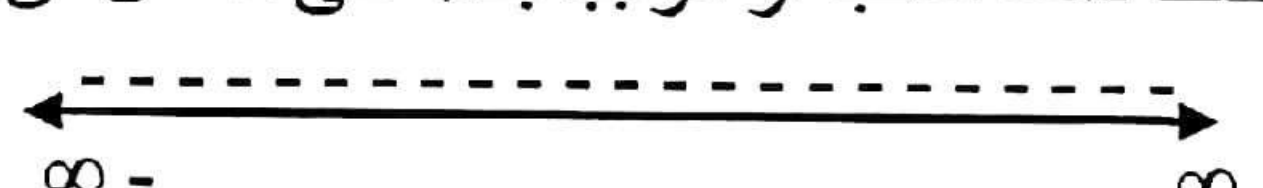
$$s \in (\infty, 3) \cup (2, \infty)$$

$$(23) \quad 0 > 4 - 2s - 5$$

$$0 = 4 - 2s - 5$$

$$\text{المميز} \quad 1 = 4 - 2s - 5 \iff 1 = 4 - 2s - 5 \iff 1 = -1 - 2s \iff 2 = -2s \iff s = -1$$

$$\text{تحلل لذلك دائماً سالب أو موجبا بناء على معامل س}$$



$$s \in (\infty, \infty)$$

$$\text{لو كان السؤال السابق} \quad 0 < 4 - 2s - 5 \iff 0 < -1 - 2s \iff s < -1$$

