جمهورية العراق
وزارة التربية
المديرية العامة للمناهج

الفيزياء

للصف الخامس العلمي

الفرع الاحيائي

تنقيح

لجنة متخصصة في وزارة التربية

الطبعة السابعة
١٤٣٨هـ - ٢٠١٧م

المشرف العلمي على الطبع : خالدة كاطع حسن

المشرف الفني على الطبع : سعد رحيمة حيدر

استنادا الى القانون يوزع مجانا ويمنع بيعه وتداوله في الاسواق

الموقع والصفحة الرسمية للمديرية العامة للمناهج

www.manahj.edu.iq
manahjb@yahoo.com
Info@manahj.edu.iq
manahjb
manahj

المديرية العامة للمناهج
قسم التحضير الطباعي

المقدمة

عزيزي الطالب .....

عزيزتي الطالبة .....

يشكل هذا الكتاب دعامة من دعائم المنهج المطور في الفيزياء والذي يعمل على تحقيق اهداف علمية وعملية تواكب التطور العلمي في تكنولوجيا المعلومات والاتصالات ،كما يحقق هذاالكتاب ربطا للحقائق والمفاهيم التي يدرسها الطالب بواقع حياته اليومية المجتمعية.

ان هذا المنهج يهدف الى الموضوعات الآتية:

- توضيح العلاقة بين العلم والتكنولوجيا في مجال العلوم وتأثيرها على التنمية وربطها بالحياة العملية.
- اكساب الطالب منهجية التفكير العلمي والانتقال به من التعليم المعتمد على الحفظ الى التعلم الذاتي الممتزج بالمتعة والتشويق .
- محاولة تدريب الطالب على الاستكشاف من خلال تنمية مهارات الملاحظة والتحليل والاستنتاج والتعليل .
- اكساب الطالب المهارات الحياتية والقدرات العلمية التطبيقية .
- تنمية مفهوم الأتجاهات الحديثة في الحفاظ على التوازن البيئي عملياً وعالمياً .

يضم هذا الكتاب **سبعة** فصول هي (الفصل الاول – المتجهات ، الفصل الثاني – الحركة الخطية ، الفصل الثالث – قوانين الحركة ، الفصل الرابع – الاتزان والعزوم ، الفصل الخامس - الشغل والقدرة والطاقة ، الفصل السادس – **الحركة الدائرية والدورانية ، الفصل السابع الحركة الاهتزازية والموجية والصوت** . ويحتوي كل فصل على مفاهيم جديدة مثل (هل تعلم ، تذكر ، سؤال ، فكر) بالاضافة الى مجموعة كبيرة من التدريبات والانشطة المتنوعة ليتعرف الطالب من خلالها على مدى ما تحقق من اهداف ذلك الفصل .

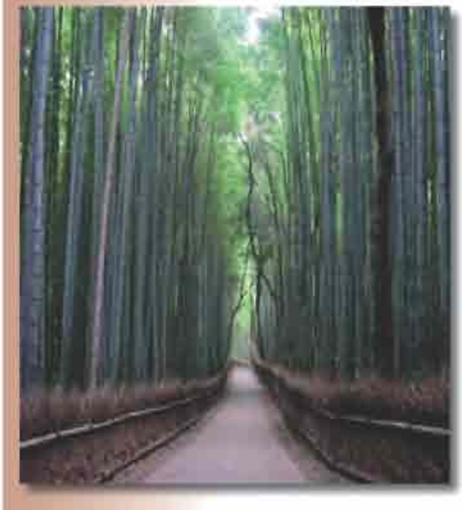
نسأل الله عزَّ وجل أن تعمَّ الفائدة من خلال هذا الكتاب ،وندعوه سبحانه ان يكون ذلك أساس عملنا والذي يصب في حب وطننا والانتماء اليه والله ولي التوفيق .

المؤلفون

1 الفصل الأول

المتجهات Vectors

مفردات الفصل



1-1 أنظمة الإحداثيات

1-2 العلاقة بين الإحداثيات الكارتيزية والقطبية

1-3 الكميات القياسية والكميات المتجهة

1-4 بعض خصائص المتجهات

1-5 جمع المتجهات

1-6 ضرب المتجهات

المصطلحات العلمية..

المتجهات	Vectors
أنظمة الإحداثيات	Coordinate Systems
الإحداثيات الكارتيزية	Rectangular Coordinates
الإحداثيات القطبية	Polar Coordinates
جمع المتجهات	Vectors Addition
المتجه المحصل	Resultant Vector
سالب المتجه	Negative of Vector
خاصية الابدال	Commutative
ضرب المتجهات	Multiplication of Vectors
الضرب النقطي	Dot Product
الضرب الإتجاهي	Cross Product

الاهداف السلوكية

بعد دراسة هذا الفصل ينبغي أن يكون الطالب قادراً على أن :

- يُميّز بين الإحداثيات الكارتيزية والإحداثيات القطبية .
- يُعبّر عن العلاقة بين الإحداثيات الكارتيزية والإحداثيات القطبية بصيغة رياضية .
- يقارن بين الكميات القياسية والكميات المتجهة .
- يذكر خصائص المتجهين المتساويين .
- يسمي بعض القوانين الفيزيائية التي تشمل ضرب المتجهات بكميات قياسية .
- يعدّد طرائق جمع المتجهات .
- يحسب محصلة متجهين بطريقة التحليل .
- يطبق قانون جيب التمام في حل مسائل فيزيائية .
- يذكر قانون الجيوب بصيغة رياضية .
- يُميّز بين الضرب النقطي والضرب الإتجاهي .
- يُطبّق قاعدة الكف اليمنى لتعيين إتجاه المتجه المحصل للضرب الإتجاهي للمتجهين .

1 المتجهات Vectors

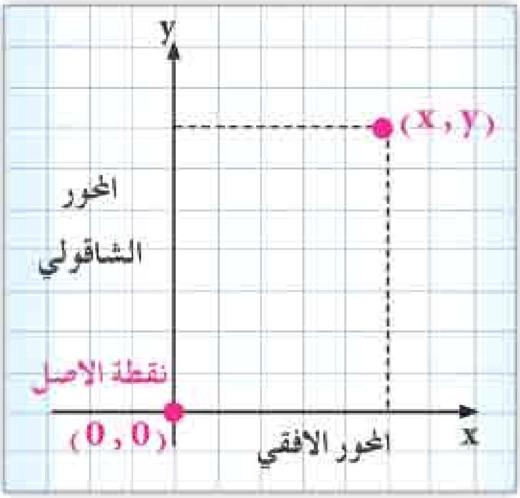
1 - 1 أنظمة الإحداثيات Coordinate systems

نحتاج في حياتنا العملية الى تحديد موقع جسم ما سواءً كان ساكناً او متحركاً، ولتحديد موقع هذا الجسم فاننا نستعين بما يعرف بالاحداثيات (Coordinates). وهناك انواع عدة من الاحداثيات التي نطبقها ، منها الاحداثيات الكارتيزية (Rectangular Coordinates) والاحداثيات القطبية (Polar Coordinates).

a. الاحداثيات الكارتيزية (Rectangular coordinates)

تتكون هذه الاحداثيات من محورين (هما المحور الافقي x والمحور الشاقولي y) وهما متعامدين مع بعضهما ومتقاطعين عند النقطة (0 , 0) التي تسمى نقطة الاصل (Origin point) ويكتب اسم المحورين بـ (x ,y) لتحديد موقع أية نقطة على هذه الاحداثيات للدلالةعلى الكمية الفيزيائية ووحدة القياس المستعملة لقياسها..

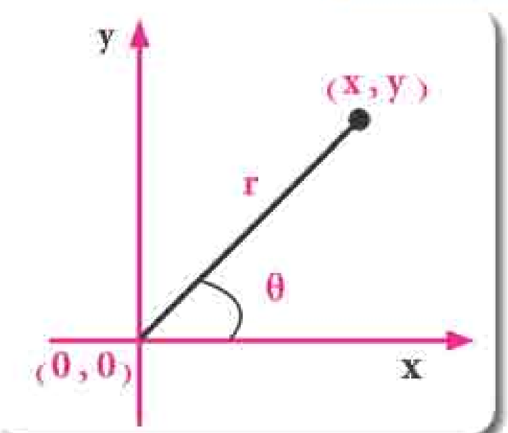
لاحظ الشكل (1).



الشكل (1) : المحاور الكارتيزية

b. الاحداثيات القطبية Polar Coordinates

في بعض الاحيان يمكن التعبير عن موقع نقطة في مستو معين بتطبيق نظام محاور اخر يسمى نظام المحاور القطبية (Polar Coordinates)، والذي يحدد بالبعد r والزاوية θ التي يصنعها مع المحور الافقي. لذلك فالبعد r هو البعد من نقطة الاصل الى النقطة (x,y) في المحاور الكارتيزية وان (θ) هي الزاوية بين المستقيم المرسوم من نقطة الاصل الى تلك النقطة والمحور الافقي x ..لاحظ الشكل (2).



الشكل (2) : المحاور القطبية

1 - 2 العلاقة بين الاحداثيات الكارتيزية و القطبية

العلاقة بين الاحداثيات الكارتيزية (x , y) والاحداثيات القطبية (r , θ) يمكن ملاحظتها في المثلث الموضح في الشكل (3) .

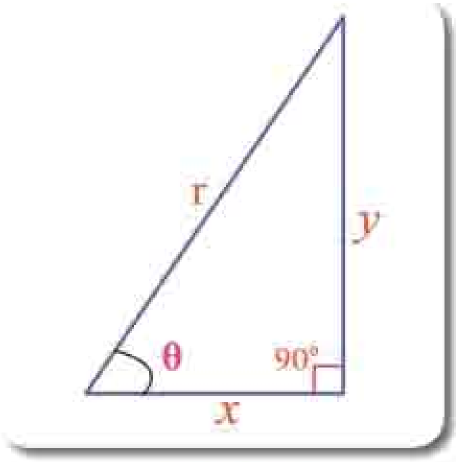
$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

لذا يمكن تحويل المحاور القطبية المستوية لاية نقطة، الى محاور كارتيزية باستعمال العلاقة الآتية:

$$y = r\sin\theta$$

$$x = r\cos\theta$$



الشكل (3)

يمكن ايجاد العلاقة الرياضية الآتية: $\tan\theta = \frac{y}{x}$

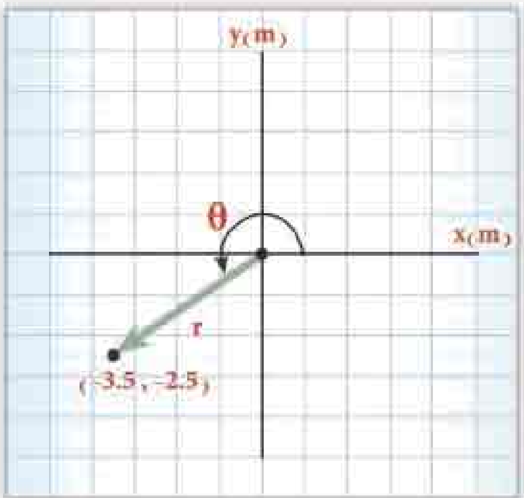
وبتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث يكون : $r^2 = x^2 + y^2$

ومنها $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

مثال 1

اذا كانت المحاور الكارتيزية لنقطة تقع في المستوى (x , y) هي $(-3.5 , -2.5)$ كما موضح في الشكل (4) عين المحاور القطبية لهذه النقطة، علماً ان $\tan 35.53^\circ = 0.714$

الحل/



الشكل (4)

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-3.5)^2 + (-2.5)^2}$$

$$r = 4.3m$$

ولتعيين اتجاه المتجه $\vec{r}$ نستعمل العلاقة الاتية:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2.5m}{-3.5m} = 0.714$$

$$\tan 35.53^\circ = 0.714$$

بما أن θ واقعة في الربع الثالث، لاحظ الشكل (4) فإن قياس الزاوية $\theta = 215.53^\circ$

أما المحاور القطبية لها (r,θ) تساوي $(4.3m \ , \ 215.53^\circ)$

1 - 3 الكميات القياسية والكميات المتجهة

عند قياسك لكمية ما فأنك تعبر عن النتيجة بدلالة عدد ما ووحدة قياسه. فمثلاً قد يكون طولك **165cm**، هذه كمية لها قيمة عددية فقط وهي (**165**) ، ووحدة القياس هي (**cm**) في هذه الحالة . ويلاحظ ان الكمية مثل الطول لها مقدار ووحدة قياس وكميات اخرى كحجم صندوق او درجة حرارة جسم لا يرتبط مقدارها باي اتجاه. وتسمى الكميات التي ليس لها اتجاه بالكميات القياسية (المقدارية) (**Scalar quantities**) وهناك كميات اخرى تحدد بالاتجاه . ولوصف هذه الكمية وصفاً كاملاً يجب تحديد اتجاهها بالاضافة الى مقدارها ووحدة قياسها . فنقول على سبيل المثال ان مقدار سرعة السيارة **40km / h** باتجاه الشرق .

وتسمى الكميات التي توصف بتحديد إتجاهها ومقدارها بالكميات المتجهة(**Vector quantities**) وتمثل الكمية المتجهة برمز يوضع فوقه سهم صغير للدلالة على كونها كمية متجهة .

فنرمز للقوة $\vec{F}$ وللسرعة $\vec{\upsilon}$ وللتعجيل $\vec{a}$.

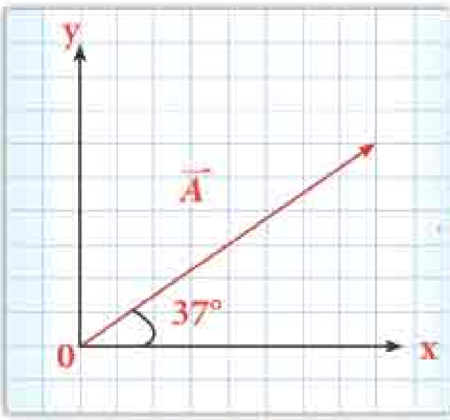
تمثل الكميات المتجهة بيانياً بسهم بحيث :

a. يتناسب طول السهم مع مقدار الكمية المتجهة وذلك باستعمال مقياس معين.

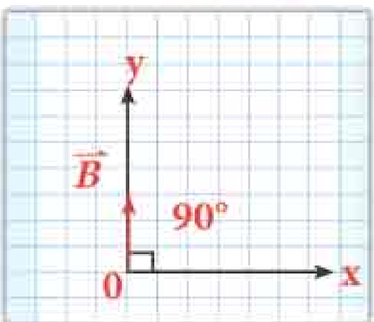
b. يشير اتجاه السهم الى اتجاه الكمية المتجهة.

c. تمثل نقطة الاصل وهي نقطة تأثير المتجه (نقطة البداية).

