بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

ZA7غ

٣ ٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحـث : الرياضيات/المستوى الرابع — مدة الامتحـان: ٢ : ٠٠ (س د)

الفــرع : العلمــي + الصناعي (جامعات) — اليوم والتاريخ: الاثنين ٢٠١٩/٠١/٠٧

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

الســـؤال الأول: (٢٢ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

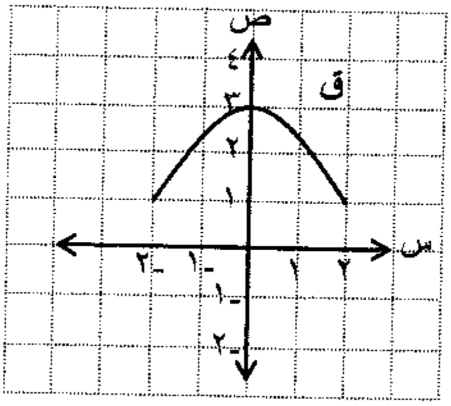
١) إذا كان م(س) = $هـ^{٢س}$ + ٦س + ٣ اقتران بدائي للاقتران المتصل ق(س) ، فإن قيمة ق(٠) تساوي:

أ) ١ ب) ١٠ ج) ٤ د) ٨

٢) إذا كان $\int_{٣}^{جـ} [\,٥ - \frac{١}{٣}س\,]\,دس = ١٦$ ، جـ > ٣ ، فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) ٦ ب) ١٠ ج) ٩ د) ١٢

٣) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [−٢ ، ٢] ، مـا أصغر قيمـة للمقـدار: $\int_{-٢}^{٢} ق(س)\,دس$ ؟



أ) ١٢ ب) ٨

ج) ٤ د) صفر

ب) جد كلًّا من التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{(\sqrt{س} + ٢)^{٥}}{س^{٤}}\,دس$ (٨ علامات)

٢) $\int \frac{جتا\,س}{جتا^{٢}س + ٣\,جا\,س - ٣}\,دس$ (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

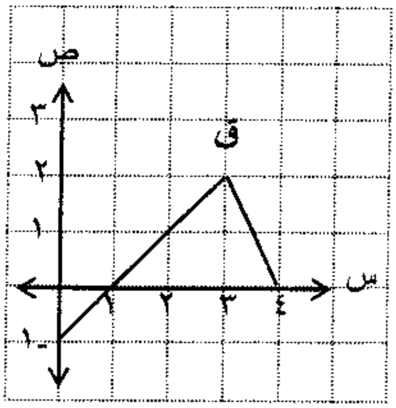
السـؤال الثاني: (٢٣ علامة)

أ) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٦ علامات)

١) قيمة $\int_{٠}^{٢} (٢-\text{س})(\text{س}-٢)^{٣}\, \text{دس}$ تساوي:

أ) $-\frac{١٦}{٥}$ ب) $\frac{٣٢}{٥}$ ج) $-\frac{٣٢}{٥}$ د) $\frac{١٦}{٥}$

٢) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [٠ ، ٤] ، ما قيمة $\int_{٠}^{٤} |\text{ق(س)}|\, \text{دس}$ ؟



أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) $\frac{٧}{٢}$ د) $\frac{٩}{٢}$

٣) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة **ص** عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{\text{هـ}^{\text{س}}+٢}{\text{هـ}^{\text{ص}}}$ ، وكانت النقطة (١ ، ١) تقع على منحناها ، فإن قاعدة العلاقة **ص** هي:

أ) $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{هـ}^{\text{س}} + ٢\text{س} + ٢)$ ب) $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{هـ}^{\text{س}} + ٢\text{س})$

ج) $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{هـ}^{\text{س}} + ٤)$ د) $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{هـ}^{\text{س}} + ٢\text{س} - ٢)$

ب) **جـد التكامل الآتي:** (٨ علامات)

$$\int \frac{\text{هـ}^{\sqrt[٣]{\text{س}}+٢}}{\sqrt[٣]{\text{س}}}\, \text{دس}$$

ج) جـد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق(س) = جا س ، ل(س) = جتا $\frac{\text{س}}{٢}$

في الفترة [$\frac{\pi}{٣}$ ، $\frac{٥\pi}{٣}$] . (٩ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال الثالث: (١٥ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) قيمة $\int_{1}^{هـ} \frac{س + ١}{س + س^{٢}}$ دس تساوي:

أ) − هـ ب) هـ ج) ١ د) −١

٢) إذا كان ق(س) = ٤ $لو_{هـ}$ (س + $\sqrt{س}$) ، س > ٠ ، فإن قيمة قَ(١) تساوي:

أ) $\frac{٣}{٤}$ ب) $\frac{١٦}{٣}$ ج) ٣ د) ١٢

٣) إذا كان ص = $(هـ^{س})^{٣}$ + $هـ^{جاس}$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند س = ٠ تساوي:

أ) ٤ ب) ٣ ج) ٢ د) ٥

ب) إذا كان س $هـ^{ص}$ = ١ + $هـ^{ص}$ ، أثبت أن: $ص'' = هـ^{٢ص}$ (٩ علامات)

السـؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) معادلة المحل الهندسي للنقطة ن(س ، ص) التي تتحرك على بعدين متساويين من النقطتين الثابتتين (٣ ، ٠) ، (−٣ ، ٠) هي:

أ) س = ٠ ب) ص = س ج) ص = ٠ د) ص = − س

٢) قطع مكافئ معادلته $س^{٢}$ − ١٢ص + ٢٤ = ٠ ، ما معادلة دليله؟

أ) س = −١ ب) ص = −١ ج) ص = ١ د) س = ١

٣) ما إحداثيا مركز الدائرة التي معادلتها ٢$س^{٢}$ + ٢$ص^{٢}$ − ١٦س + ٤ص + ٢٤ = ٠ ؟

أ) (−٨ ، ٢) ب) (−٤ ، ١) ج) (٨ ، −٢) د) (٤ ، −١)