$$(35) \quad 0 > 8 - 2s + 3s + 4s$$

$$\text{الحل: } 0 = 8 - 2s + 3s + 4s$$

الاصفار النسبية المحتملة $1 \pm, 2 \pm, 4 \pm, 8 \pm$

$$\text{بالتجريب } 1 = 8 - 4 + 3 + 1 \iff 0 = 8 - 4 + 3 + 1 \text{ عامل}$$

س	س	س	س	س
١	٣	٤	٨	٨
١	٣	٤	٨	٨
١	٣	٤	٨	٨

$$0 = 8 + 2s + 3s + 4s$$

$$0 = 8 + 16 - 16 + 8 \iff 0 = 8 + 16 - 16 + 8 \text{ عامل}$$

س	س	س	س
١	٣	٤	٨
١	٣	٤	٨
١	٣	٤	٨

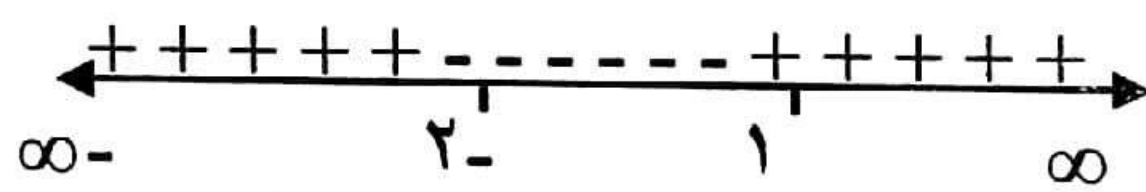
$$0 = 4 + 2s + 3s$$

$$\text{المميز } 12 = 16 - 4 = 4 \times 1 \times 4 \text{ لا تحلل}$$

$$0 = 8 - 2s + 3s + 4s$$

$$0 = (1 - s)(2 + s)(4 + s)$$

$$\text{جنور المعادلة } 1, 2$$

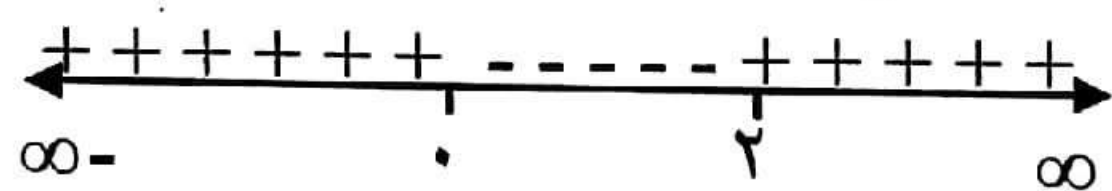


$$s \in (1, 2)$$

$$(36) \quad 0 \geq 16 - 2s + 3s$$

$$\text{الحل: } 0 = 16 - 2s + 3s$$

$$0 = 16 - 2s + 3s \iff 0 = 16 - 2s + 3s$$



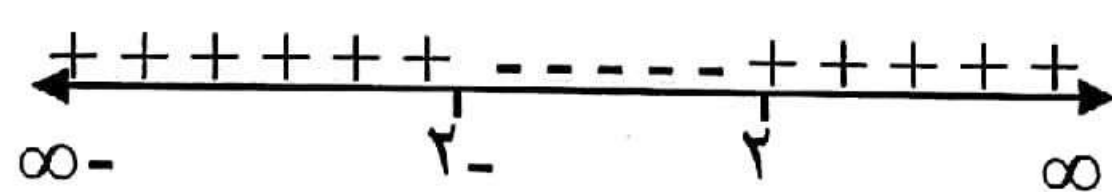
$$s \in [2, 16]$$

$$(37) \quad 0 > 16 - 4s$$

$$\text{الحل: } 0 = 16 - 4s$$

$$0 = 16 - 4s \iff 0 = 16 - 4s$$

$$0 = 16 - 4s \iff 0 = 16 - 4s$$

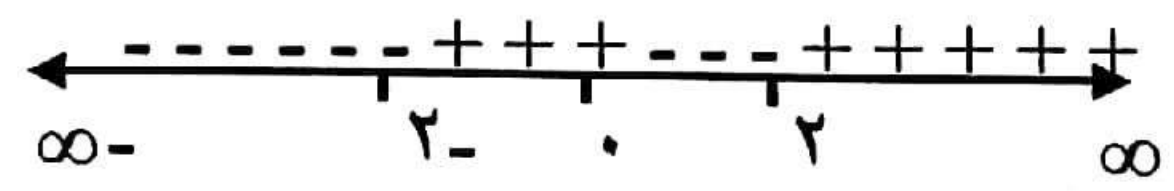


$$s \in (2, 4)$$

$$(30) \quad 0 \geq 4 - 3s$$

$$\text{الحل: } 0 = 4 - 3s$$

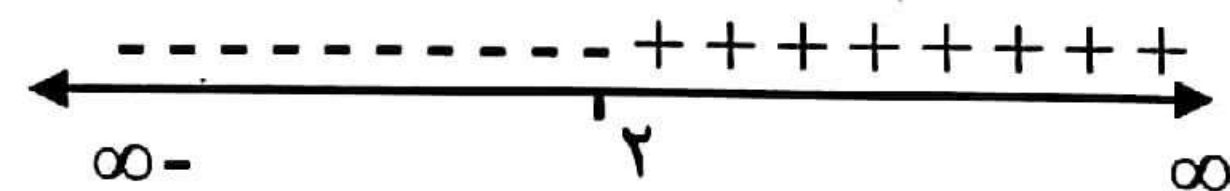
$$0 = 4 - 3s \iff 0 = 4 - 3s$$



$$s \in [0, 4] \cup [4, \infty)$$

$$(31) \quad 8 < 3s$$

$$\text{الحل: } 8 < 3s \iff 0 = 8 - 3s$$



$$s \in (8/3, \infty)$$

(32) حل المتباينة $3 - 2s < 3 - s$ ، ومثلها على خط الأعداد:

$$\text{الحل: } 3 - 2s < 3 - s$$

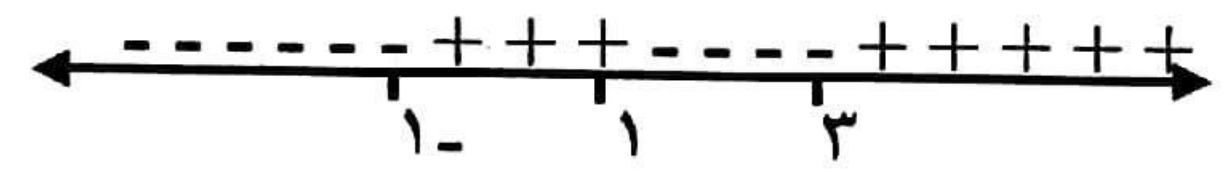
$$0 = 3 - 2s + s$$

$$0 = (3 - s)(1 - s)$$

$$0 = (3 - s)(1 - s)$$

$$0 = (3 - s)(1 - s)$$

$$\text{الاصفار } 3, 1, 1$$



$$s \in (1, 3) \cup (3, \infty)$$

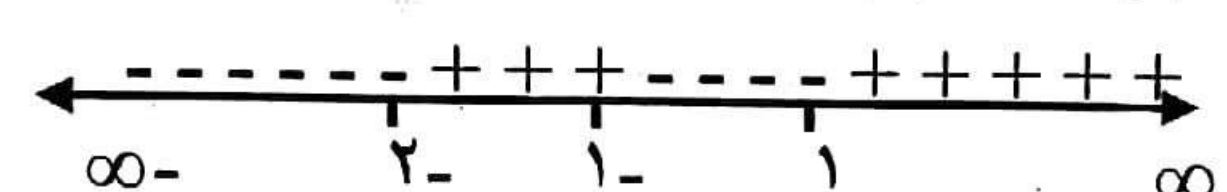
$$(33) \quad 4 + s \leq 2s + 3s$$

$$\text{الحل: } 4 + s \leq 2s + 3s$$

$$0 = 4 - 2s + 3s$$

$$0 = (4 - 2s)(1 + s)$$

$$0 = (4 - 2s)(1 + s) \iff 0 = (4 - 2s)(1 + s)$$



$$s \in [1, 2] \cup [2, \infty)$$

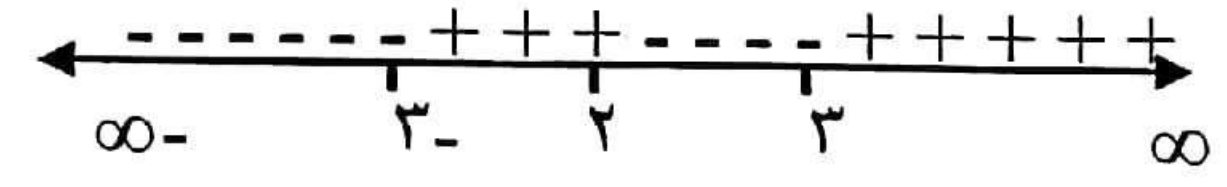
$$(34) \quad 18 + 2s > 9 + 3s$$

$$\text{الحل: } 18 + 2s > 9 + 3s$$

$$0 = 18 - 9 - 3s + 2s$$

$$0 = (18 - 9 - 3s + 2s)$$

$$0 = (18 - 9 - 3s + 2s) \iff 0 = (18 - 9 - 3s + 2s)$$



$$s \in (3, 9) \cup (9, \infty)$$

ثالثاً: الكسور الجزئية:

تتم تجزئة الكسور إذا كانت:

(أ) درجة البسط > من درجة المقام والمقام يحلل إلى مقادير خطيين مختلفين.

(ب) إذا كانت درجة البسط ≤ درجة المقام نلجأ للقسمة الطويلة ثم للكسور

$$(1) \text{ جد ناتج } \frac{10}{6+s} + \frac{2}{3-s}$$

الحل: نوجد المقامات

$$\frac{(6+s)2 - (3-s)10}{(6+s)(3-s)} = \frac{(6+s)2 - (3-s)10}{(3-s)(6+s)} = \frac{10s - 30 - 2s + 18}{(3-s)(6+s)} = \frac{8s - 12}{(3-s)(6+s)}$$

$$(2) \text{ اكتب الكسور الجزئية المكافئة للصيغة الجزئية } \frac{8s-42}{s^2+3s-18}$$

$$\frac{8s-42}{s^2+3s-18} = \frac{8s-42}{(s-3)(s+6)}$$

$$\frac{8s-42}{(s-3)(s+6)} = \frac{p}{s-3} + \frac{b}{s+6} \Rightarrow 8s-42 = p(s+6) + b(s-3) \Rightarrow 8s-42 = ps+6p+bs-3b \Rightarrow 8s-42 = (p+b)s + (6p-3b)$$