ويعبر رياضياً عن مقدار اي كمية متجهة بالرمز $|\vec{A}|$ أو A من غير سهم .فمثلاً يشير الشكل (5) الى كمية متجهة $\vec{A}$ مقدارها **10** وحدات وزاوية قياسها **37°** مع المحور **x** بالإتجاه الموجب وتؤثر في النقطة (**0**). ويشير الشكل (**6**) الى كمية متجهة $\vec{B}$ مقدارها ثلاث وحدات وزاوية قياسها **90°** مع المحور **x** وتؤثر في النقطة (**0**).



الشكل (5)



الشكل (6)

وبالتعريف /
فان مقدار الكمية المتجهة $|\vec{A}|$ هي كمية قياسية (كمية مقدارية) وتكون دائماً موجبة فهي قيمة مطلقة.

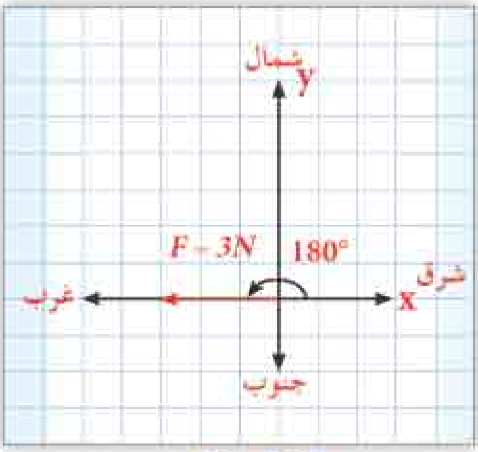
؟ سؤال

صنف الكميات التالية الى متجهة وقياسية ، معبراً عنها بإستعمال رمز مناسب لها ((المسافة ، القوة ، التيار الكهربائي ، التعجيل ، المجال الكهربائي ، الزمن ، الشحنة الكهربائية)).

مثال2

عبر عن الكميات المتجهة الآتية رياضياً وبيانياً :-

1. القوة $\vec{F}$ مقدارها $3N$ تؤثر في جسم باتجاه الغرب .
2. جسم سرعته $\vec{\upsilon}$ مقدارها $5m/s$ باتجاه يصنع زاوية قياسها $37°$ غرب الشمال.



الشكل (7)

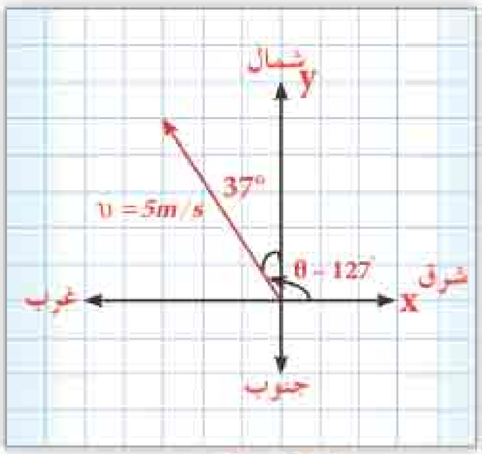
الحل/

1- نكتب مقدار متجه القوة بالصيغة الاتية :

$|\vec{F}| = 3N$ او نكتبها $F = 3N$.

اما اتجاه القوة فهو غرباً، اي بالاتجاه السالب للمحور x .

لذلك يصنع متجه القوة زاوية $\theta = 180°$ مع الاتجاه الموجب للمحور x .... لاحظ الشكل (7) .



الشكل (8)

2- مقدار السرعة $\upsilon = 5m/s$ واتجاهها $37°$ غرب الشمال اي: $37°$ مع المحور الشاقولي y بالأتجاه الموجب لذا تكون $\theta = 37° + 90° = 127°$ مع الاتجاه الموجب للمحور x ....

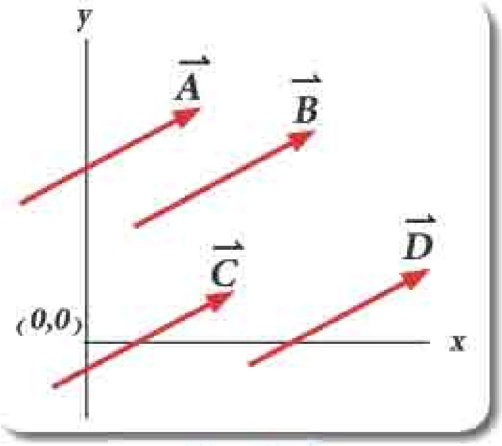
لاحظ الشكل (8) .

1 - 4 بعض خصائص المتجهات
Some properties of Vectors

التساوي Equality

يقال عن متجهين انهما متساويان اذا كان لهما المقدار نفسه و الاتجاه نفسه بغض النظر عن نقطة بداية كل منهما ....لاحظ الشكل (9) المتجهات ($\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$) هي متجهات متساوية وتكتب بالصيغة التالية : -

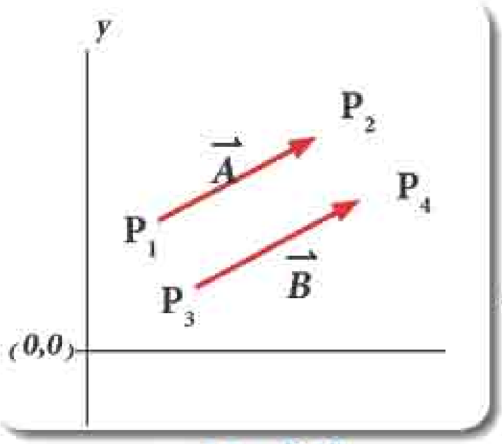
$$\vec{A} = \vec{B} = \vec{C} = \vec{D}$$



الشكل (9)

ولو لاحظنا الشكل (10) نجد ان المتجه $\vec{A}$ له نقطة بداية P_1 ونقطة نهاية هي P_2 و المتجه $\vec{B}$ له نقطة بداية P_3 ونقطة نهاية هي P_4 و يمكننا القول ان : $\vec{A} = \vec{B}$

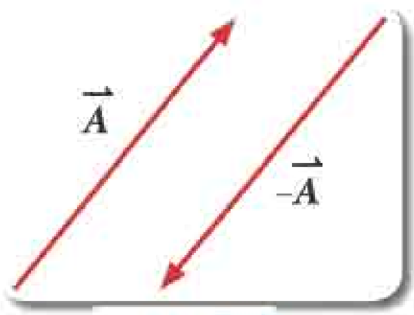
لأن المتجه $\vec{A}$ يساوي بالمقدار المتجه $\vec{B}$ وبالاتجاه نفسه .



الشكل (10)

سالب المتجه Negative of a Vector

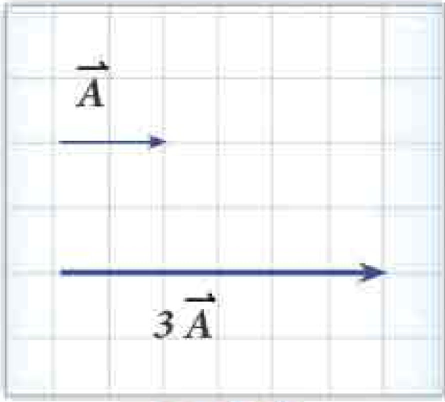
ان سالب المتجه $\vec{A}$ هو متجه يمتلك المقدار نفسه للمتجه $\vec{A}$ ويكون معاكساً له بالاتجاه لاحظ الشكل (11).
ان سالب المتجه $\vec{A}$ يمثل بالمتجه $-\vec{A}$ أي أن : المتجه وسالب المتجه يكونان متساويين بالمقدار ومتعاكسين بالاتجاه .



الشكل (11)

ضرب المتجه بكمية قياسية (كمية مقدارية)
Multiplication of a Vector by a Scalar

أن نتيجة ضرب المتجه بكمية قياسية (مقدارية) ينتج عنه متجه آخر يمتلك مقداراً جديداً ولكنه يبقى محافظاً على إتجاهه . فمن ملاحظتنا للشكل (12) عند ضرب المتجه $\vec{A}$ بالرقم (3) فان مقدار المتجه $|\vec{A}|$سوف يزداد ويصبح $3|\vec{A}|$ ولكنه يبقى بالأتجاه نفسه.
ويوجد في الفيزياء أمثلة متعددة على ضرب المتجهات بكميات قياسية منها :القانون الثاني لنيوتن $\vec{F} = m\vec{a}$
وعلاقة القوة الكهربائية بالمجال الكهربائي $\vec{F} = q\vec{E}$



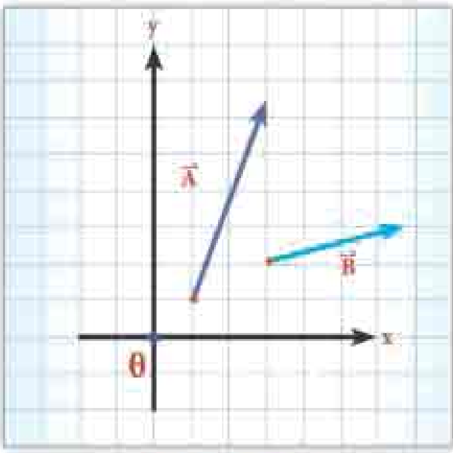
الشكل (12)

1-5 جمع المتجهات Vectors Addition

بما ان للكمية المتجهة مقداراً واتجاهاً ، فعملية جمع المتجهات لا تخضع لقاعدة الجمع الجبري كما هو الحال في الكميات القياسية .

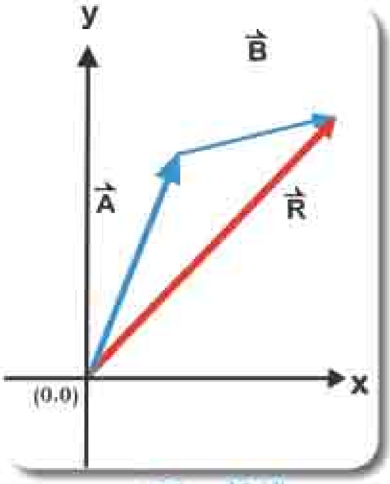
الطريقة البيانية في جمع المتجهات Graphical Method

يمكن جمع المتجهات بيانياً طبقاً لهذه الطريقة لاحظ الشكل (13a)اذ ان المتجهين ($\vec{A}$، $\vec{B}$) يقعان في مستوي واحد هو مستوي الصفحة ، وطول القطعة المستقيمة التي تمثل كلاً من المتجهين تتناسب طردياً مع مقدار المتجه ويشير السهم في نهاية المتجه الى اتجاه المتجه .



الشكل (13-a)

و لايجاد حاصل جمع المتجهين $(\vec{A}+\vec{B})$
اولا نرسم المتجه الاول $\vec{A}$ ثم نقوم بوضع ذيل المتجه $\vec{B}$ عند رأس المتجه $\vec{A}$ ثم نصل بخط مستقيم بين ذيل المتجه $\vec{A}$ ورأس المتجه $\vec{B}$ لاحظ الشكل (13b) ويمثل هذا الخط المستقيم متجه حاصل الجمع .
ويسمى $\vec{R}$ المتجه المحصل **Resultant Vector** :



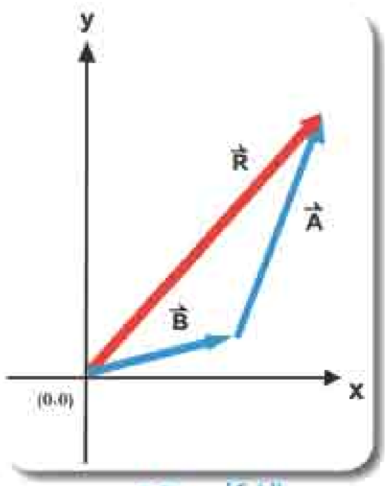
الشكل (13b)

$$\boxed{\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}}$$

ويبين الشكل (13c) طريقة اخرى لعملية جمع المتجهين ($\vec{B}+\vec{A}$) وفيها نرسم المتجه الثاني $\vec{B}$ اولاً ثم نضع ذيل المتجه $\vec{A}$ عند رأس المتجه $\vec{B}$ لاحظ ان المتجه المحصل في هذه الحالة هو المتجه $\vec{R}$ نفسه مما يعني ان :

$$\boxed{\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}}$$

أي أن جمع المتجهات يمتاز بخاصية الإبدال (**Commutative**)

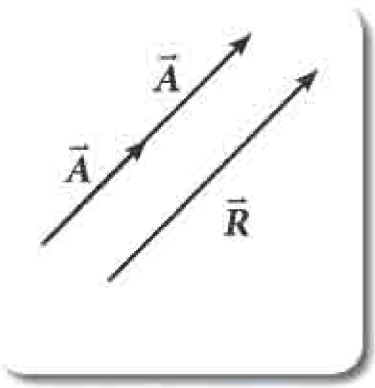


الشكل (13c)

ومن الجدير بالذكر انه يمكن جمع المتجه $\vec{A}$ مع نفسه لاحظ الشكل (14) . بطريقة الرسم ، فان متجه المحصلة في هذه الحالة هو:

$$\vec{R}=\vec{A}+\vec{A}=2\vec{A}$$

وهنا $\vec{R}$ هو المتجه المحصل مقداره يساوي ضعف مقدار المتجه $\vec{A}$ وله اتجاه $\vec{A}$ نفسه.