ب) جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيم س = −١ وتمر بالنقطة (٥ ، ٢) ويقع مركزها في الربع الأول على المستقيم ص = س وطول نصف قطرها أقل من ٤ وحدات. (٧ علامات)

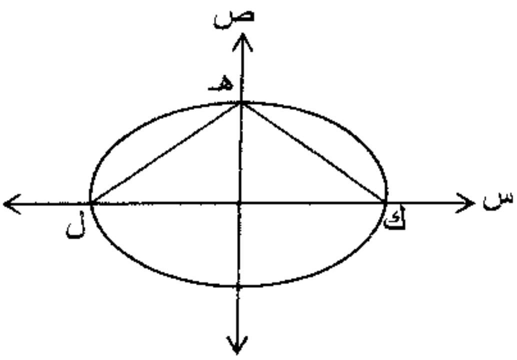
ج) قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة (٤ ، −٨) ، إذا كان إحداثيا بؤرته (٠ ، $\frac{٣ - م}{٤}$) فما قيمة الثابت م ؟ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الرابعة ....

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٦ علامات)

١) يمثّل الشكل المجاور قطعًا ناقصًا رأساه النقطتان ك ، ل
وأحد طرفي محوره الأصغر النقطة هـ ، إذا علمت أن
مساحة المثلّث هـ ك ل تساوي ١٢ وحدة مربّعة،
فما مساحة القطع الناقص بالوحدات المربّعة؟



أ) ٦π ب) ١٢π

ج) ١٠π د) ١٤π

٢) إذا كان البعد البؤري لقطع زائد يساوي ثلاثة أمثال طول محوره المرافق، فإن الاختلاف المركزي لهذا القطع يساوي:

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{٦}{\sqrt{٣٥}}$ ج) $\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{٣}{\sqrt{٨}}$

٣) نوع القطع المخروطي الذي معادلته $-٤\text{ص}^{٢} + ١٨\text{س} = -٩\text{س}^{٢} + ٨\text{ص} + ٣١$ هو :

أ) قطع زائد ب) قطع ناقص ج) دائرة د) قطع مكافئ

ب) جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه النقطتان (−٢ ، ٢) ، (٦ ، ٢) ويمر بالنقطة (٢ ، ٦) (٧ علامات)

ج) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (٧ علامات)

$-٤\text{س}^{٢} + ٢\text{ص}^{٢} - ٨\text{س} - ٨\text{ص} - ١٢ = ٠$

﴿انتهت الأسئلة﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / الدورة الشتوية

الإجابة النموذجية

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

صفحة رقم (١)

المبحث: الرياضيات / ٤٣
الفرع: العلمي + الصناعي (جامعات)
مدة الامتحان: ٢ س ٠٠ د
التاريخ: ٧/١/٢٠١٩م

الإجابة النموذجية:

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الأول: (٢٢ علامة)

أ) ٦

	رقم الفقرة	١	٢	٣
٢٤٩	رقم الفقرة	١	٢	٣
٢٤٨	الإجابة الصحيحة	٨	١٠	٤
٢٤٧	رمز الإجابة الصحيحة	د	ب	ج

لكل فقرة علامتان

ب) ١) ٨

$$\int \frac{(\sqrt{س}+2)^{5}}{س^{4}}\, دس$$

٢٦٣ نفرض $ص = \sqrt{س}$

$ص^{2} = س$ (١)

$2ص\, دص = دس$

$$= \int \frac{(ص+2)^{5}}{ص^{8}} \times 2ص\, دص \quad (١)$$

نفرض $ع = 1 + \frac{2}{ص}$

$$= 2\int \frac{1}{ص^{2}}\left(1+\frac{2}{ص}\right)^{5} دص \quad (١)$$

(١)

$دع = \frac{-2}{ص^{2}}\, دص$

$$= 2\int \frac{1}{ص^{2}} (ع)^{5} \frac{ص^{2}\, دع}{-2} \quad (١)$$

$$= -\int ع^{5}\, دع \quad (١)$$

$$= -\frac{ع^{6}}{6} + جـ \quad (١)$$

$$= -\frac{\left(1+\frac{2}{ص}\right)^{6}}{6} + جـ$$

$$= -\frac{\left(1+\frac{2}{\sqrt{س}}\right)^{6}}{6} + جـ \quad (١)$$

رقم الصفحة في الكتاب

٨ س ب

٢) $\int \frac{\text{جتا}س}{\text{جتا}^2 س + ٣\text{جا}س - ٣} \, دس$ ، $\text{جتا}^2 س = ١ - \text{جا}^2 س$ ١ ٣.٢

$= -\int \frac{\text{جتا}س}{\text{جا}^2 س - ٣\text{جا}س + ٢} \, دس$ نفرض $ص = \text{جا}س$ ، $دص = \text{جتا}س \, دس$ ١

$= -\int \frac{\cancel{\text{جتا}س}}{ص^2 - ٣ص + ٢} \times \frac{دص}{\cancel{\text{جتا}س}}$

$= -\int \frac{دص}{(ص-٢)(ص-١)}$ ١ لكن $\frac{١}{(ص-٢)(ص-١)} = \frac{أ}{ص-٢} + \frac{ب}{ص-١}$ ١

$\Leftarrow ١ = أ(ص-١) + ب(ص-٢)$

بوضع $ص = ١ \Leftarrow ب = -١$ ١

بوضع $ص = ٢ \Leftarrow أ = ١$

$\therefore -\int \frac{دص}{(ص-٢)(ص-١)} = -\left(\int \frac{١}{ص-٢} \, دص + \int \frac{-١}{ص-١} \, دص\right)$ ١

$= -\text{لو}_{هـ}|ص-٢| + \text{لو}_{هـ}|ص-١| + ج$ ١

$= -\text{لو}_{هـ}|\text{جا}س-٢| + \text{لو}_{هـ}|\text{جا}س-١| + ج$ ١

أجابات العلمي / م٤

س١ (٢٢) علامة.