$$8s-42 = (p+b)s + (6p-3b) \Rightarrow \begin{cases} p+b=8 \\ 6p-3b=-42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p+b=8 \\ 2p-b=-14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p+b=8 \\ 2p-b=-14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=2 \\ b=6 \end{cases}$$

$$(3) \text{ جزئ الصيغة النسبية } \frac{18}{s^2-9}$$

الحل:

$$\frac{18}{s^2-9} = \frac{18}{(s-3)(s+3)} = \frac{p}{s-3} + \frac{b}{s+3} \Rightarrow 18 = p(s+3) + b(s-3) \Rightarrow 18 = ps+3p+bs-3b \Rightarrow 18 = (p+b)s + (3p-3b)$$

$$18 = (p+b)s + (3p-3b) \Rightarrow \begin{cases} p+b=0 \\ 3p-3b=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p+b=0 \\ p-b=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=3 \\ b=-3 \end{cases}$$

$$18 = (p+b)s + (3p-3b) \Rightarrow \begin{cases} p+b=0 \\ 3p-3b=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p+b=0 \\ p-b=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=3 \\ b=-3 \end{cases}$$

$$\frac{18}{s^2-9} = \frac{3}{s-3} - \frac{3}{s+3}$$

(38) وجد محل أحذية رياضية أن اقتران الإيراد الكلي الناتج من بيع (س) من القطع هو:

$$S(س) = 4س^2 + 6س$$

وأن اقتران التكلفة الكلية هو:

$$C(س) = 12س + 2س^2$$

جد عدد القطع التي يمكن للمحل أن يبيعها ليحقق ربحاً

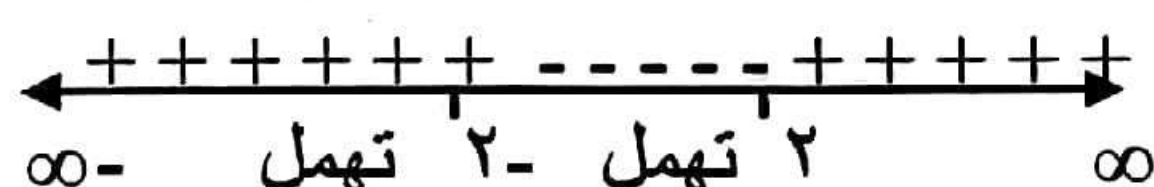
الحل: الربح = الإيراد - التكلفة > 0 ليحقق ربح

$$0 < (4س^2 + 6س) - (12س + 2س^2) = 2س^2 - 6س > 0$$

$$2س^2 - 6س > 0 \Rightarrow 2س(س - 3) > 0$$

$$2س(س - 3) > 0 \Rightarrow \begin{cases} 2س > 0 \\ س - 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} س > 0 \\ س > 3 \end{cases} \Rightarrow س > 3$$