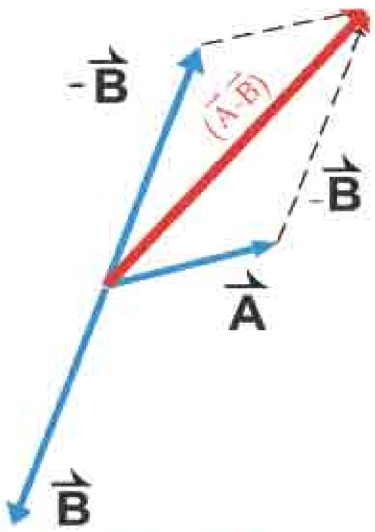


الشكل (14)

كما نستطيع أن نعرف حاصل طرح المتجهين $(\vec{A}-\vec{B})$ على أنه حاصل جمع للمتجهين ($\vec{A}$ و $-\vec{B}$) اي ان:

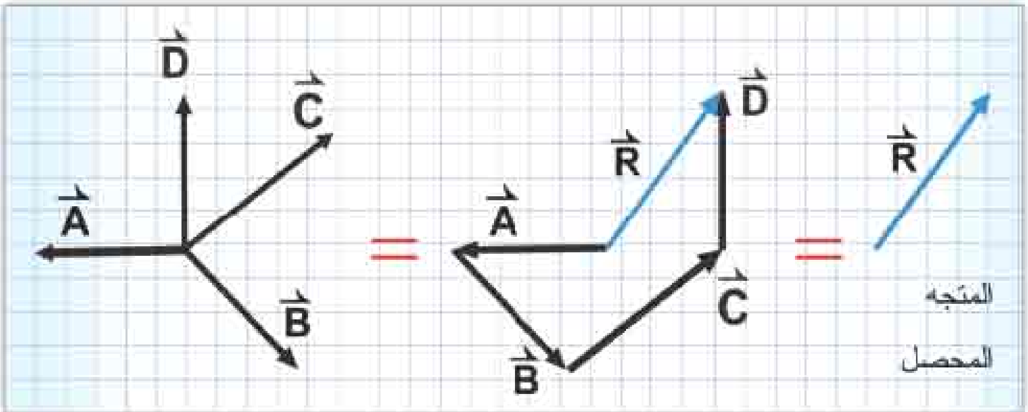
$$\vec{A}+(-\vec{B})=\vec{A}-\vec{B}$$

والشكل (15) يوضح ذلك .



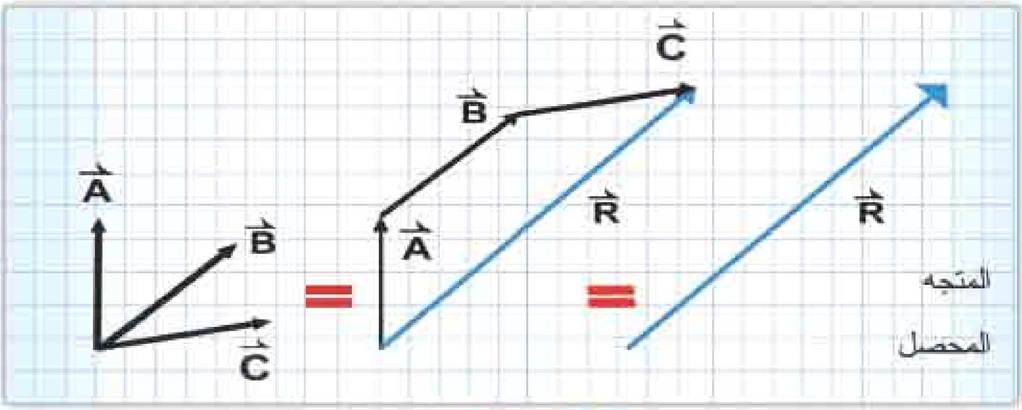
الشكل (15)

كما يمكن إيجاد المتجه المحصل لثلاث متجهات أو أكثر والتي تبدأ من نقطة التأثير نفسها ويتم جمع هذه المتجهات بوضع ذيل المتجه الثاني عند رأس المتجه الاول ثم ذيل المتجه الثالث عند رأس المتجه الثاني وهكذا ثم يرسم المتجه المحصل $\vec{R}$ بحيث يكون ذيل المتجه $\vec{R}$ عند ذيل المتجه الأول ورأسه ينطبق على رأس المتجه الاخير كما موضح في الشكل (16) (a , b).



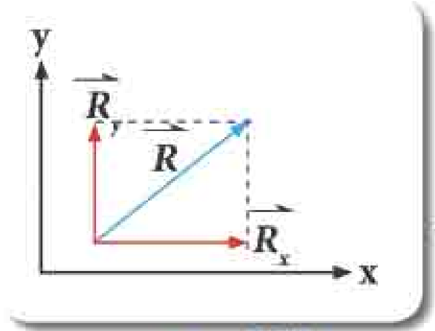
الشكل (16a)

حالة اخرى لجمع المتجهات



الشكل (16b)

تحليل المتجه Vector Analysis

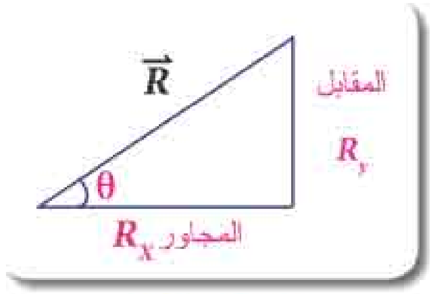


الشكل (17)

يبين الشكل (17) المتجه $\vec{R}$ وقد تم تحليله الى مركبتين تمثلان متجهين متعامدين احدهما يوازي المحور x (ويسمى المركبة الافقية) ويمثلها المتجه $\vec{R}_x$ والاخر يوازي المحور y (ويسمى المركبة الشاقولية) ويمثلها المتجه $\vec{R}_y$ وهذه تسمى عملية تحليل المتجه الى مركباته.

وحيث أن ($\vec{R}_x$ ، $\vec{R}_y$) يمثلان ضلعان قائمان في مثلث قائم الزاوية والمتجه المحصل $\vec{R}$ يمثل الوتر في المثلث لاحظ الشكل (18) ، ويحسب مقداره طبقاً لنظرية فيثاغورس (Pythagorean Theorem) كما يأتي :

$$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}}$$



الشكل (18)

اما اتجاه $\vec{R}$ يحدد بالزاوية θ، حيث ان : $\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$

وعندها تمكنّا من معرفة مقدار واتجاه المتجه المحصل ، وعندما نريد ان نعرف مقدار مركبتيه الشاقولية والافقية ، فنحسب تلك المركبتين باستعمال المعادلتين المبينة ادناه :

مقدار المركبة الافقية تكون :- $\cos\theta = \frac{R_x}{R} \Rightarrow \boxed{R_x = R\cos\theta}$

مقدار المركبةالشاقولية تكون :- $\sin\theta = \frac{R_y}{R} \Rightarrow \boxed{R_y = R\sin\theta}$

مثال 3 اذا كان مقدار المتجه $\vec{A}$ يساوي 175m ويميل بزاوية 50° عن المحور X جد مركبتي المتجه $\vec{A}$.

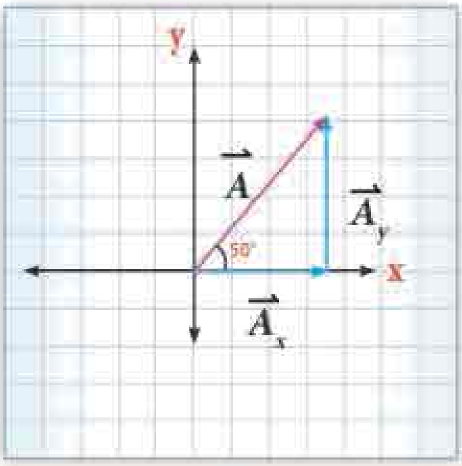
الحل/ نمثل المتجه $\vec{A}$ فتحسب مركبتيه بيانياً كما في الشكل (19)

المركبة الافقية هي : - $A_x = A\cos\theta$

ويحسب مقدارها :- $A_x = (175m)\times\cos 50°$

$$A_x = (175m)\times(0.643)$$

$$A_x = 112.53m$$



الشكل (19)

المركبة الشاقولية هي :-

$$A_y = A\sin\theta$$

ويحسب مقدارها :-

$$A_y = (175m)\times\sin 50^\circ$$

$$A_y = (175m)\times(0.766)$$

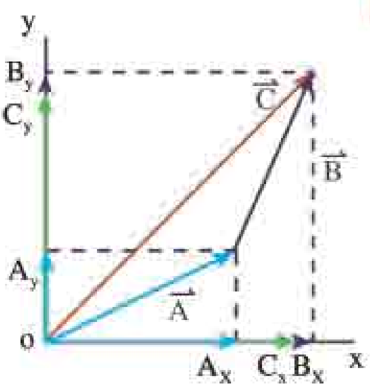
$$A_y = 134m$$

فكر اي زوج من متجهات الازاحة المبينة في الجدول ادناه تكون متساوية :

المتجه vector	مقداره magnitude	اتجاهه Direction
$\vec{A}$	100m	30° شمال الشرق
$\vec{B}$	100m	30°جنوب الغرب
$\vec{C}$	100m	30°جنوب الشرق
$\vec{D}$	100m	60° شرق الشمال
$\vec{E}$	100m	60° غرب الجنوب

ايجاد محصلة متجهين أو أكثر بطريقة التحليل المتعامد

ان عملية تحليل المتجه الى مركبتيه الافقية على المحور **x** والشاقولية على المحور **y** يسهل عملية جمع المتجهات من الناحية الحسابية . فيمكن جمع متجهين او اكثر مثل $\vec{C}, \vec{B}, \vec{A}$ ..... الـخ ، وذلك بتحليل كل متجه الى مركبتيه الافقية والشاقولية اولاً لاحظ الشكل (20) ،ثم تجمع المركبات الافقية لكل المتجهات فتكون المركبة الافقية المحصلة على المحور **x** هي :



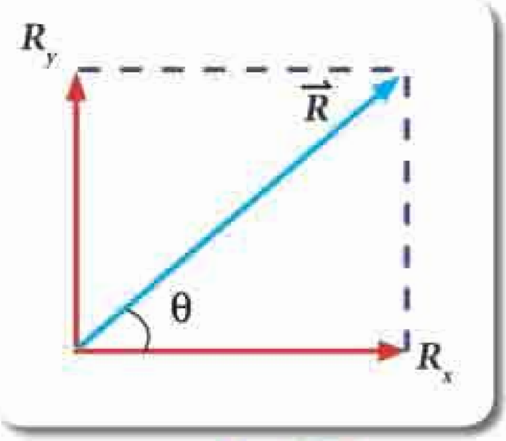
الشكل (20)

$$\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x + \vec{C}_x$$

وبالمثل تجمع المركبات الشاقولية (المركبات على المحور y) للمتجهات لتكون المركبة الشاقولية المحصلة على المحور y :

$$\vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y + \vec{C}_y$$

وهذه العملية موضحة بيانياً في الشكل (21).



الشكل (21)

ولأن R_x ، R_y متعامدان ، لذا يمكن حساب مقدار المتجه المحصل باستعمال نظرية فيثاغورس.

$$\boxed{R^2 = R_x^2 + R_y^2}$$

ونجد الزاوية التي يصنعها المتجه المحصل $\vec{R}$ مع المحور x من العلاقة الاتية :

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} \quad \text{او} \quad \left[\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}\right]$$

زاوية المتجه المحصل تساوي الظل العكسي لناتج قسمة المركبة y مقسومة على المركبة x للمتجه المحصل

وهذا يعني ان الزاوية θ : هي الزاوية التي ظلها يساوي $\frac{R_y}{R_x}$

تذكر :

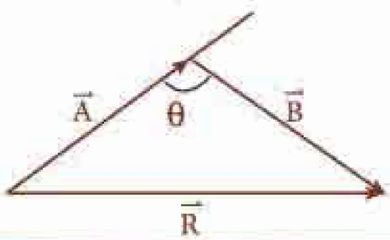
لايجاد مقدار المتجه المحصل للمتجهين $\vec{A}$،$\vec{B}$ يمكننا تطبيق نظرية فيثاغورس اذا كانت الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ تساوي 90° (قائمة).

اما اذا كانت الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ لا تساوي 90° يمكننا استعمال قانون جيب التمام (cosine) او قانون الجيب (sine) كالآتي :

قانون **cosine** (جيب التمام) :

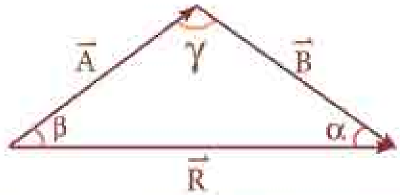
مربع مقدار المتجه المحصل يساوي مجموع مربعي مقداري المتجهين مطروحاً منه ضعف حاصل ضرب مقداري المتجهين مضروباً في **cosine** الزاوية التي بينهما والمقابلة الى $\vec{R}$.

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$$



قانون **sine** (الجيوب) :

مقدار المتجه المحصل مقسوماً على **sine** الزاوية التي تقابله يساوي مقدار احد المتجهين مقسوماً على **sine** الزاوية التي تقابله .



$$\frac{R}{\sin\gamma} = \frac{A}{\sin\alpha} = \frac{B}{\sin\beta}$$

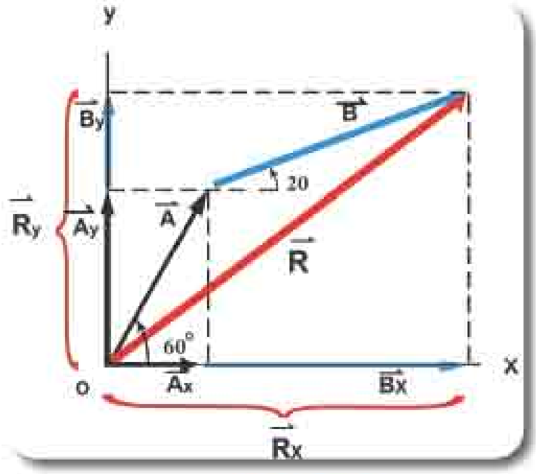
مثال 4

المتجه $\vec{A}$ طوله **14cm** ويصنع زاوية قياسها **°60** مع الاتجاه الموجب للمحور **x** ، والمتجه $\vec{B}$ طوله **20cm** ويصنع زاوية قياسها **°20** مع الاتجاه الموجب للمحور **x** .

حلل المتجهين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ الى مركبتيهما ثم احسب مقدار واتجاه المتجه المحصل $\vec{R}$.