أ)

٣	٢	١
جـ	ب	د
٤	١٠	٨

ب) حل آخر

١) $\int \frac{(\sqrt{س}+٢)^٥}{س^٤}\, دس$

(١)

$ص = \sqrt{س} + ٢ \Leftarrow دس = ٢\sqrt{س}\, دص$

$\int \frac{ص^٥}{س^٤} \times ٢\sqrt{س}\, دص = \int \frac{٢ص^٥}{س^{\frac{٧}{٢}}}\, دس$ (١)

$= \int \frac{٢ص^٥}{(\sqrt{س})^٧}\, دس = \int \frac{٢ص^٥}{(ص-٢)^٧}\, دس$ (١)

(١)

$= \int \frac{٢ص^٥}{(ص-٢)^٥} \times \frac{١}{(ص-٢)^٢}\, دص = \int \left(\frac{ص}{ص-٢}\right)^٥ \times \frac{٢}{(ص-٢)^٢}\, دص$

$ع = \frac{ص}{ص-٢} \Leftarrow \frac{دع}{دص} = \frac{ص-٢-ص}{(ص-٢)^٢}$

(١)

$دص = \frac{(ص-٢)^٢}{-٢}\, دع$

$= \int ع^٥ \times \frac{٢}{(ص-٢)^٢} \times \frac{(ص-٢)^٢}{-٢}\, دع$ (١)

$= -\int ع^٥\, دع = -\frac{ع^٦}{٦} + جـ$ (١)

$= -\frac{١}{٦}\left(\frac{ص}{ص-٢}\right)^٦ + جـ = -\frac{١}{٦}\left(\frac{\sqrt{س}+٢}{\sqrt{س}}\right)^٦ + جـ$ (١)

(١)

حل ٣ ص

السؤال الأول ب) ١) $\boxed{8}$

$$\int \frac{(\sqrt{\text{س}}+2)^5}{\text{س}^4}\,d\text{س} = \int \left(\frac{\sqrt{\text{س}}+2}{\text{س}}\right)^4 \times (\sqrt{\text{س}}+2)\,d\text{س} \quad ①$$

افرض ص $= \sqrt{\text{س}}$

$$d\text{ص} = \frac{1}{2\sqrt{\text{س}}}\,d\text{س} \quad ①$$

$$\text{ص}^2 = \text{س}$$

$$= \int \left(\frac{\text{ص}+2}{\text{ص}^2}\right)^4 (\text{ص}+2) \times 2\sqrt{\text{س}}\,d\text{ص} \quad ①$$

$$= \int \frac{(\text{ص}+2)^5}{\cancel{\text{ص}^8}} \times 2\cancel{\text{ص}}\,d\text{ص}$$

$$= \int \frac{2(\text{ص}+2)^5}{\text{ص}^7}\,d\text{ص} \quad ①$$

$$= 2\int \left(\frac{\text{ص}+2}{\text{ص}}\right)^5 \times \frac{1}{\text{ص}^2}\,d\text{ص}$$

$$\text{ع} = \frac{\text{ص}+2}{\text{ص}} \quad ①$$

$$d\text{ع} = \frac{-2}{\text{ص}^2}\,d\text{ص}$$

$$= \cancel{2}\int \text{ع}^5 \times \frac{1}{\cancel{\text{ص}^2}} \times \cancel{\frac{\text{ص}^2}{-2}}\,d\text{ع} \quad ①$$

$$= -\int \text{ع}^5\,d\text{ع}$$

$$= -\frac{\text{ع}^6}{6} + \text{ج} \quad ①$$

$$= -\frac{1}{6} \times \left(\frac{\text{ص}+2}{\text{ص}}\right)^6 + \text{ج}$$

$$= -\frac{1}{6} \times \left(\frac{\sqrt{\text{س}}+2}{\sqrt{\text{س}}}\right)^6 + \text{ج} \quad ①$$

س١:

ب)

حل آخر

١) $\int \frac{(٢+\sqrt{س})^{٥}}{س^{٤}}\,دس$

1 $= \int \frac{(٢+\sqrt{س})^{٥}}{(\sqrt{س})^{٨}}\,دس$ 1 $= \int \frac{(٢+\sqrt{س})^{٥}}{(\sqrt{س})^{٥}\times(\sqrt{س})^{٣}}\,دس$

1 $= \int \left(\frac{٢+\sqrt{س}}{\sqrt{س}}\right)^{٥} \times \frac{1}{(\sqrt{س})^{٣}}\,دس$

$= \int \left(1+\frac{٢}{\sqrt{س}}\right)^{٥} \times \frac{1}{(\sqrt{س})^{٣}}\,دس$

1 $ص = 1 + \frac{٢}{\sqrt{س}} \Leftarrow دس = ٢\,س\sqrt{س}\,\frac{دص}{-١\times٢}$

$دس = -س(\sqrt{س})\,دص$

1 $= \int ص^{٥} \times \frac{1}{(\sqrt{س})^{٣}} \times -س\sqrt{س}\,دص$

1 $= \int ص^{٥} \times \frac{1}{\cancel{(\sqrt{س})^{٣}}} \times -\cancel{(\sqrt{س})^{٣}}\,دص$

1 $= -\int ص^{٥}\,دص = -\frac{ص^{٦}}{٦} + جـ$

1 $= -\frac{1}{٦}\left(1+\frac{٢}{\sqrt{س}}\right)^{٦} + جـ$

س١

ب) ٢) حل غير صحيح .

① متطابقة

$$\int \frac{\text{جتا}\,س}{\text{جتا}^2 س + ٣\,\text{جا}\,س - ٣}\,دس = \int \frac{\text{جتا}\,س}{١ - \text{جا}^2 س + ٣\,\text{جا}\,س - ٣}\,دس$$

$$= \int \frac{\text{جتا}\,س}{- \text{جا}^2 س + ٣\,\text{جا}\,س - ٢}\,دس = \int \frac{-\text{جتا}\,س}{\text{جا}^2 س - ٣\,\text{جا}\,س + ٢}\,دس$$

$$= \int \frac{-\text{جتا}\,س}{(\text{جا}\,س - ١)(\text{جا}\,س - ٢)}\,دس \quad ①$$

$$\frac{-\text{جتا}\,س}{(\text{جا}\,س - ٢)(\text{جا}\,س - ١)} = \frac{أ}{\text{جا}\,س - ١} + \frac{ب}{\text{جا}\,س - ٢} \quad ①$$

إذا قام بالفرض ص = جا س ثم أكمل الحل بشكل صحيح

يعود لنفس الحل النموذجي ويصحح كاملاً .