$$س > 3 \Rightarrow س \in (3, \infty)$$



عدد القطع س ∈ (3, ∞) دائماً موجب

(39) إذا كان و(س) هو حاصل ضرب الاقترانات الخطية

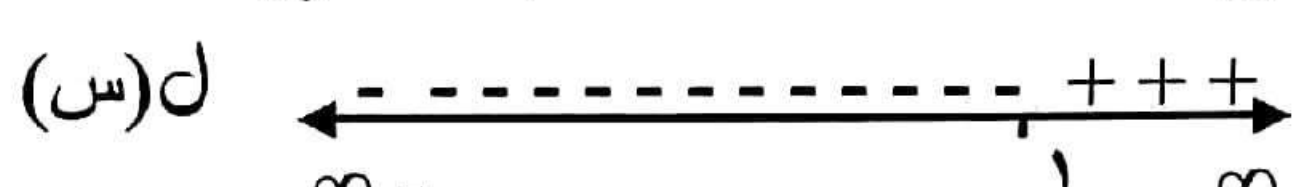
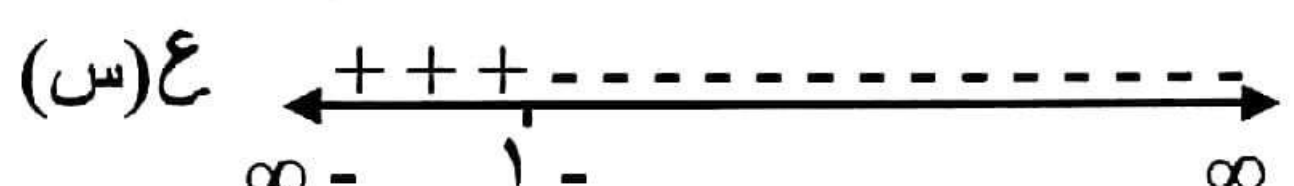
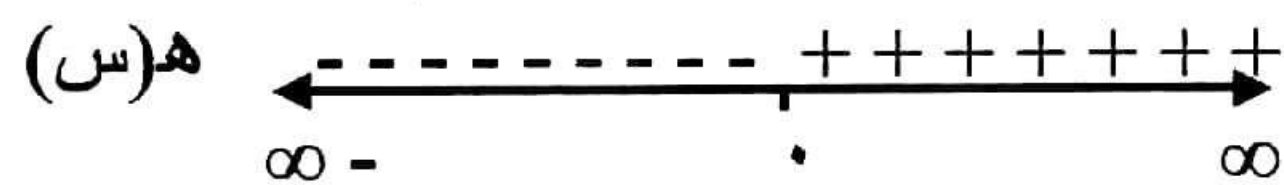
ه(س)، ع(س)، ل(س) (معامل س في كل منها يساوي 1)

وكانت مجموعة حل متباينة و(س) هي

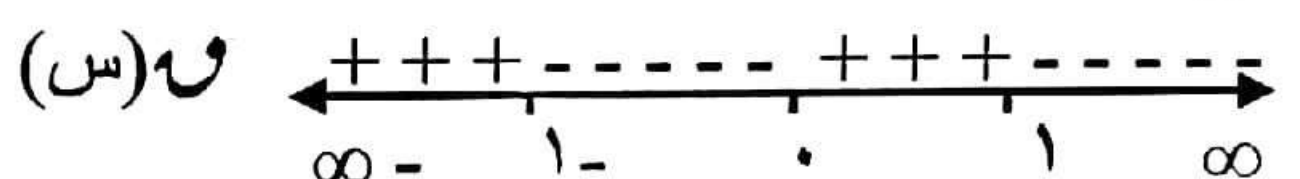
[0, 1) ∪ [1, ∞) استعن بالتمثيل التالي والذي

يمثل إشارة كل من ه، ع، ل على خط الأعداد المعرفة

على ع في إيجاد متباينة و(س)



الحل:



$$w(س) = (س - 1)(س + 1) = س^2 - 1$$

$$س^2 - 1 > 0 \Rightarrow (س - 1)(س + 1) > 0$$

$$س^2 - 1 > 0 \Rightarrow س^2 > 1 \Rightarrow س > 1 \text{ أو } س < -1$$

$$س > 1 \text{ أو } س < -1 \Rightarrow س \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$$

∴ المتباينة - س + 3 ≥ 0

$$\therefore \text{س}^2 + 3\text{س} - 5 = 6 - \text{س} \Rightarrow (\text{س} + 1)(\text{س} + 3)(\text{س} - 2)$$

$$\frac{\text{ب}}{\text{س} + 3} + \frac{\text{ب}}{\text{س} - 2} + \frac{\text{ب}}{\text{س} + 3} =$$

$$* (\text{س} + 3)(\text{س} + 3)(\text{س} - 2) + (\text{س} + 3)(\text{س} - 2) + (\text{س} + 3)(\text{س} - 2) =$$

$$* 11\text{س} - 6 = (\text{س} - 2)(\text{س} + 3)$$

$$* \text{س} = 2 \Rightarrow 15 = 15 \Rightarrow \text{ب} = 1$$

$$* \text{س} = 1 \Rightarrow 16 = 18 \Rightarrow \text{ب} = 3$$

$$* \text{س} = 3 \Rightarrow 10 = 40 \Rightarrow \text{ب} = 4$$

$$\therefore \frac{4}{\text{س} + 3} + \frac{1}{\text{س} - 2} + \frac{3}{\text{س} + 3} =$$