الحل/

من ملاحظتنا للشكل (22) فان مقادير المركبات الافقية والشاقولية للمتجهات هي :



الشكل (22)

مقدار المركبة الأفقية $A_x = A\cos\theta$

$= 14cm \times \cos 60^\circ$

$= 14 \times 0.5$

$= 7cm$

مقدار المركبة الشاقولية $A_y = A\sin\theta$

$= 14cm \times \sin 60^\circ$

$= 14 \times 0.866$

$= 12.12cm$

مقدار المركبة الشاقولية $B_y = B\sin\theta$

$= 20cm \times \sin 20^\circ$

$= 20 \times 0.342$

$= 6.84\ cm$

مقدار المركبة الافقية $B_x = B\cos\theta$

$= 20cm \times \cos 20^\circ$

$= 20 \times 0.940$

$= 18.79\ cm$

نحسب مقدار محصلة المركبتين الشاقوليتين ($\vec{R}_y$)

$$R_y = A_y + B_y$$
$$R_y = 12.12 + 6.84$$
$$= 18.96cm$$

نحسب مقدار محصلة المركبتين الافقيتين ($\vec{R}_x$)

$$R_x = A_x + B_x$$
$$= 7 + 18.79$$
$$= 25.79cm$$

ومقدار المتجه المحصل $\vec{R}$ يتم ايجاده بتطبيق نظرية فيثاغورس $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

$$R = \sqrt{(25.79)^2 + (18.96)^2}$$
$$R = 32cm$$

ويمكن ايجاد اتجاه المتجه المحصل $\vec{R}$ بالنسبة الى المحور x من العلاقة الاتية:

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$

$$\tan\theta = \frac{18.96}{25.79} = 0.735$$

قياس زاوية θ مع الاتجاه الموجب للمحور x

$$\therefore \theta = 36^{\circ}$$

1 - 6 ضرب المتجهات Multiplication of vectors

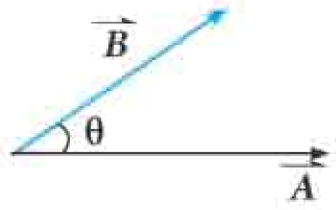
في بعض الاحيان نحتاج في علم الفيزياء ان نضرب كمية متجهة بكمية متجهة اخرى قد يكون ناتج الضرب كمية قياسية ، واحياناً نضرب كميتين متجهتين فيكون الناتج كمية متجهة لذا نعرض طريقتين لضرب المتجهات، وهما :

اولاً : الضرب القياسي (النقطي) (Scalar product ، dot product)

يسمى الضرب القياسي بهذا الاسم ، لان ناتج الضرب هو كمية قياسية ، ويسمى كذلك ضرباً نقطياً : لان اشارة الضرب فيه هي النقطة.

ويعرف الضرب القياسي (النقطي) للمتجهين $\vec{A}\,.\,\vec{B}$ كما يأتي:

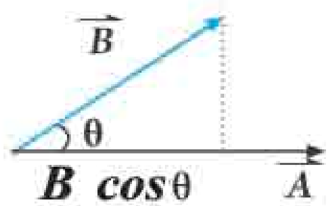
$$\vec{A}\cdot\vec{B}=|\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$$



الشكل (23)

حيث θ : تمثل الزاوية المحصورة بين $\vec{A}\,.\,\vec{B}$ كما في الشكل (23) وقياسها بين الصفر و 180°.

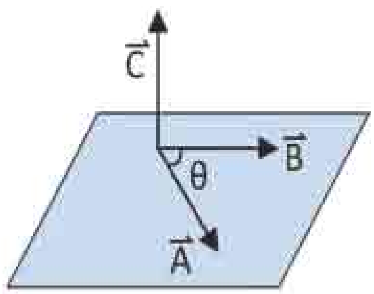
يوضح الشكل (24) مسقط المتجه $\vec{B}$ على المتجه $\vec{A}$ والذي يساوي (B COS θ) وهذا المسقط يمثل مركبة المتجه $\vec{B}$ على اتجاه المتجه $\vec{A}$.



الشكل (24)

ثانياً : الضرب الاتجاهي (cross product (vector product .

يسمى هذا النوع من ضرب المتجهات الضرب الاتجاهي ، لان ناتج الضرب الاتجاهي هو كمية متجهة حيث ينتج عن حاصل ضرب المتجهين متجهاً ثالث يكون اتجاهه عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين $\vec{A},\vec{B}$. لاحظ الشكل (25).



الشكل (25)

يعرف الضرب الاتجاهي رياضياً كما ياتي:

$$\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}$$

اما مقدار المتجه $\vec{C}$ هو :

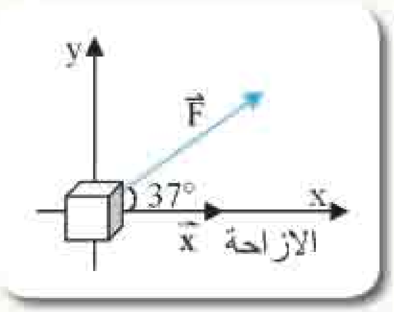
$$|\vec{C}|=|\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta$$

نطبق قاعدة الكف اليمنى لتعيين اتجاه المتجه المحصل للضرب الاتجاهي للمتجهين $\vec{A},\vec{B}$: ندوّر اصابع الكف اليمنى من إتجاه المتجه الأول (مثلاً $\vec{A}$) نحو المتجه الثاني (مثلاً $\vec{B}$) فيشير الإبهام الى اتجاه المتجه المحصل $\vec{C}$.

مثال 5

اثرت قوة مقدارها 40N باتجاه 37° فوق الافق في جسم ، فحركته ازاحة 10m بالاتجاه الافقي . احسب مقدار الشغل الذي تبذله تلك القوة .

الحل /



الشكل (26)

$$W(\text{work}) = \vec{F}(\text{Force}) \cdot \vec{x}(\text{ displacement})$$

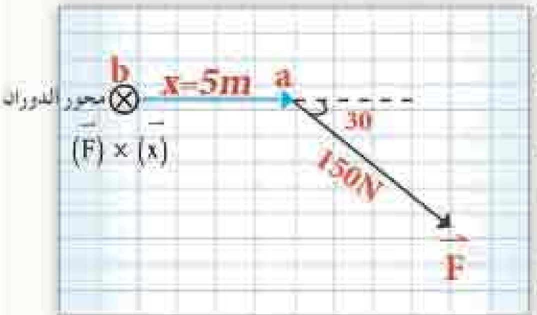
$$W = |\vec{F}|\,|\vec{x}|\cos\theta$$

$$W = 40 \times 10 \times \cos 37^{\circ}$$

$$W = 40 \times 10 \times \frac{4}{5} = 320\text{Joule}$$

مثال 6

اثرت القوة $\vec{F}$ مقدارها 150N في العتلة ab عند النقطة (a) والتي تبعد عن محور الدوران b بالبعد 5m لاحظ الشكل (27) . جد مقدار وإتجاه المتجه المحصل



الشكل (27)

الحل /

$$\left|\vec{F} \times \vec{X}\right| = \left|\vec{X}\right|\left|\vec{F}\right| \sin\theta$$

$$\left|\vec{F} \times \vec{X}\right| = 5 \times 150 \sin 30^{\circ}$$

$$\left|\vec{F} \times \vec{X}\right| = 5 \times 150 \times \frac{1}{2}$$

$$\left|\vec{F} \times \vec{X}\right| = 375 \text{ N.m}$$

باتجاه القارئ خارج الصفحة ⊙

طبقاً لقاعدة الكف اليمنى

تذكر

1- $\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|\,|\vec{A}| \cos 0 = A^2$

2- $|\vec{A} \times \vec{A}| = |\vec{A}|\,|\vec{A}| \sin 0 = 0$

3- $\{\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}\}$ وجود خاصية الإبدال بطريقة الضرب القياسي

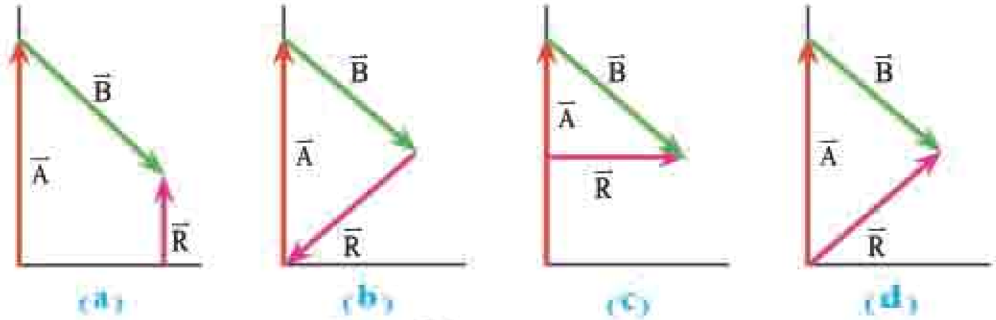
$\{\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}\}$ وعدم تحققها بطريقة الضرب الاتجاهي

4- اذا كان المتجه $\vec{A}$ عمودي على المتجه $\vec{B}$ فان $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

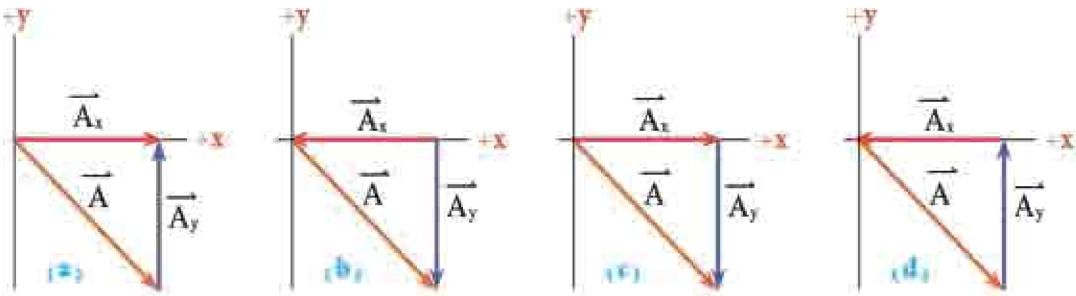
$\cos 90^{\circ} = 0$, $\sin 90^{\circ} = 1$, $\cos 0 = 1$, $\sin 0 = 0$

س1 / اختر العبارة الصحيحة لكل مما يأتي :

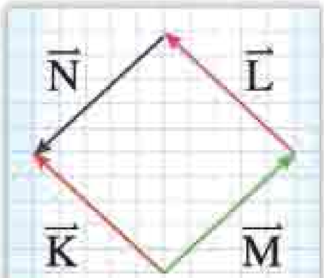
1 - متجهي الازاحة $(\vec{B}\,,\,\vec{A})$ جُمعا سويّة للحصول على مقدار المتجه المحصل $\vec{R}$ أي من الاشكال الآتية يوضح بصورة صحيحة المتجه المحصل لهما .



2 - قطع شخص ازاحة $\vec{A}$ باتجاه الجنوب الشرقي أياً من الأشكال الآتية يوضح بصورة صحيحة المركبتين $\vec{A}_y$, $\vec{A}_x$ للمتجه $\vec{A}$



3 - اي زوج من المتجهات $(\vec{K}\,,\,\vec{L}\,,\vec{M}\,,\vec{N})$ الموضحة في الشكل المجاور متساويان :



a) $\vec{K}$ و $\vec{L}$

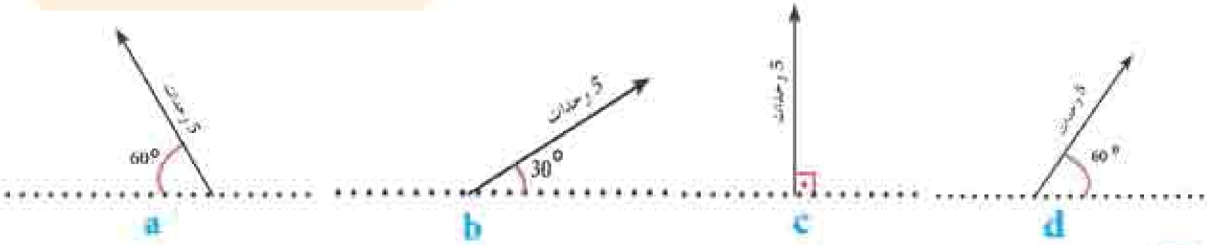
b) $\vec{M}$ و $\vec{K}$

c) $\vec{M}$ و $\vec{L}$

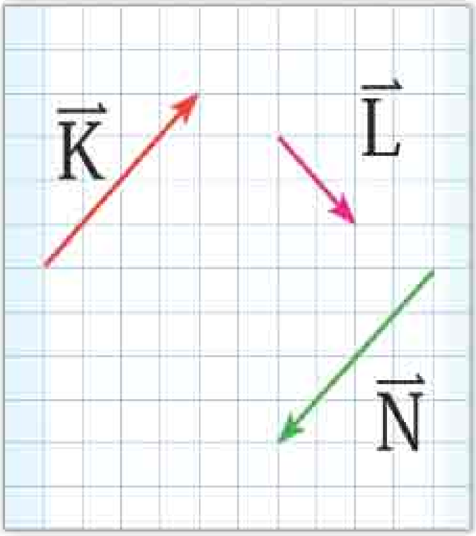
d) $\vec{L}$ و $\vec{N}$

4 - في الشكل المجاور المتجهان $(\vec{K}\text{ ، }\vec{L})$ متساويان في المقدار .

اي المتجهات الآتية يمثل محصلتهما ؟



5 - المتجها ت $(\vec{K}\ ,\ \vec{L}\ ,\ \vec{N})$ كما هي موضحة في الشكل المجاور اي من المعادلات الآتية غير صحيحة :



1 .... $\vec{K}=\vec{N}$

2 .... $\vec{K}+\vec{L}+\vec{N}=\vec{L}$

3 .... $\vec{K}+\vec{N}=0$

a) المعادلة 1 .

b) المعادلة 2 .

c) المعادلتين 3 , 2 .

d) المعادلات 1 ، 2 ، 3 .

6 - اذا كان المتجه المحصل للمتجهين $\vec{K},\vec{L}$ عمودياً على المتجه $\vec{K}$ ، لاحظ الشكل المجاور ، فأن مقدار المتجه $\vec{L}$ يساوي :

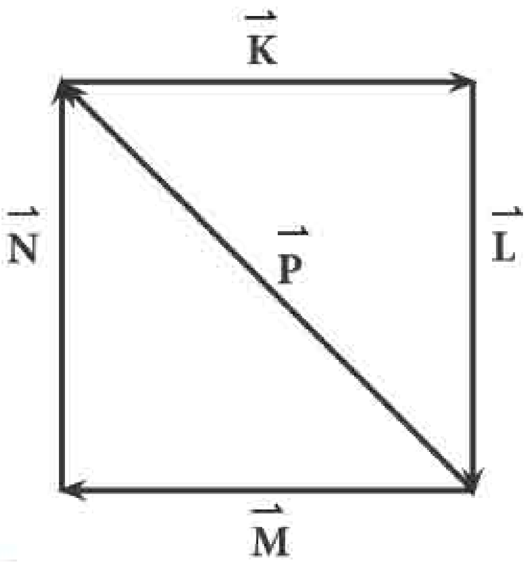
a) 8 وحدات .

b) $4\sqrt{3}$ وحدات .

c) $4\sqrt{2}$ وحدات .

d) $8\sqrt{2}$ وحدات .