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني :- (٢٣ علامة)

٦ أ)

رقم الفقرة	١	٢	٣
الإجابة الصحيحة	$\frac{-٢٣}{٥}$	$\frac{٧}{٢}$	$\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^٢ + ٢\text{س} - ٢)$
رمز الإجابة الصحيحة	ج	ج	د

٢٤٨ ٢٨١ ٢٥٤

لكل فقرة علامتان

٢٩٥

٥ ب) $\int \frac{\text{هـ}^{\sqrt[٣]{\text{س}} + ٢}}{\sqrt[٣]{\text{س}}}\, د\text{س}$ نفرض $\text{ص} = \sqrt[٣]{\text{س}}$

$\text{ص}^٣ = \text{س}$ (1)

$٣\text{ص}^٢\, د\text{ص} = د\text{س}$

$= \int \text{هـ}^٢ \frac{\text{هـ}^{\text{ص}}}{\text{ص}} \times ٣\text{ص}^٢\, د\text{ص}$ (1)

$= ٣\text{هـ}^٢ \int \text{ص}\, \text{هـ}^{\text{ص}}\, د\text{ص}$ (1)

نفرض $\text{ق} = \text{ص} \longleftarrow د\text{ق} = د\text{ص}$ (1)

$د\text{ع} = \text{هـ}^{\text{ص}}\, د\text{ص} \longleftarrow \text{ع} = \text{هـ}^{\text{ص}}$ (1)

$\therefore ٣\text{هـ}^٢ \int \text{ص}\, \text{هـ}^{\text{ص}}\, د\text{ص} = ٣\text{هـ}^٢ \left(\text{ص}\, \text{هـ}^{\text{ص}} - \int \text{هـ}^{\text{ص}}\, د\text{ص}\right)$ (1)

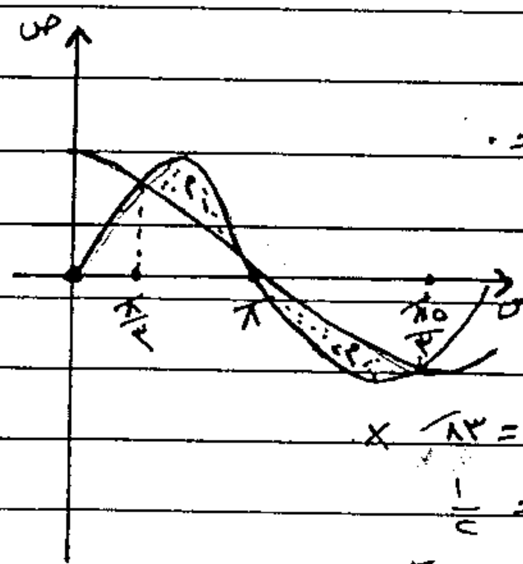
$= ٣\text{هـ}^٢ \left(\text{ص}\, \text{هـ}^{\text{ص}} - \text{هـ}^{\text{ص}}\right) + \text{ج}$ (1)

$= ٣\text{هـ}^٢ \left(\sqrt[٣]{\text{س}}\, \text{هـ}^{\sqrt[٣]{\text{س}}} - \text{هـ}^{\sqrt[٣]{\text{س}}}\right) + \text{ج}$ (1)

رقم الصفحة في الكتاب

٢٧٧ س٤/ ٢) ه(س) = جاس ، ل(س) = جتا $\frac{1}{2}$ س ، س ∈ $[\frac{\pi}{3} ، \frac{5\pi}{3}]$

نجد نقط التقاطع بين المنحنيين بوضع ه(س) = ل(س)



(١)

جاس = جتا $\frac{1}{2}$ س

٢ جا $\frac{1}{2}$ س جتا $\frac{1}{2}$ س − جتا $\frac{1}{2}$ س = ٠

جتا $\frac{1}{2}$ س (٢ جا $\frac{1}{2}$ س − ١) = ٠

⇐ جتا $\frac{1}{2}$ س = ٠ ⇐ $\frac{1}{2}$ س = $\frac{\pi}{2}$

س = π (١)

$\frac{1}{2}$ س = $\frac{3\pi}{2}$ ⇐ س = 3π ×

أو ٢ جا $\frac{1}{2}$ س − ١ = ٠ ⇐ جا $\frac{1}{2}$ س = $\frac{1}{2}$

⇐ $\frac{1}{2}$ س = $\frac{\pi}{6}$ ⇐ س = $\frac{\pi}{3}$

، $\frac{1}{2}$ س = $\frac{5\pi}{6}$ ⇐ س = $\frac{5\pi}{3}$ (١)

م = م١ + م٢

= $\int_{\pi/3}^{\pi}$ (جاس − جتا $\frac{1}{2}$ س) دس + $\left|\int_{\pi}^{5\pi/3}\right.$ جاس − جتا $\frac{1}{2}$ س دس $\left.\right|$ (١)

= $\Big[$ − جتاس − ٢جا $\frac{1}{2}$ س $\Big]_{\pi/3}^{\pi}$ + $\Big|\Big[$ − جتاس − ٢جا $\frac{1}{2}$ س $\Big]_{\pi}^{5\pi/3}\Big|$ (١) (١)

= (− جتا π − ٢ جا $\frac{\pi}{2}$) − (− جتا $\frac{\pi}{3}$ − ٢ جا $\frac{\pi}{6}$) + |(− جتا $\frac{5\pi}{3}$ − ٢ جا $\frac{5\pi}{6}$) − (− جتا π − ٢ جا $\frac{\pi}{2}$)|

= (١ − ٢) − (− $\frac{1}{2}$ − ٢ × $\frac{1}{2}$) + |(− $\frac{1}{2}$ − ٢ × $\frac{1}{2}$) − (١ − ٢ × ١)|