$$(7) \text{ جزئ الصيغة النسبية } \frac{\text{س}^2 - 9}{\text{س} + 9} :$$

الحل : لاحظ أن درجة البسط = درجة المقام لذلك قسمة طويلة

$$\begin{array}{r} \text{س} - 9 \\ 9 + \text{س} \overline{) 9 - \text{س}^2} \\ \underline{9 + 2\text{س} - 9} \\ 18 \pm 9\text{س} \pm 9 \\ \underline{18 \pm 9\text{س} \pm 9} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{72}{9 + \text{س}} + 9 - \text{س} =$$

$$(8) \text{ جزئ الصيغة النسبية } \frac{9 + 2\text{س}}{9 - 2\text{س}} :$$

الحل : درجة البسط نفس درجة المقام لذلك قسمة

$$\begin{array}{r} 1 \\ 9 - 2\text{س} \overline{) 9 + 2\text{س}} \\ \underline{9 \pm 2\text{س} - 18} \\ 18 \end{array}$$

$$\frac{18}{(3 - \text{س})(3 + \text{س})} + 1 =$$

$$\frac{\text{ب}}{\text{س} + 3} + \frac{\text{ب}}{\text{س} - 3} + 1 =$$

$$\frac{3}{\text{س} + 3} + \frac{3}{\text{س} - 3} + 1 =$$

$$* 18 = (\text{س} - 3)(\text{س} + 3) + (\text{س} + 3)(\text{س} - 3)$$

$$* \text{س} = 3 \Rightarrow 18 = 18 \Rightarrow \text{ب} = 3$$

$$* \text{س} = 3 \Rightarrow 18 = 18 \Rightarrow \text{ب} = 3$$

$$(4) \text{ جزئ الصيغة النسبية } \frac{7}{\text{س}^2 - 9} :$$

$$\text{الحل : } \frac{\text{ب}}{\text{س} - 3} + \frac{\text{ب}}{\text{س} + 3} = \frac{7}{(\text{س} - 3)(\text{س} + 3)} = \frac{7}{\text{س}^2 - 9}$$

$$* 7 = (\text{س} - 3)(\text{س} + 3) + (\text{س} + 3)(\text{س} - 3)$$

$$\text{س} = 0 \Rightarrow 7 = 7 \Rightarrow \text{ب} = 9$$

$$\text{س} = 9 \Rightarrow 7 = 7 \Rightarrow \text{ب} = 9$$

$$\frac{7}{\text{س}^2 - 9} = \frac{9}{\text{س} - 3} + \frac{9}{\text{س} + 3} =$$

$$(5) \text{ جزئ الصيغة النسبية } \frac{8\text{س} - 2}{\text{س}^2 - 3\text{س} - 2} :$$

$$\text{الحل : } \frac{8\text{س} - 2}{(\text{س} - 2)(\text{س} + 1)} = \frac{8\text{س} - 2}{(\text{س} - 2)(\text{س} + 1)}$$

$$\frac{\text{ب}}{\text{س} - 2} + \frac{\text{ب}}{\text{س} + 1} =$$

$$* 8\text{س} - 2 = (\text{س} - 2)(\text{س} + 1) + (\text{س} + 1)(\text{س} - 2)$$

$$\text{س} = 0 \Rightarrow 8\text{س} - 2 = 8\text{س} - 2 \Rightarrow \text{ب} = 1$$

$$\text{س} = 2 \Rightarrow 14 = 14 \Rightarrow \text{ب} = 14$$

$$\text{س} = 1 \Rightarrow 3 = 3 \Rightarrow \text{ب} = 10$$

$$\frac{3}{\text{س} - 2} + \frac{14}{\text{س} + 1} + \frac{1}{\text{س}} =$$

$$(6) \text{ جزئ الصيغة النسبية } \frac{11\text{س} - 7}{\text{س}^2 + 3\text{س} - 5\text{س} - 6} :$$

الحل : $\text{س}^2 + 3\text{س} - 5\text{س} - 6 = 6 - \text{س} - 2\text{س}^2$ تحلل عوامله (تجريب)

س	س	س	س
1	2	5	6
1	1	1	6
1	1	1	6

$$\text{س}^2 + 3\text{س} - 6 = (\text{س} + 3)(\text{س} - 2)$$