7 - أيّ من المعادلات الاتية للمتجهات $\vec{P},\vec{N},\vec{M},\vec{L},\vec{K}$ في الشكل المجاور تكون غير صحيحة



1 ..... $\vec{K}+\vec{L}-\vec{M}-\vec{N}=-2\vec{P}$

2 .... $\vec{K}+\vec{L}+\vec{M}+\vec{N}=0$

3 .... $\vec{N}+\vec{M}=\vec{P}$

4 .... $-(\vec{K}+\vec{L})=-\vec{P}$

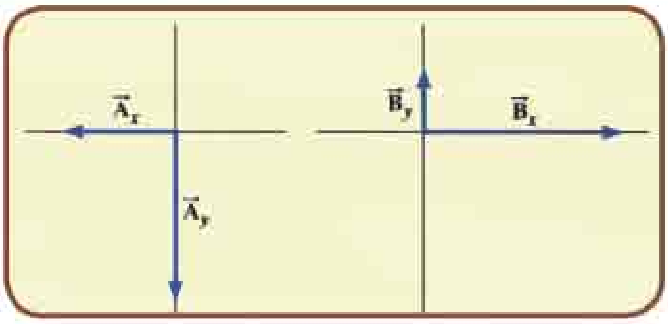
a) المعادلة 1 .

b) المعادلتان 1 ، 2.

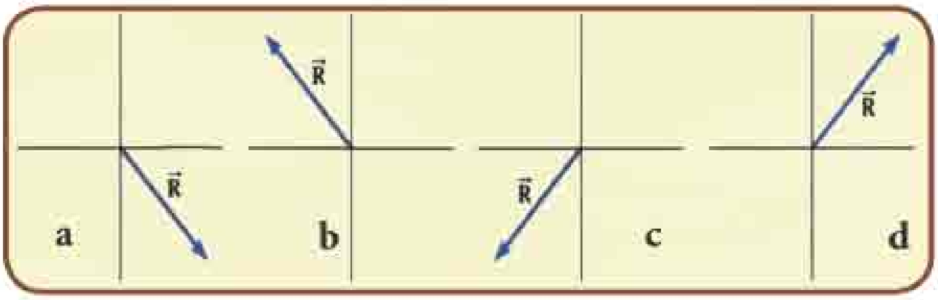
c) المعادلات 1 ، 2 ، 3.

d) المعادلة 4 .

8- الشكل المجاور يبين مركبتي المتجهين $\vec{B}, \vec{A}$ والمتجه المحصل هو $\vec{R}$.



أيًا من الاشكال (a) و (b) و (c) و (d) المعبر عن حاصل جمع المتجهين $A + B$.



س2 / هل يمكن لمركبة متجه ان تساوي صفراً ؟ على الرغم من ان مقدار المتجه لا يساوي صفراً ؟ وضح ذلك .

س3 / هل يمكن لمتجه ما ان يمتلك مقداراً سالباً ؟ وضح ذلك .

س4 / اذا كان $\vec{A} + \vec{B} = 0$ ما يمكنك ان تقول عن المتجهين .

س5 / تحت اية ظروف يمكن لمتجه ان يمتلك مركبتين متساويتين بالمقدار ؟

س6 / هل يمكن اضافة كمية متجهة الى كمية قياسية ؟ وضح ذلك .

س7 / اذا كان مقدار المتجه $|\vec{A}| = 12\ m$ ومقدار المتجه $|\vec{B}| = 9\ m$ ومقدار المتجه المحصل لهما $|\vec{R}| = 3\ m$ وضح ذلك مع الرسم.

س8 / اذا كانت مركبة المتجه $\vec{A}$ التي تقع باتجاه المتجه $\vec{B}$ تساوي صفراً ماذا يمكنك ان تقول عن المتجهين $(\vec{B}, \vec{A})$ ؟

المسائل

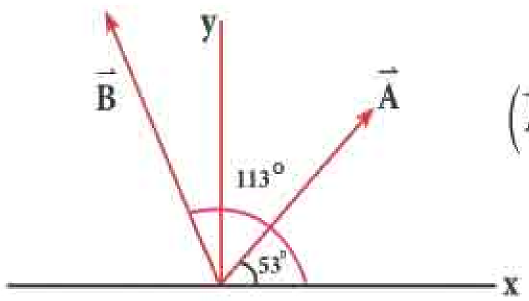
س1/

النقطة A تقع في المستوي (x, y) احداثياتها (3- , 2) اكتب تعبيراً عن موقع المتجه r_A لهذه النقطة بصيغة اتجاهية وارسم مخططاً يوضح اتجاه هذا المتجه ؟

س2/

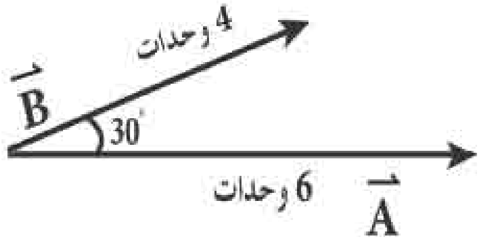
مامقدار الضرب النقطي $(\vec{A}\cdot\vec{B})$ للمتجهين $(\vec{A}\,,\,\vec{B})$ الموضحين في الشكل المجاور اذا كان :

$$|A| = 4units\,, |B| = 5units$$



س3/

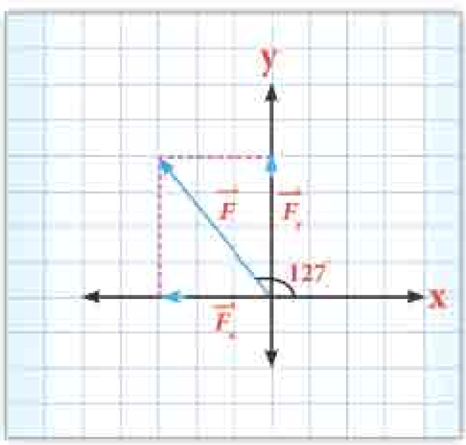
اذا كان مقدار المتجه $\vec{A}$ يساوي (6units) وبالاتجاه الموجب للمحور x ومقدار المتجه $\vec{B}$ يساوي (4units) باتجاه 30^0 مع المحور x ويقع في المستوي (x، y) احسب مقدار حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $\vec{A}\times\vec{B}$.



س 4/

جد مركبتي القوة (25N) والتي تميل بزاوية 127° عن المحور x علماً ان : $\cos 37^\circ = 0.8$

$\sin 37^\circ = 0.6$



الفصل الثاني 2

الحركة الخطية Linear Motion

مفردات الفصل

المصطلحات العلمية..

الموقع	Position
الحركة	Motion
الحركة الخطية المنتظمة	Uniform Linear Motion
الحركة الخطية بتعجيل	Accelerated Linear Motion
الازاحة	Displacement
السرعة	Velocity
السرعة المتوسطة	Average Velocity
الانطلاق	Speed
الانطلاق المتوسطة	Average Speed
السرعة الانية	Instantaneous Velocity
الانطلاق الاني	Instantaneous Speed
التعجيل	Acceleration
السقوط الحر	Free Falling
أطر الاسناد	Reference Frames
نقطة الإسناد	Reference Point
تعجيل الجاذبية	Gravity Acceleration
مخطط بياني	Graph

الاهداف السلوكية

بعد دراسة هذا الفصل ينبغي أن يكون الطالب قادراً على أن:

- يُعرّف مفهوم الحركة.
- يعرف أُطُر الإسناد.
- يوضح مفهوم الموقع والإزاحة والمسافة.
- يذكر قانون السرعة المتوسطة والإنطلاق المتوسط.
- يحل أسئلة حول مفهوم السرعة المتوسطة والإنطلاق المتوسط.
- يذكر معادلات الحركة الخطية بتعجيل منتظم.
- يذكر معادلات الحركة في السقوط الحر.
- يصف الحركة في بعدين.
- يذكر معادلات المقذوفات.

2 الحركة

1-2 وصف الحركة Motion Description

إن موضوع الميكانيك (Mechanics) هو أحد فروع علم الفيزياء الذي يدرس الحركة ، وهو يضم فرعين رئيسين هما :

1) الكاينيماتك (kinematics) ، وهو علم يُعنى بوصف حركة الاجسام من غير النظر الى مسبِّباتها .

2) الداينمك (Dynamics) ، وهو علم يهتم بمسبِّبات الحركة مثل القوة والطاقة .

سندرس في هذا الفصل أنماط أساسيّة من الحركة، إذ نتعرف اولاً على مفاهيم الموقع ، والازاحة، والسرعة، والتعجيل للاجسام، في حالة حركتها ببعد واحد (Motion in one dimension) ثم نتطرق الى الحديث عن حركة الأجسام، في بُعدين (Motion in two dimensions) مع بعض التطبيقات .

2-2 أطر الإسناد Frame of Reference

الشكل (1)

الشكل (2)

قد درستَ عزيزي الطالب في المراحل السابقة ، أنَّ الحركة هي تغيُّر مستمر في موقع الجسم بالنسبة إلى نقطة تُعد ثابتة . فأذا انتقل الجسم من موقع إلى اخر ، فهذا يعني انه تحرك . وللحركة أنواع مختلفة فمثلاً حركة السيارة على طريق أفقية تسمى حركة انتقالية وحركة الأرض حول محورها تسمى حركة دورانية، وحركة البندول هي حركة اهتزازية . في حياتنا المألوفة تُكون لنا الأرض وكل ماعليها (كالاشجار والطُرق والمنازل) أطر اسناد (على فرض أن الأرض ساكنة) لاحظ الشكل (1) ولا يمكن ان نتخذ الاجسام المتحركة بسرعة غير ثابتة نقطة إسنادٍ مثل السحب أو طائرة متحركة أو سيارة متحركة . وعند النظر الى الشكل (2) نقول إن الاطفال ليسوا في حالة حركة ، لانهم لم يغيروا مواقعهم، فهم جالسون على زورق ساكن .

ولكننا اذا نظرنا الى الشكل (3) نقول ان العدائين في حالة حركة ، فهم يركضون جنبا الى جنب مع بعضهم ، أي أنهم قد غيّروا مواقعهم نسبة الى أي جسم آخر على الطريق كاطار اسناد (مثل العمود أو الخطوط المثبتة في الطريق) .
لذا فالحكم على جسم ما . أهو ساكن أم متحرك؟ فأن ذلك يعتمد على حدوث تغير في موقع الجسم أو عدم حدوثه نسبة الى نقطة معينة تسمى **نقطة إسناد reference point** وتعد نقطة ثابتة بالنسبة لاطار اسناد قصوري .

الشكل (3)

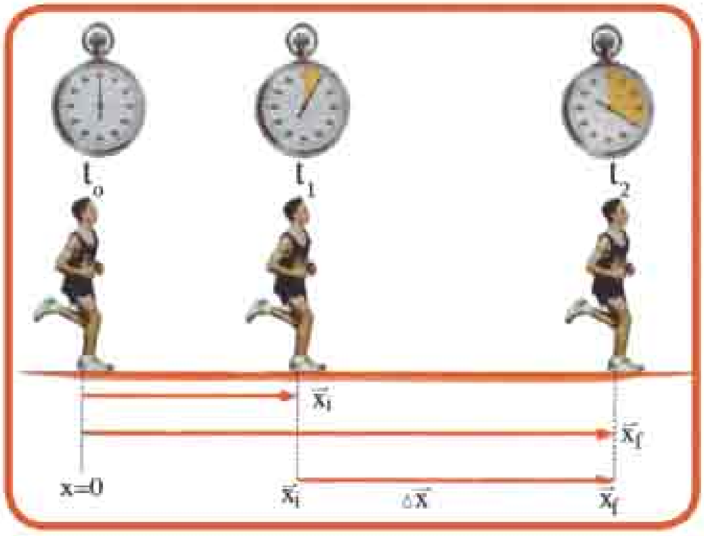
2 - 3 الموقع والإزاحة والمسافة Position, Displacement and Distance

افرضْ انك التقيتَ صديقك ، وسألته أين أوقفَ سيارته ؟
فأجاب أنها تقع على بعد (20m) عن باب المدرسة باتجاه الشرق . ستعرف من هذه الجمل ان صديقك قد وصف موقع سيارته وصفاً يدل على ان الموقع هو كمية متجهة، فهو حدد ثلاث عبارات وهي :-

* **20m** بعدها عن باب المدرسة (وهي تُمثِّل مقدار المتجه) .
* باتجاه الشرق (والتي تمثل اتجاه المتجه) .
* باب المدرسة (التي تمثل نقطة الاسناد التي اختارها صديقك) .

نستدل من ذلك :

أن الموقع هو كمية متجهة ، لها مقدار واتجاه معين نسبة إلى نقطة الأصل على احد المحاور الثلاثة للإحداثيات الكارتيزية (x , y, z) **يقال عن الجسم انه في حالة حركة عندما يحدث تغيراً في موقعه نسبة الى نقطة اسناد ثابتة** ، لاحظ الشكل (4) .



الشكل (4)

نجد ان العداء في حالة حركة على خط مستقيم على المحور (x) مبتعداً عن نقطة الأصل (O) فقد غير موقعه وان متجهات موقعه الابتدائي ($\vec{x}_{initial}$) وموقعه النهائي ($\vec{x}_{final}$) .
قد رسمت وكان مقدار موقعه الابتدائي ($x_i = +5m$) ومقدار موقعه النهائي ($x_f = +12m$)
[الإشارة الموجبة أمام مقدار متجه الموقع تعني أن ازاحة الجسم نحو يمين المحور x] .
ان التغير في متجه موقع الجسم يسمى بالإزاحة ، وعليه فان إزاحة العداء هي الفرق بين موقعه النهائي وموقعه الابتدائي ويرمز لها ($\Delta\vec{x}$) فتكون :-

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i \Rightarrow \Delta x = 12 - 5 = +7m$$

الرمز (Δ) يعني التغير او الفرق وهو حرف لاتيني يلفظ دلتا .

أفرض أن العداء تحرك من موقعه الابتدائي ($x_i = +5m$) باتجاه معاكس الى موقعه النهائي ($x_f = +1m$) . فان ازاحة العداء في هذه الحالة تكون :-

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i \Rightarrow \Delta x = 1 - 5 = -4m$$

[الاشارة السالبة للإزاحة تعني ان ازاحة الجسم نحو اليسار على المحور x] .
اما اذا تحرك العداء من موقعه الابتدائي ($x_i = +5m$) الى الموقع (20m) ثم رجع الى موقع نهائي ($x_f = +5m$) . فأن ازاحة العداء ($\Delta\vec{x}$) تساوي صفراً في هذه الحالة أي أن : -

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i \Rightarrow \Delta x = 15 - 15 = 0$$

بينما تكون المسافة الكلية التي قطعها العداء في هذه الحالة هي (30m).
لانه قطع في ذهابه ($d_1 = 20 - 5 = 15\,m$) وقطع في رجوعه الى موقعه الابتدائي مسافة (15m) ايضاً فتكون المسافة الكلية ($d = 15 + 15 = 30m$).