= −١ + $\frac{3}{2}$ + |− $\frac{3}{2}$ + ١| (١)

= $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ = ١ وحدة مربعة

جـ٢ (٢٣ علامة)

أ) (٦)

١	٢	٣
جـ	جـ	د

$\frac{-٣٢}{٥}$ $\frac{٧}{٢}$ $ص = لو_{هـ}(هـ^{س} + ٢س - ٢)$

ب) (٨)

$$\int \frac{هـ^{\sqrt[3]{س}+٢}}{\sqrt[3]{س}} \, دس$$

نفرض $ص = \sqrt[3]{س} + ٢ \Leftarrow ص - ٢ = \sqrt[3]{س}$ (١)

$س = (ص-٢)^{٣} \Leftarrow دس = ٣(ص-٢)^{٢} دص$

$\int \frac{هـ^{ص}}{ص-٢} \times ٣(ص-٢)^{٢} دص$ (١) $= \int ٣(ص-٢) هـ^{ص} دص$ (١)

$م = ٣(ص-٢) \Leftarrow دم = ٣ دص$ (١)

$دع = هـ^{ص} دص \Leftarrow ع = هـ^{ص}$ (١)

$= ٣(ص-٢)هـ^{ص} - \int ٣هـ^{ص} دص$ (١)

$= ٣(ص-٢)هـ^{ص} - ٣هـ^{ص} + جـ$ (١)

$= ٣\sqrt[3]{س}\, هـ^{\sqrt[3]{س}+٢} - ٣هـ^{\sqrt[3]{س}+٢} + جـ$ (١)

س ٢ فرع ج

٩

① $جا^2 س = جتا^2 \frac{س}{٢}$

$١ - جتا^2 س = جتا^2 \frac{س}{٢}$

$١ - جتا^2 س = \frac{١ + جتا س}{٢}$

$٢ - ٢ جتا^2 س = ١ + جتا س$

$٢ جتا^2 س + جتا س - ١ = ٠$

$(٢ جتا س - ١)(جتا س + ١) = ٠$

اما $(٢ جتا س - ١) = ٠$ او $جتا س = -١$

$جتا س = \frac{١}{٢}$ ، $س = \pi$ ①

$س = \frac{\pi}{٣} ، \frac{٥\pi}{٣}$ ①

$م = \int_{\frac{\pi}{٣}}^{\pi} \left(جا س - جتا \frac{س}{٢}\right) دس$ ① $+ \int_{\pi}^{\frac{٥\pi}{٣}} \left(جتا \frac{س}{٢} - جا س\right) دس$ ①

$= \left[- جتا س - ٢ جا \frac{س}{٢}\right]_{\frac{\pi}{٣}}^{\pi} + \left[٢ جا \frac{س}{٢} + جتا س\right]_{\pi}^{\frac{٥\pi}{٣}}$ ①

$= (١ - ٢ \times ١) - \left(-\frac{١}{٢} - ٢ \times \frac{١}{٢}\right) + \left(٢ \times \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}\right) - (٢ + -١)$ ①

$= \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}$

$= ١$ وحدة مساحة.

س ٩

ج) نجد نقط التقاطع بين الاقترانين ق(س)، ل(س)

ق(س) = ل(س) ①

جاس = جتا ½ س

٢ جا ½ س جتا ½ س − جتا ½ س = ٠

جتا ½ س (٢ جا ½ س − ١) = ٠

اما جتا ½ س = ٠ أو جا ½ س = ½

½ س = π/٢ ، ٣π/٢ ① ½ س = π/٦ ، ٥π/٦ ①

س = π ، ٣π (x) س = π/٣ ، ٥π/٣

π/٣ ، π/٢ ، π ، ٣π/٢ ، ٥π/٣

ق(π/٢) = ١ ، ل(π/٢) = ١/√٢ ← ق ≥ ل [π/٣ ، π]

ق(٣π/٢) = −١ ، ل(٣π/٢) = −١/√٢ ← ل ≥ ق [π ، ٥π/٣]

م = $\int_{\pi/3}^{\pi}$ (جاس − جتا ½ س) دس + $\int_{\pi}^{5\pi/3}$ (جتا ½ س − جاس) دس ① + ①

= [−جتاس − ٢ جا ½ س]$_{\pi/3}^{\pi}$ + [٢ جا ½ س + جتاس]$_{\pi}^{5\pi/3}$ ① + ①

= (١ − ٢×١) − (−½ − ½×٢) + (٢×½ − ½) − (٢ − ١) ①

= $\cancel{1}$ − ٢ + ½ + $\cancel{1}$ + $\cancel{1}$ − ½ + $\cancel{1}$ ①

= ١ وحدة مربعة

س٩) ح) نجد نقط تقاطع ص١ ، ص٢

١

ص١ = ص٢

جاس = جتا½س

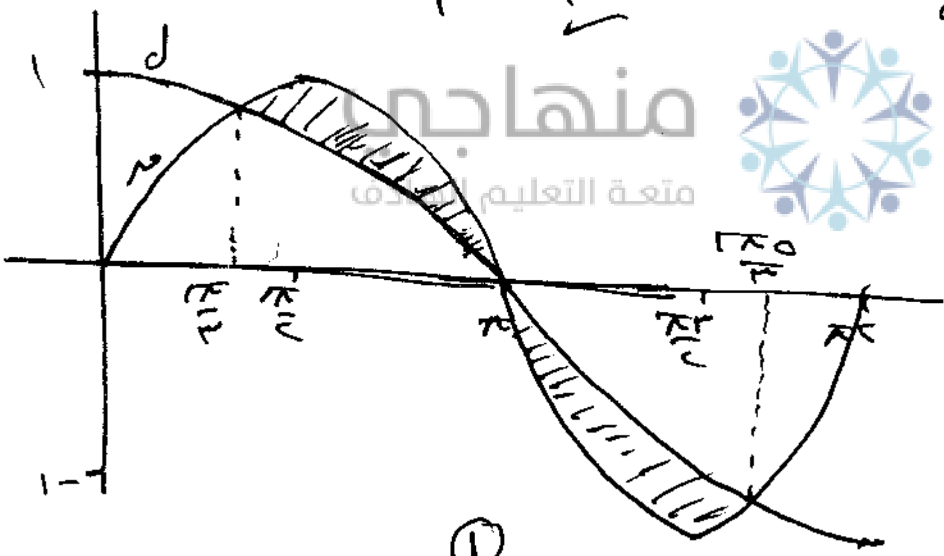
٢جا½س جتا½س − جتا½س = ٠

جتا½س (٢جا½س − ١) = ٠

اما جتا½س = ٠ أو جا½س = ½

½س = $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$ ½س = $\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{5\pi}{6}$