4 - 2 السرعة المتوسطة Average velocity

يمكن لسيارة سباق أن تقطع المسافة نفسها التي تقطعها عربة صغيرة ، الا اننا نلاحظ أن حركتيهما مختلفتان ، فكيف يمكن تقييم حركة جسم متحرك على مساره ؟ . لنفرض أن حركة السيارة الموضحة في الشكل (5) تكون بخط مستقيم تبدأ من نقطة الاصل (O) .

الشكل (5)

عند الزمن ($t = 0$) . وليكن أتجاه حركة السيارة بالاتجاه الموجب للمحور (x) . وبعد مرور فترة زمنية ($t_i = 1s$) تصل السيارة النقطة (A) والتي تبعد (2m) عن نقطة الاصل فيكون موقعها الابتدائي ($x_i = 2m$) . وبعد مرور زمناً قدره ($t_f = 4s$) من بدء الحركة (من نقطة الاصل 0) تصل السيارة النقطة B والتي تبعد بالبعد (32m) عن نقطة الاصل فيكون موقعها النهائي ($x_f = 32m$) . فأن الازاحة الكلية التي قطعتها السيارة هي :-

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$$

والزمن المستغرق :-

$$\Delta t = t_f - t_i$$

لذا تحسب السرعة المتوسطة من المعادلة التالية :

$$|\vec{\upsilon}_{avg}| = \frac{|\vec{x}_f| - |\vec{x}_i|}{t_f - t_i}$$

$$= \frac{32 - 2}{4 - 1}$$

$$= \frac{30}{3} = 10m/s$$

تذكر :

اشارة السرعة المتوسطة تتخذ اشارة الإزاحة نفسها .فإذا كانت الإزاحة بالاتجاه الموجب للمحور (x) فان السرعة المتوسطة موجبة . إما إذا كانت الإزاحة بالاتجاه السالب للمحور (x) فان السرعة المتوسطة سالبة .

السرعة المتوسطة (معدل السرعة) $\bar{\upsilon}$ يكتب بالصيغة الأتية :-

$$\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon_i + \upsilon_f}{2}$$

المخطط البياني (الإزاحة –الزمن) كما موضح في الشكل (6) يبين كيفية التغير الحاصل في موقع الجسم خلال فترات زمنية مختلفة . إن ميل (slope) الخط المستقيم الواصل بين النقطتين (A و B) هو :-

$$\boxed{\tan\theta = slope = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}}$$

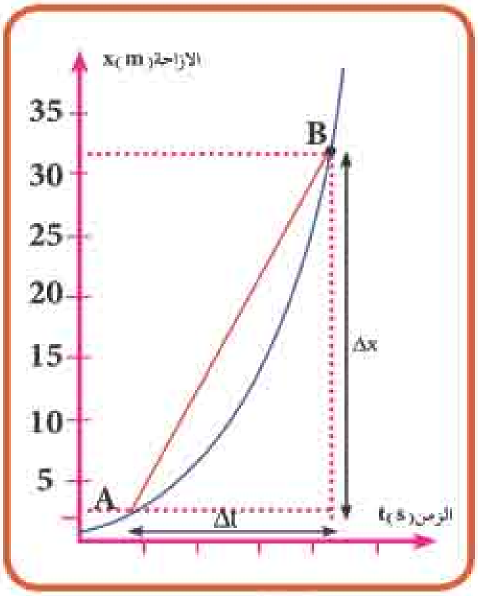
وبما أن السرعة المتوسطة $\vec{\upsilon}_{avg} = \dfrac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$

لذا فان :-

ميل الخط المستقيم في مخطط (الإزاحة – الزمن)

يمثل السرعة المتوسطة :

$$\vec{\upsilon}_{avg} = slope = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$



الشكل (6)

5-2 الانطلاق المتوسط Average speed :

ان نسبة المسافة الكلية المقطوعة الى الزمن المستغرق تسمى (الانطلاق المتوسط) ،

وتكتب بالصيغة التالية :

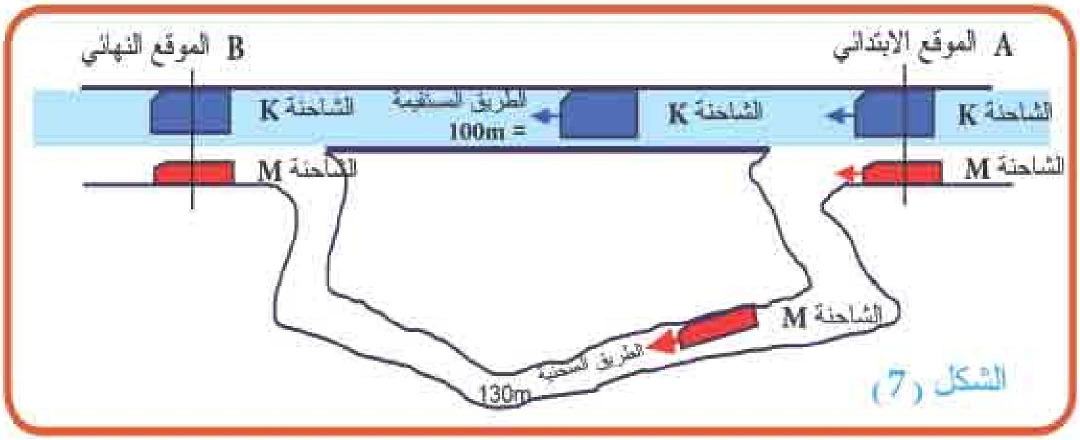
$$\text{Average Speed}(\upsilon_{avg}) = \frac{\text{Distance traveled}}{\text{time interval}}$$

فكر :

المسافة المقطوعة هي كمية قياسية (كمية عددية أو مقدارية) لذا فان الانطلاق المتوسط هو كمية قياسية ايضاً .

لندرس الان الفرق بين السرعة المتوسطة والانطلاق المتوسط خلال حركة الشاحنتين (M , K) لاحظ الشكل (7) تسير الشاحنتين جنبا الى جنب حتى تصلان النقطة A في ان واحد وهو الموقع الابتدائي ، وبعد ذلك تسلكان مسارين مختلفين للوصول الى النقطة B الموقع النهائي فالشاحنة K تسلك المسار المستقيم (AB) للوصول الى النقطة B ، بينما الشاحنة M تسلك المسار الثاني ، وهو المسار المنحني للوصول الى النقطة نفسها B .

وللفترة الزمنية نفسها (10s) التي تستغرقها الشاحنة K . وبما ان المسافة المقطوعة من قبل الشاحنتين مختلفة فالمسافة التي تقطعها الشاحنة K على الطريق المستقيمة تساوي (100m) و المسافة التي تقطعها الشاحنة M على الطريق المنحنية تساوي (130m) .



الشكل (7)

فان الانطلاق المتوسط لكل منهما يحسب من العلاقة الاتية:

الانطلاق المتوسط للشاحنة (K):

$$\underset{\text{(K) للشاحنة}}{\text{Average speed}} = \frac{\text{Distance traveled}}{\text{Time interval(s)}} = \frac{100(\text{m})}{10(\text{s})} = 10\text{m/s}$$

$$\underset{\text{(M) للشاحنة}}{\text{Average speed}} = \frac{\text{Distance traveled}}{\text{Time interval}} = \frac{130(\text{m})}{10(\text{s})} = 13\text{m/s}$$

وبما أن مسار الشاحنتين مختلف على الرغم من أن موقعيهما الأبتدائي والنهائي عند النقطتين نفسهما ولفترتين زمنيتين متساويتين، فأن مقدار السرعة المتوسطة لكل منهما يكون متساوياً:

$$\underset{\text{(K) للشاحنة}}{\text{Average velocity}} \left|(\vec{\upsilon}_{avg})\right| = \frac{\text{displacement traveled}}{\text{Time interval}(\Delta t)} = \frac{100(\text{m})}{10(\text{s})} = 10\text{m/s}$$

$$\underset{\text{(M) للشاحنة}}{\text{Average velocity}} \left|(\vec{\upsilon}_{avg})\right| = \frac{\text{displacement traveled}}{\text{Time interval}(\Delta t)} = \frac{100(\text{m})}{10(\text{s})} = 10\text{m/s}$$

فكر :

اذا انتقل جسم ما على مسار مستقيم فان مقدار سرعته المتوسطة يساوي انطلاقه المتوسط اي ان الانطلاق يعبر عن المقدار العددي للسرعة .

مثال 1

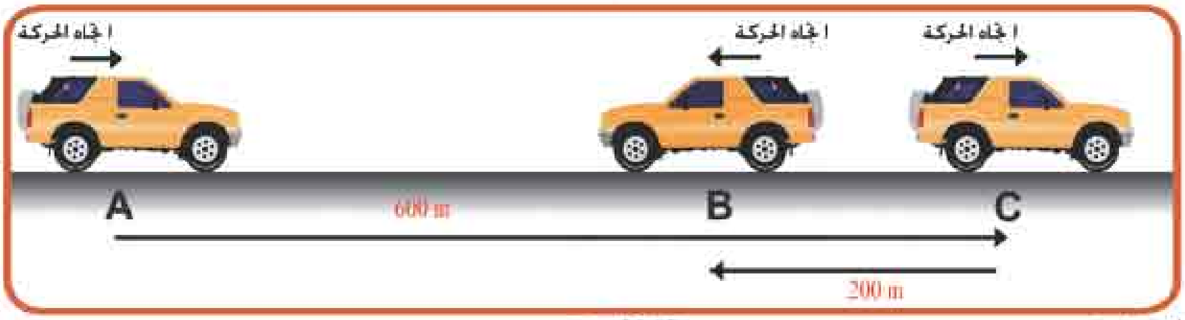
السيارة في الشكل (8) بدأت بالحركة من السكون عند النقطة (A) وبالاتجاه الموجب للمحور (x) فوصلت النقطة C بعد مضي (80s) ثم استدارت وتحركت باتجاه معاكس حتى توقفت عند النقطة (B) خلال (20s). احسب:

1 - الانطلاق المتوسط خلال الفترة الاولى (80s).

2 - السرعة المتوسطة خلال الفترة الاولى (80s).

3 - الانطلاق المتوسط خلال الفترة الكلية (100s).

4 - السرعة المتوسطة خلال الفترة الكلية (100s).



الشكل (8)

الحل /

1- عند حركة السيارة من نقطة (A) الى نقطة (C) :

$$\text{Average speed} = \frac{\text{distance traveled}}{\text{time interval}} = \frac{600\,(m)}{80\,(s)} = 7.5\ m/s$$

2- عند حركة السيارة من نقطة (A) الى نقطة (C) :

فان المسافة التي قطعتها السيارة تساوي الازاحة المقطوعة ،لذا فان السرعة المتوسطة السيارة يساوي انطلاقها المتوسط لانها تحركت بالاتجاه الموجب للمحور (+x) فان:

$$\underset{\upsilon_{avg}}{\text{Average velocity}} = \frac{\text{displacement traveled}}{\text{time interval}} = \frac{600(m)}{80(s)} = 7.5m/s$$

ولذا نجد ان الانطلاق يعبر عن المقدار العددي للسرعة لكون الحركة على خط مستقيم وبالاتجاه نفسه .

3 - الانطلاق المتوسط للسيارة اثناء حركتها من نقطة (A) الى نقطة (B) يحسب من العلاقة:

$$\text{Average speed} = \frac{\text{distance traveled}}{\text{time interval}} = \frac{600+200}{80+20} = 8m/s$$

4- عند أخذ الحركة الكلية للسيارة من موقعها الابتدائي (A) الى موقعها النهائي (B) فان مقدار ازاحتها $\Delta x = x_f - x_i = 600 - 200 = 400\,m$ والزمن المستغرق خلال هذه الحركة هو $t = 80 + 20 = 100\,s$ فتكون سرعتها المتوسطة :

$$\underset{\upsilon_{avg}}{\text{Average velocity}} = \frac{\text{displacement traveled}}{\text{time interval}} = \frac{400(m)}{100(s)} = 4m/s$$

6 - 2 السرعة الآنية والانطلاق الآني : Instantaneous velocity & Instantaneous speed

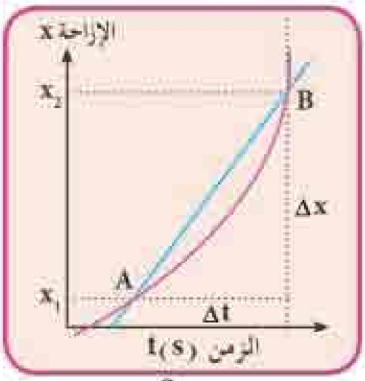
لدراسة الحركة بالتفصيل يتطلب معرفة مقدار سرعة الجسم عند اية لحظة زمنية . وسرعة الجسم المتحرك عند أية لحظة زمنية تسمى بالسرعة الانية .

دعنا نعود الى السيارة في الشكل (8) لحساب السرعة المتوسطة من المخطط (الإزاحة – الزمن).في الشكل(9-a)ومن ميل المستقيم (Slope)

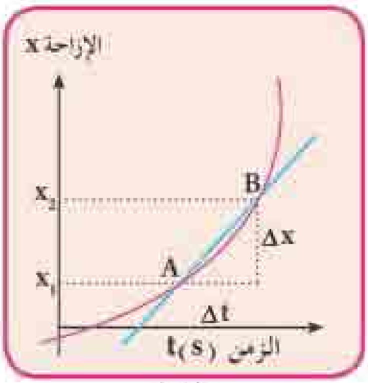
$$\vec{\upsilon}_{avg}\,(m/s) = \text{slope} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

وعند تقريب النقطة (B) من النقطة (A) بقيم اصغر لكل من (Δx و Δt) . لاحظ الشكل (9-b) سنحصل على قيم اصغر لميل المستقيم وكذلك قيم اصغر لسرعتها المتوسطة .

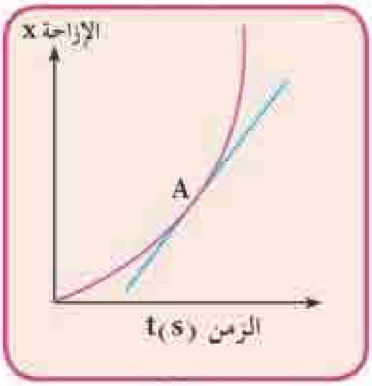
واذا استمرينا بتقريب الموقع (B) اقرب بكثير من الموقع (A) فان مقادير كل من (Δx و Δt) تقترب من الصفر حتى يصبح الخط المستقيم مماساً للمنحنى عند النقطة (A) لاحظ الشكل (9-c) وان ميل هذا المستقيم يعطي مقدار السرعة الآنية للسيارة عند النقطة (A) .