س = π ، 3π ١   س = $\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{5\pi}{3}$ ١



١   ١

م = $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}$ (جتا½س − جاس) دس + $\int_{\pi}^{\frac{5\pi}{3}}$ (جاس − جتا½س) دس

= ١ $\left[٢جا½س + جتاس \right]_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}$ + ١ $\left[−جتاس − ٢جا½س \right]_{\pi}^{\frac{5\pi}{3}}$

= ١ (١− + ١×٢) − (½ + ½×٢) + (−½ − ½×٢) − (١ − ٢)

= ١   ١ + ٢ − ½ + ١ + $\cancel{١}$ + ½ + $\cancel{١−}$

= ١ وحدة مربعة .

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث :- (١٥ علامة)

أ)

رقم الفقرة	١	٢	٣
الإجابة الصحيحة	١	٣	٤
رمز الإجابة الصحيحة	٤٠	٤٠	أ

٣٠٥ ، ٢٨٩ ، ٢٩٥

لكل فقرة علامتان

٢٩٥

ب) $س هـ^{ص} = ١ + هـ^{ص}$

$س هـ^{ص} ص' + هـ^{ص} = هـ^{ص} ص'$ (١) + (١)

$ص' (س هـ^{ص} - هـ^{ص}) = - هـ^{ص}$ (١)

$ص' = \frac{- هـ^{ص}}{س هـ^{ص} - هـ^{ص}}$ (١)

$ص' = \frac{-١}{س - ١}$ (١)

$ص'' = \frac{١}{(س-١)^{٢}}$ (١)

من العلاقة الأصلية

$س هـ^{ص} - هـ^{ص} = ١ \Leftarrow هـ^{ص}(س-١) = ١$

$س - ١ = \frac{١}{هـ^{ص}}$

$(س-١)^{٢} = \frac{١}{هـ^{٢ص}}$ (١)

$\therefore ص'' = \frac{١}{\frac{١}{هـ^{٢ص}}}$ (١)

(١) $ص'' = هـ^{٢ص}$ وهو المطلوب

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

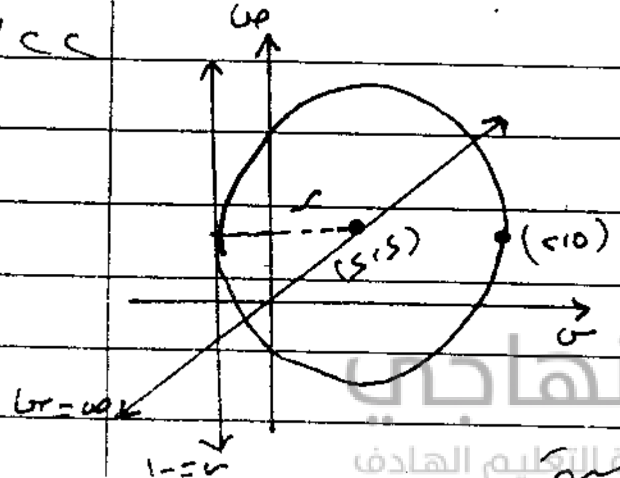
٦) أ)

رقم الفقرة	١	٢	٣	
الإجابة الصحيحة	س = صفر	ص = -١	(٤ ، -١)	٣١٦
رمز الإجابة الصحيحة	أ	ب	د	٣٣٦
				٣٢٢

لكل فقرة علامتان

٧) ب) نفرض أن نصف قطر الدائرة = ر ٣٢٢

، المركز (د ، هـ)



بما أن المركز يقع على المستقيم ص = س

⇐ المركز (د ، د) (١)

وبما أن الدائرة تمس المستقيم س = -١

⇐ ر = د + ١ (١)

وحيث أن معادلة الدائرة على الصورة القياسية

$(\text{س} - \text{د})^2 + (\text{ص} - \text{د})^2 = \text{ر}^2$ وتمر بالنقطة (٥ ، ٢)

⇐ $(٥ - \text{د})^2 + (٢ - \text{د})^2 = (\text{د} + ١)^2$ (١)

$٢٥ - ١٠\text{د} + \text{د}^2 + ٤ - ٤\text{د} + \text{د}^2 = \text{د}^2 + ٢\text{د} + ١$

$\text{د}^2 - ١٦\text{د} + ٢٨ = ٠$ (١)

$(\text{د} - ٢)(\text{د} - ١٤) = ٠$ (١)

ومنها إما د - ٢ = ٠ ⇐ د = ٢ ومنها ر = ٢ + ١ = ٣ ، المركز (٢ ، ٢) (١)

أو د - ١٤ = ٠ ⇐ د = ١٤ ومنها ر = ١٤ + ١ = ١٥ الرسم يعطي رفض

∴ المعادلة للدائرة هي : $(\text{س} - ٢)^2 + (\text{ص} - ٢)^2 = ٩$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

٢٣٦

س٤

٧ ج)

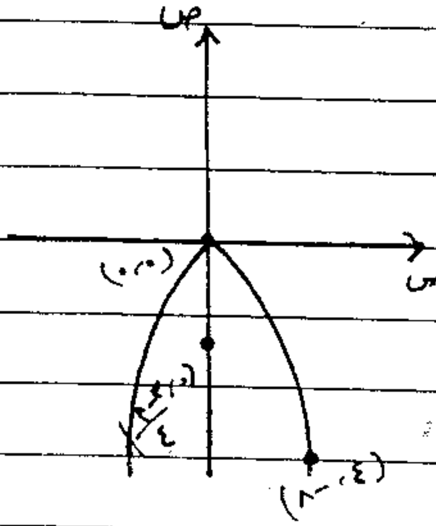
من المعطيات : الرأس يقع في نقطة الأصل

ويمر القطع بالنقطة (٤ ، -٨)

وبؤرته النقطة (٠ ، $\frac{٣-م}{٤}$)

∴ تكون فتحته مفتوحًا للأسفل

⇐ معادلة القطع المكافئ تكون على الصورة :



(١) س٢ = -٤ جـ ص

وحيث أنه يمر بالنقطة (٤ ، -٨)

⇐ ١٦ = -٤ جـ (-٨) (١)

١٦ = ٣٢ جـ ⇐ جـ = $\frac{١٦}{٣٢}$ = $\frac{١}{٢}$ (١)

(١)

وعليه فإن احداثيي البؤرة (٠ ، -$\frac{١}{٢}$) (١) وبالمقارنة مع (٠ ، $\frac{٣-م}{٤}$)

⇐ $\frac{٣-م}{٤}$ = -$\frac{١}{٢}$ (١)

٢(٣-م) = -٤

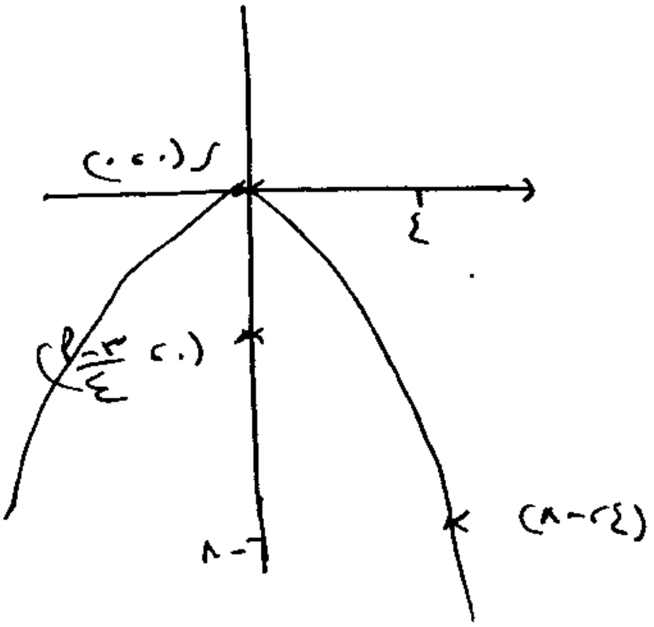
٣-م = -٢

م = ٣+٢ ⇐ م = ٥ (١)

س ٤

هـ)

٧



ص' = -٤ هـ س ①

هـ = ٠ - $\frac{أ+٣}{٤}$ ①

هـ = $\frac{أ-٣}{٤}$ ①

ص' = -٤ × ($\frac{أ-٣}{٤}$) س ①

ص' = (أ-٣) س ①

لكن (٤،-٨) تحقق المعادلة

١٦ = (أ-٣) × -٨ ① ⇐ -٢ = أ-٣

-٥ = -أ ⇐ $\boxed{أ = ٥}$ ①

س ٥

٦ أ)

(٠،٢) علامة

١	٢	٣
ب	د	أ
٣١٢	$\frac{٣}{٨٧}$	زائد.

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

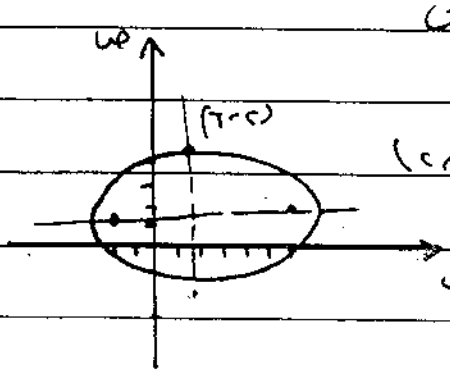
٦) أ)

٢٥٣	٣	٢	١	رقم الفقرة
٢٦٧	قطع زائد	$\frac{٣}{\sqrt{٨}}$	١٣ ، -٣	الإجابة الصحيحة
٢٦٥	أ	د	ب	رمز الإجابة الصحيحة

لكل فقرة علامتان

٧) ب)

٣٥٢



بؤرتاه النقطتان (٢،-٢) ، (٢،٦)

فيكون المركز $\left(\frac{-٢+٦}{٢} ، \frac{٢+٢}{٢} \right)$

$= (٢ ، ٢)$ ①

من الشكل الصورة العامة للقطع

① $\frac{(س-٢)^2}{أ^2} + \frac{(ص-٢)^2}{ب^2} = ١$ ، لكن البعد البؤري له

$= ٦ - -٢ = ٨$

وعبر النقطة (٢،٦)

$∴ ٢جـ = ٨$

$⟸ \frac{(٢-٢)^2}{أ^2} + \frac{(٦-٢)^2}{أ^2-١٦} = ١$ ① ① $\boxed{جـ = ٤}$

$جـ^2 = أ^2 - ب^2$

$٠ + \frac{١٦}{أ^2-١٦} = ١$ $١٦ = أ^2 - ب^2$

① $ب^2 = أ^2 - ١٦$

$أ^2 - ١٦ = ١٦ ⟸ أ^2 = ٣٢$ ①
$ب^2 = ٣٢ - ١٦ = ١٦$

∴ المعادلة هي : $\frac{(س-٢)^2}{٣٢} + \frac{(ص-٢)^2}{١٦} = ١$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

س٥

٧

٣٦٧ ٤) -٤س² + ٢ص² - ٨س - ٨ص - ١٢ = صفر

-٤س² - ٨س + ٢ص² - ٨ص = ١٢

-٤(س² + ٢س) + ٢(ص² - ٤ص) = ١٢

-٤(س² + ٢س + ١ - ١) + ٢(ص² - ٤ص + ٤ - ٤) = ١٢ (١)