(9-a)



(9-b)



(9-c)

الشكل (9)

فكر :

ان مقدار سرعة الجسم المتحرك عند اية لحظة في منحني (الإزاحة – الزمن) هو مقدار السرعة الانية للجسم في تلك اللحظة.

هل تعلم ؟

ان الرقم الذي نقرأه على اللوحة الموضوعة في السيارة امام السائق يشير الى الانطلاق الاني للسيارة الشكل (10) ولا يعين اتجاه السيارة .

الشكل (10)

(7-2) الحركة بسرعة ثابتة (Motion with constant velocity)

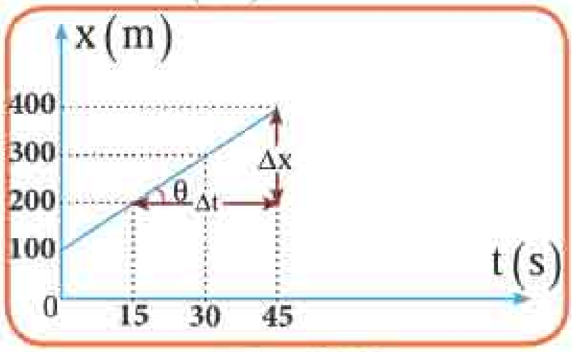
اذا تحرك جسم ما على خط مستقيم وقطع ازاحات متساوية خلال فترات زمنية متساوية يقال عندئذ ان حركة الجسم ثابتة وتدعى سرعته بالسرعة الثابتة .

عند ملاحظ الشكل (11) نجد ان السيارة تتحرك بخط مستقيم فهي تقطع **150m** في كل (15s) اي انها تتحرك بسرعة ثابتة **10m/s** وعندما نرسم مخططا بيانيا (الإزاحة – الزمن) أي (x-t) الشكل (12) نحصل على خط مستقيم وميل هذا المستقيم يساوي السرعة المتوسطة :-

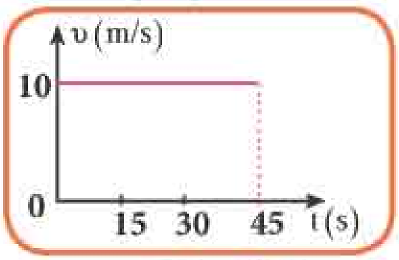
$$\vec{\upsilon}_{avg} = \text{slope} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

واذا رسمنا مخطط بيانيا بين (السرعة - الزمن) نحصل على خط مستقيم افقي لان سرعة السيارة ثابتة المقدار والاتجاه لاحظ الشكل (13).

الشكل (11)



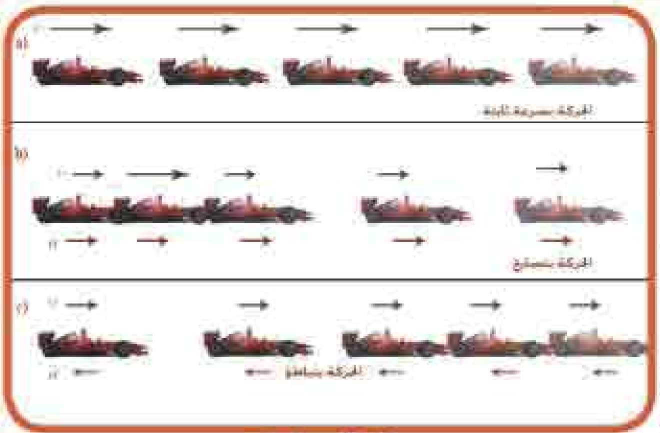
الشكل (12)



الشكل (13)

8-2 التعجيل Acceleration

يمكن ان تتحرك مركبة او شاحنة او دراجة بسرعة ثابتة المقدار والاتجاه لفترة معينة كما يوضحه الشكل (14) ويمكن ان يزداد مقدار سرعتها خلال فترة زمنية معينة فتكون حركتها عندئذ بتسارع وقد تتباطأ خلال فترة اخرى فتكون حركتها عندئذ بتباطؤ وقد ينتج التعجيل من حصول تغير في اتجاه سرعة المركبة مع ثبوت انطلاقها عندما تسير المركبة على منعطف افقي (بمسار دائري) بانطلاق ثابت فيسمى هذا التعجيل بالتعجيل المركزي ويرمز له بـ (a_c) الشكل (15) فالمعدل الزمني للتغير في مقدار سرعة الجسم يسمى بتعجيل الجسم ويرمز له بـ ($\vec{a}$)



الشكل (14)

الشكل (15)

وهو كمية متجهة اي ان $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}$ ، وعندما تكون السرعة ثابتة المقدار والإتجاه يكون تعجيلها يساوي صفراً ($a = 0$) .

9-2 معادلات الحركة الخطية بتعجيل منتظم:

a - اشتقاق معادلة الازاحة بدلالة كل من السرعة النهائية والسرعة الابتدائية والزمن :

لدينا :

$$\upsilon_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

وان

$$\upsilon_{avg} = \frac{\upsilon_i + \upsilon_f}{2}$$

وعند تساوي المعادلتين نحصل على :

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\upsilon_i + \upsilon_f}{2}$$

بضرب طرفي المعادلة في Δt نحصل على :

$$\boxed{\Delta x = \left(\frac{\upsilon_i + \upsilon_f}{2}\right) . \Delta t}$$

b - معادلة السرعة النهائية بدلالة كل من السرعة الابتدائية والتعجيل والزمن :

لدينا من تعريف التعجيل

$$a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_f - \upsilon_i}{\Delta t}$$

وبضرب طرفي المعادلة في Δt

$$a\Delta t = \upsilon_f - \upsilon_i$$

نحصل على :

$$\upsilon_f = \upsilon_i + a\Delta t$$

c - معادلة الازاحة بدلالة كل من السرعة الابتدائية والتعجيل والزمن

لدينا معادلة الازاحة بدلالة السرعة الابتدائية والسرعة النهائية والزمن :

$$\Delta x = \left(\frac{\upsilon_i + \upsilon_f}{2}\right)\Delta t$$

وبالتعويض عن السرعة النهائية من المعادلة $\upsilon_f = \upsilon_i + a\Delta t$ في المعادلة اعلاه نحصل على:

$$\Delta x = \left(\frac{\upsilon_i + (\upsilon_i + a\Delta t)}{2}\right)\Delta t$$

$$\Delta x = \left(\frac{2\upsilon_i\Delta t + a(\Delta t)^2}{2}\right)$$

$$\Delta x = \upsilon_i \Delta t + \tfrac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

d - معادلة السرعة النهائية بدلالة التعجيل والازاحة والسرعة الإبتدائية:

لدينا معادلة الازاحة بدلالة كل من السرعة الابتدائية والسرعة النهائية والزمن

$$\{\Delta x = \tfrac{1}{2}(\upsilon_i + \upsilon_f)\ \Delta t\}$$

وبضرب طرفي المعادلة في (2) نحصل على :

$$2\Delta x = (\upsilon_i + \upsilon_f)\ \Delta t$$

وبقسمة طرفي المعادلة على $(\upsilon_i + \upsilon_f)$ نحصل على

$$2\Delta x / (\upsilon_i + \upsilon_f) = \Delta t$$

نعوض عن Δt في المعادلة : $\upsilon_f = \upsilon_i + a\,\Delta t$

فنحصل على :-

$$\upsilon_f = \upsilon_i + a \times 2\ \Delta x\ /\ (\upsilon_i + \upsilon_f)$$

$$\upsilon_f - \upsilon_i = a \times 2\,\Delta x\ /\ (\upsilon_i + \upsilon_f)$$

$$\upsilon_f^{\,2} - \upsilon_i^{\,2} = a \times 2\ \Delta x$$

$$\upsilon_f^{\,2} = \upsilon_i^{\,2} + 2\,a\,\Delta x$$

وعندما يبدأ الجسم بالحركة من السكون فأن $(\upsilon_i = 0)$ فتكون المعادلة الأخيرة :

$$\upsilon_f = \sqrt{2a\Delta x}$$

مثال 2

احسب مقدار التعجيل بين نقطتين والمثبتة على الرسم للسيارة في الشكل (16) علماً أن $\upsilon_K = 20\ m/s$ ، $\upsilon_L = 30\ m/s$ ، $\upsilon_M = 30\ m/s$ ، $\upsilon_N = 25\ m/s$

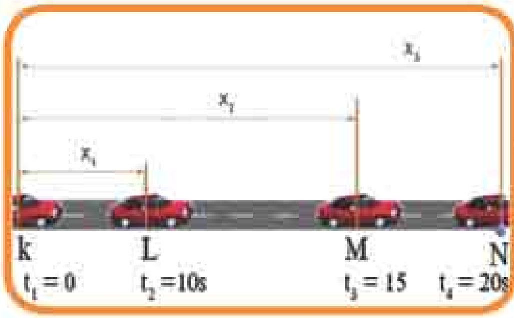
خلال الفترات الزمنية الاتية :

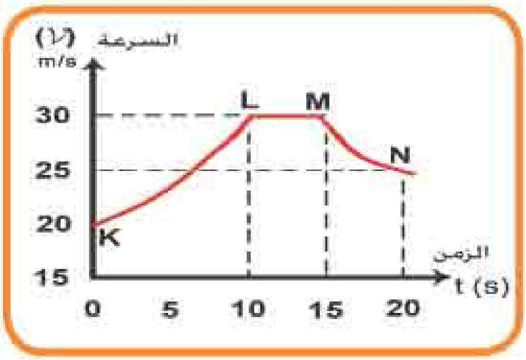
(1) ($t_1 = 0s$) و ($t_2 = 10s$) بين النقطتين (K, L) .

(2) ($t_2 = 10s$) و ($t_3 = 15s$) بين النقطتين (L , M) .

(3) ($t_3 = 15s$) و ($t_4 = 20s$) بين النقطتين (M, N)

(4) ($t_1 = 0s$) و ($t_4 = 20s$) بين النقطتين (K, N)





الشكل (16)

الحل /

بما ان ميل المستقيم في البياني (السرعة- الزمن)

أي (υ - t) الشكل (16) يساوي تعجيل الجسم

(a) فيكون التعجيل بين النقطتين K , L :

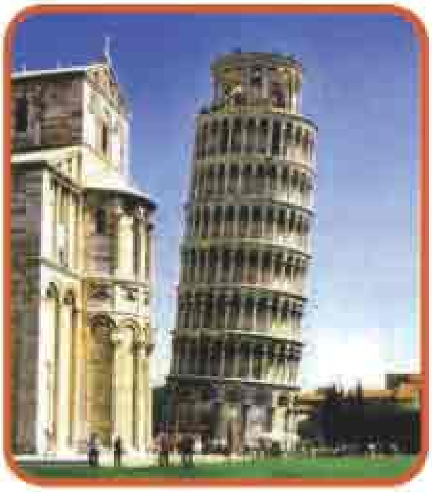
(1)
$$a_{(KL)} = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_L - \upsilon_K}{t_L - t_K}$$
$$= \frac{30 - 20}{10 - 0} = 1 m/s^2$$
(يكون التعجيل موجباً عند التسارع)

(2)
$$a_{(LM)} = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_M - \upsilon_L}{t_M - t_L}$$
$$= \frac{30 - 30}{15 - 10} = 0 m/s^2$$
(يكون التعجيل صفراً لان السرعة ثابتة)

(3)
$$a_{(MN)} = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_N - \upsilon_M}{t_N - t_M}$$
$$= \frac{25 - 30}{20 - 15} = -1 m/s^2$$
(يكون التعجيل سالباً لانه تباطؤ)

(4)
$$a_{(KN)} = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_N - \upsilon_K}{t_N - t_K}$$
$$= \frac{25 - 20}{20 - 0} = 0.25 m/s^2$$
(يكون التعجيل موجباً لانه تسارع)

2-10 تعجيل الجاذبية Acceleration of gravity


الشكل (17)

أي الكرتين تسقط في الهواء اسرع ؟
(الكرة الثقيلة ام الكرة الخفيفة ، التفاحة ام الريشة؟)
قد يبدو معقولا ان تسقط الكرة الثقيلة اسرع من الكرة الخفيفة . اليس كذلك ؟ في الحقيقة كانت اجابة العالم ارسطو (قبل الميلاد) الاجابة نفسها .
وبعد تسعة عشر قرنا اجرى العالم غاليلو اختبارات تجريبية بسيطة . فقد اسقط حجراً وريشة طائر من قمة برج بيزا المائل لاحظ الشكل (17) وبسبب التاثير الكبير لاحتكاك الهواء ودفعه للريشة اثناء سقوطها فان الحجر وصل الارض قبل الريشة .


الشكل (18)

لذا اجريت تجارب عدة باستعمال اجسام ثقيلة نسبيا متساوية في الحجم ومختلفة في الوزن وساقطة من الارتفاع نفسه فحصل على نتائجه المعروفة وهي سقوط جميع الاجسام من الارتفاع نفسه على الارض بالطريقة نفسها (بتعجيل ثابت) و بفترة زمنية نفسها بغض النظر عن وزنها . وبغياب تاثير مقاومة الهواء في الاجسام الساقطة (مثل تجربة التفاحة والريشة) الشكل (18) لقد وجد عمليا ان التفاحة والريشة تصلان معاً وبالسرعة نفسها (بغياب مقاومة الهواء).

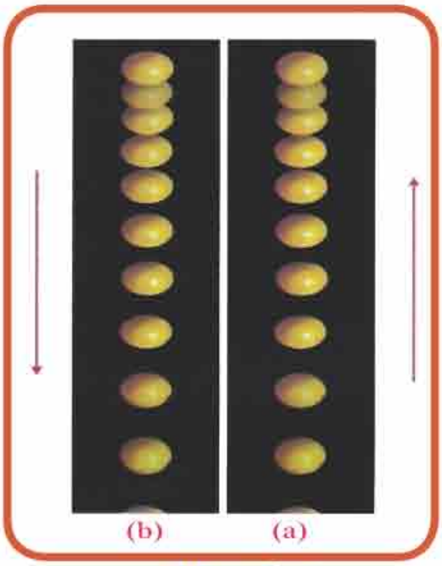
السقوط الحر :


الشكل (19)

الكثير من العلماء التجريبيين كرروا تجارب العالم غاليلو باتباع اساليب تقنية متطورة للغاية فمن الحقائق المسلم بها الان ان أي جسم يسقط سقوطا حرا فانه ينزل نحو الاسفل بتعجيل ثابت الشكل (19) . وهو التعجيل الناتج من قوة جذب الارض على الجسم . و بالرغم من ان مقدار جاذبية الارض يختلف من مكان الى مكان بالقرب من سطح الارض فهو تقريبا يساوي $(9.81\ m/s^2)$ او $(981\ cm/s^2)$

ويرمز لتعجيل الجاذبية الارضية على سطح الارض بالمتجه $(\vec{g})$ ويفترض الحصول على هذا المقدار هو العناية الكبيرة المبذولة لتقليل تاثير الهواء على الاجسام الساقطة الى ادنى حد ممكن .