-٤(س + ١)² + ٤ + ٢(ص - ٢)² - ٨ = ١٢

-٤(س + ١)² + ٢(ص - ٢)² = ١٦

$\frac{(\text{ص} - ٢)^2}{٨} - \frac{(\text{س} + ١)^2}{٤} = ١$ (١)

وهذه معادلة قطع زائد محوره القاطع يوازي محور الصادات

فيه أ² = ٨ ⟸ أ = $\sqrt{٨}$ = ٢$\sqrt{٢}$ (١)

ب² = ٤ ⟸ ب = ٢

لكن جـ² = أ² + ب² ⟸ جـ² = ٨ + ٤

جـ = $\sqrt{١٢}$ = ٢$\sqrt{٣}$ (١)

المركز (-١ ، ٢) (١)

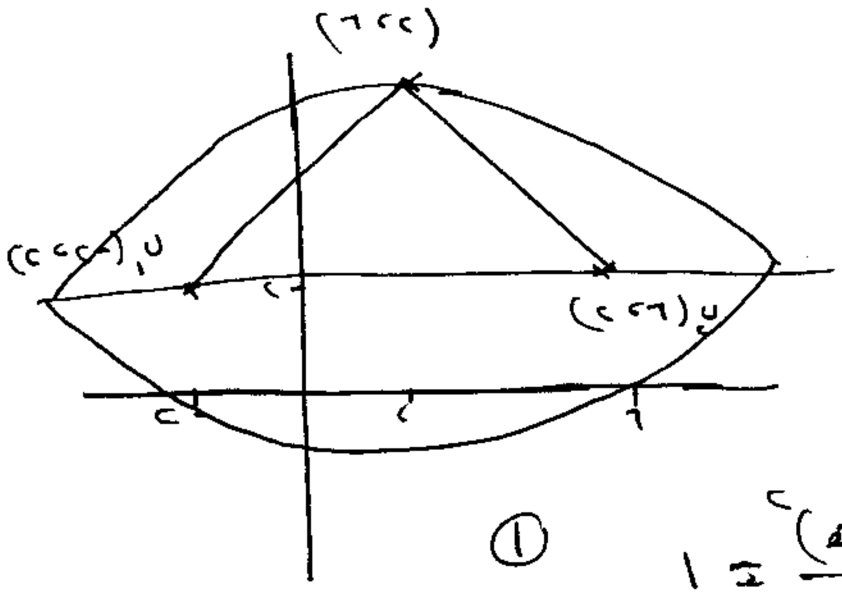
الرأسان (-١ ، ٢ + ٢$\sqrt{٢}$) ، (-١ ، ٢ - ٢$\sqrt{٢}$) (١)

البؤرتان (-١ ، ٢ + ٢$\sqrt{٣}$) ، (-١ ، ٢ - ٢$\sqrt{٣}$) (١)

* إذا تعامل معه كقطع ناقص، يُصحح من ٦ بشرط أن تكون خطوات الحل صحيحة

س٥

ب) ٧



$$\frac{(\text{س}-\text{د})^2}{\text{أ}^2} + \frac{(\text{ص}-\text{هـ})^2}{\text{ب}^2} = ١$$ ①

$$\text{م}(\text{د}،\text{هـ}) = \left(\frac{٦+-٢}{٢} ، \frac{٢+٢}{٢}\right)$$

$$= (٢ ، ٢)$$ ①

$$\text{جـ} = ٦ - ٢ = ٤$$ ①

$$\text{ب و}_١ + \text{ب و}_٢ = ٢\text{أ}$$ ①

$$٢\text{أ} = \sqrt{١٦+١٦} + \sqrt{١٦+١٦}$$

$$٢\text{أ} = ٢\sqrt{٣٢} \Leftarrow \text{أ} = \sqrt{٣٢}$$ ①

$$\text{جـ}^2 = \text{أ}^2 - \text{ب}^2$$

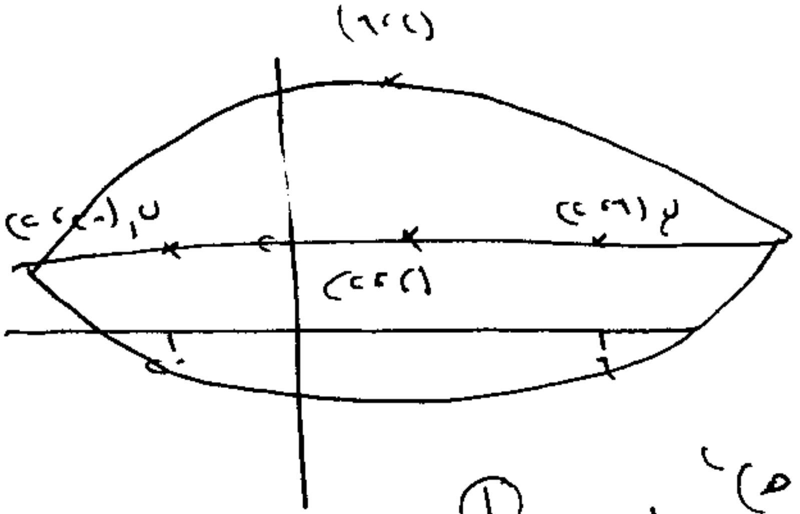
$$١٦ = ٣٢ - \text{ب}^2 \Leftarrow \text{ب}^2 = ١٦$$ ①

$$\therefore \frac{(\text{س}-٢)^2}{٣٢} + \frac{(\text{ص}-٢)^2}{١٦} = ١$$ ①

س٥

ب)

٧



$\frac{(\text{س}-\text{د})^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{(\text{ص}-\text{هـ})^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$ ①

م(د، هـ) = $\left(\frac{−٢+٦}{٢} ، \frac{٢+٢}{٢} \right)$ ①

= (٢ ، ٢)

هـ = ٦ − ٢ = ٤ ①

مع الرسم . ب = ٦ − ٢ = ٤ ①

ج² = أ² − ب² ① ١٦ = أ² − ١٦

أ² = ٣٢ . ①

$\frac{(\text{س}-٢)^{٢}}{٣٢} + \frac{(\text{ص}-٢)^{٢}}{١٦} = ١$ ①