لذا فان جميع الاجسام القريبة من سطح الارض و بغياب تاثير الهواء في تلك الاجسام فانها تسقط بالتعجيل نفسه هو تعجيل الجاذبية الارضية ، $g=-9.8m/s^2$ ويساوي تقريباً $\left(-10m/s^2\right)$ ويكون بإشارة سالبة دائماً لأنه يتجه نحو الأسفل ، تدعى هذه الحركة ، (السقوط الحر **Free fall**) الشكل (**20**) .


(b) (a)

الشكل (**20**)

11-2 معادلات الحركة في السقوط الحر :

للأجسام الساقطة سقوطاً حراً وبالتعويض عن $(\upsilon_i=0)$ في المعادلات الحركة الخطية نحصل على :

$$\upsilon_f = g\,t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} g\,t^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\upsilon_f = \sqrt{2gy} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

فكر

* عند قذف كرة شاقوليا نحو الاعلى فان سرعتها تساوي صفرا لحظة وصولها الى اعلى نقطة من مسارها . فهل يعني بالضرورة ان تعجيلها يساوي صفرا ؟

* سيارة تسير بخط مستقيم (باتجاه $-x$) وبتعجيل (باتجاه $+x$) هل يعني ان حركة السيارة بتسارع ام تباطؤ ؟

مثال 3

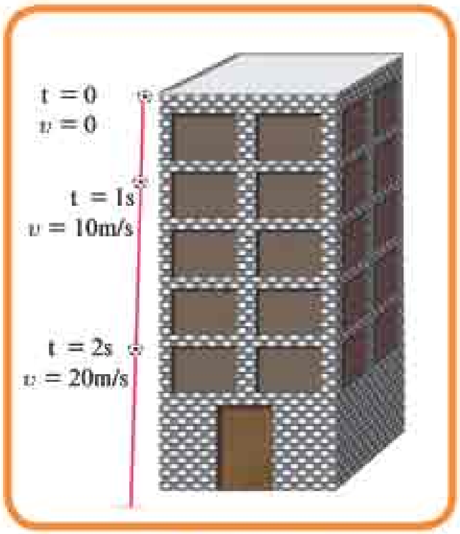
من سطح بناية سقطت كرة سقوطاً حراً الشكل (21) فوصلت سطح الارض بعد فترة زمنية (3s) . احسب مقدار :

1- ارتفاع سطح البناية.

2 - سرعة الكرة لحظة اصطدامها بسطح الارض وباي اتجاه ؟

3- سرعة وارتفاع الكرة فوق سطح الارض بعد مرور (1s) من سقوطها.

أفرض ان مقدار التعجيل الارضي ($g = -10\ m/s^2$)



الشكل (21)

الحل /

1- تكون السرعة الابتدائية υ_i للسقوط الحر دائما = صفرا

نطبق معادلة الازاحة والتعجيل والزمن.

$$y = \frac{1}{2} g (t)^2$$
$$y = \frac{1}{2}(-10) \times (3)^2$$
$$y = -45\ m$$

* الاشارة السالبة تعني ان ازاحة الكرة تتجه نحو الاسفل فيكون ارتفاع سطح البناية فوق سطح الارض ($h = +45\ m$) .

2- لحساب سرعة الكرة لحظة إصطدامها بسطح الارض. نطبق معادلة السرعة والتعجيل والزمن :

$$\upsilon_f = \upsilon_i + g \times t$$
$$\upsilon_f = 0 + (-10) \times 3 = -30 m/s$$

* الاشارة السالبة تعني ان سرعة الكرة تتجه نحو الاسفل .

3 - لحساب سرعة الكرة بعد مرور (1s) من لحظة سقوطها نطبق معادلة السرعة والتعجيل والزمن :

$$\upsilon_f = \upsilon_i + gt$$
$$\upsilon_f = 0 + (-10) \times 1 = -10 m/s$$

* الاشارة السالبة تعني ان سرعة الكرة تتجه نحو الاسفل ولحساب ارتفاع الكرة فوق سطح الارض بعد مرور (1s) ،يجب حساب الازاحة من نقطة سقوطها :-

$$y = \frac{1}{2} g \times (t)^2$$
$$y = \frac{1}{2}(-10) \times (1)^2 = -5m$$

فيكون ارتفاع الكرة فوق سطح الارض ($h = 45 - 5 = 40\ m$)

مثال 4

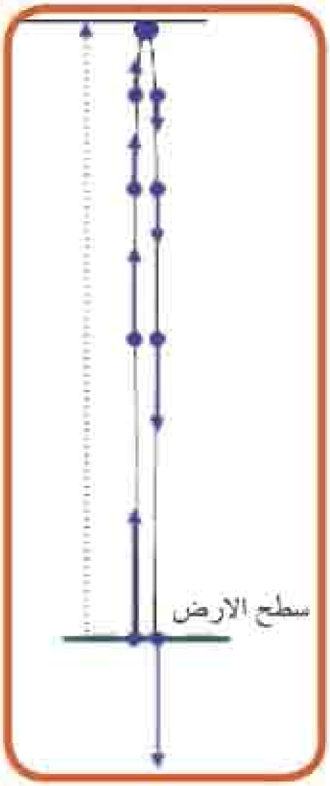
من نقطة عند سطح الارض قذفت كرة صغيرة بانطلاق ($40m/s$) شاقوليا نحو الاعلى ، الشكل (22) (اهمل تاثير الهواء في الكرة) . احسب مقدار :

1 - اعلى ارتفاع ممكن ان تصله الكرة فوق سطح الارض .

2 - الزمن الذي تستغرقه الكرة من لحظة قذفها لحين وصولها الى اعلى ارتفاع لها .

3 - سرعتها و ارتفاعها فوق سطح الارض عند اللحظة ($t=2s$) .

4- سرعتها لحظة اصطدامها بسطح الارض .



الشكل (22)

الحل/

1 - لحظة وصول الكرة الى اعلى ارتفاع فوق سطح الارض تكون سرعتها النهائية ($\upsilon_f = 0$)

فتكون :
$$\upsilon_f^2 = \upsilon_i^2 + 2\times g\,\Delta y$$
$$0 = (40)^2 + 2\times(-10)\times h$$

اعلى ارتفاع تصله الكرة فوق سطح الارض $h = 80m$

2-
$$\upsilon_f = \upsilon_i + g\times t$$
$$0 = 40 + (-10)\times t_1$$

الزمن الذي تستغرقه الكرة من لحظة قذفها لحين وصولها الى اعلى ارتفاع لها $t_1 = 4s$

3- لحساب سرعة الكرة بعد مرور ($t = 2s$) من لحظة قذفها لدينا
$$\upsilon_f = \upsilon_i + g\times t$$
$$\upsilon_f = 40 + (-10)\times 2 = 20\ m/s$$

لحساب ارتفاع الكرة بعد مرور ($t = 2s$) من لحظة قذفها لدينا
$$\Delta y = \upsilon\times t + \tfrac{1}{2}\, g\times(t)^2$$
$$\Delta y = 40\times 2 + \tfrac{1}{2}(-10)\times(2)^2$$

$y = 60\ m$ فيكون ارتفاع الكرة $h = 60\ m$

4 - بما ان زمن صعود الكرة الى اعلى ارتفاع لها $t_1 = 4s$

نحسب زمن نزول الكرة من اعلى ارتفاع لها لحين وصولها الى سطح الارض . فتكون ($v_i = 0$)

نفرض ان الكرة تسقط سقوطا حرا من ذلك الارتفاع :

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$-80 = \frac{1}{2}(-10)\, t_2^2$$

$$t_2^2 = \frac{-80}{-5} = 16$$

$$t_2 = 4\ s$$

كما يمكن إيجاد سرعة الكرة لحظة إصطدامها بالأرض من العلاقة الآتية:

$$\upsilon_f = \upsilon_i + gt$$

اذ ان t هو الزمن الكلي الذي تستغرقه الكرة في صعودها ونزولها = 8s

$$\upsilon_f = 40 + (-10) \times 8$$

$$\upsilon_f = -40\ m/s$$

س1\

اختر العبارة الصحيحة لكل من العبارات الاتية:

1- الحركة تعبير يعود الى التغير في موقع الجسم نسبة الى

a) اطار اسناد معين . b) احد النجوم

c) السحب . d) الشمس .

2- جسمان متماثلان في الشكل والحجم ولكن وزن أحدهما ضعف وزن الاخر ، سقطا سويةً من قمة برج (باهمال مقاومة الهواء) ، فان :

a) الجسم الاثقل سيضرب سطح الارض اولاً ويمتلكان التعجيل نفسه .

b) الجسمان يصلان سطح الارض باللحظة نفسها ولكن الجسم الاثقل يمتلك انطلاقا أكبر

c) الجسمان يصلان سطح الارض باللحظة نفسها وبالانطلاق نفسه ويمتلكان التعجيل نفسه .

d) الجسمان يصلان سطح الارض باللحظة نفسها ولكن الجسم الاثقل يمتلك تعجيلاً أكبر

3 - في كل من الامثلة الاتية السيارة متحركة ، في اي منها لاتمتلك تعجيلاً ؟

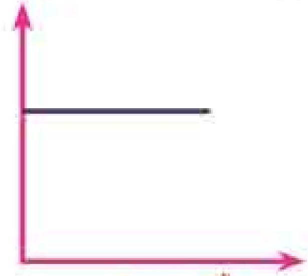
a) السيارة متحركة على منعطف افقي بانطلاق ثابت ($50 Km/h$).

b) السيارة متحركة على طريق مستقيمة بانطلاق ثابت ($70 km/h$).

c) تناقصت سرعة السيارة من ($70 km/h$) الى ($30 km/h$) خلال ($20 s$).

d) انطلقت سيارة من السكون فبلغت سرعتها $40 m/s$ بعد مرور ($60 s$) .

4 - عند رسمك للمخطط البياني (السرعة – الزمن) ($v-t$) يكون الخط المستقيم الافقي المرسوم في المخطط يعبر عن حركة جسم اذا كانت :-



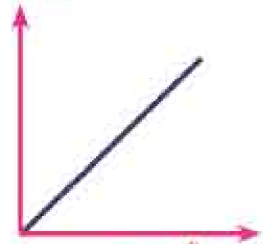
a) سرعته تساوي صفرا .

b) سرعته ثابتة في المقدار والاتجاه .

c) سرعته متزايدة في المقدار بانتظام .

d) سرعته متناقصة في المقدار بانتظام .

5 - في المخطط البياني (الازاحة – الزمن) اي ($x-t$) يكون الخط المستقيم المائل الى الاعلى نحو اليمين المرسوم في المخطط يعبر عن حركة جسم عندما تكون :



a) سرعته تساوي صفرا .

b) سرعته ثابتة في المقدار والاتجاه .

c) سرعته متزايدة في المقدار بانتظام .

d) سرعته متناقصة في المقدار بانتظام .

6 - دراجة تتحرك في شارع مستقيم بتباطؤ منتظم يكون الرسم البياني (السرعة – الزمن) لحركتها عبارة عن :-

a) خط مستقيم يميل الى الاعلى نحو اليمين .

b) خط مستقيم يميل الى الاسفل نحو اليمين .

c) خط مستقيم افقي .

d) خط منحني يميل الى الاعلى يزداد مع الزمن .

7- قذف حجر شاقولياً نحو الاعلى فوصل اعلى ارتفاع له (y) ثم سقط سقوطاً حراً من ذلك الارتفاع راجعاً الى النقطة التي قذف منها، فأن سرعته المتوسطة تساوي :-

a) صفراً   b) $2\frac{y}{t}$ c) $\frac{y}{t}$ d) $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{y}{t}\right)$

س2/ في أي نوع من الحركة يكون مقدار السرعة المتوسطة يساوي مقدار السرعة الانية ؟

س3/ ما مقدار سرعة وتعجيل الجسم المقذوف نحو الاعلى وهو في قمة مساره ؟

س4/ اذا كان العداد الموضوع أمام السائق في السيارة يشير الى ($70km/h$) خلال فترة زمنية معينة هل يعني ذلك هذه السيارة تتحرك خلال تلك الفترة بانطلاق ثابت ؟ أم بسرعة ثابتة ؟ أم بتعجيل ثابت ؟ وضح ذلك .

س5/ وضح فيما اذا كانت الدراجة في الأمثلة الآتية تمتلك تعجيلاً خطياً او مركزياً او كليهما او لا تمتلك تعجيلاً :

a) دراجة تسير بانطلاق ثابت على طريق مستقيمة .
b) دراجة تسير بانطلاق ثابت على منعطف افقي .
c) دراجة تسير بانطلاق ثابت على احد جانبي طريق مستقيمة ثم تنعطف وتعود تسير باتجاه معاكس وبانطلاق ثابت على الجانب الاخر من الطريق .

مسائل

س1 / سيارة تتحرك بسرعة $(30m/s)$ فاذا ضغط سائقها على الكوابح تحركت السيارة بتباطؤ $(6m/s^2)$ احسب مقدار:

1) سرعة السيارة بعد $(2s)$ من تطبيق الكوابح .

2) الزمن الذي تستغرقه السيارة حتى تتوقف عن الحركة .

3) الازاحة التي تقطعها السيارة حتى تتوقف عن الحركة .

س2 / سقط حجر سقوطاً حراً من جسر فاصطدم بسطح الماء بعد $(2s)$ من لحظة سقوطه. احسب مقدار:

1) ارتفاع الجسر فوق سطح الماء.

2) ارتفاع الحجر فوق سطح الماء بعد $(1s)$ من سقوطه .

3) سرعة الحجر لحظة اصطدامه بسطح الماء .

س3 / من نقطة على سطح الارض قذف حجر شاقوليا نحو الاعلى فوصل قمة مساره بعد $(3s)$ من لحظة قذفه . احسب :

1) مقدار السرعة التي قذف بها الحجر .

2) أعلى ارتفاع يصله الحجر فوق سطح الارض .

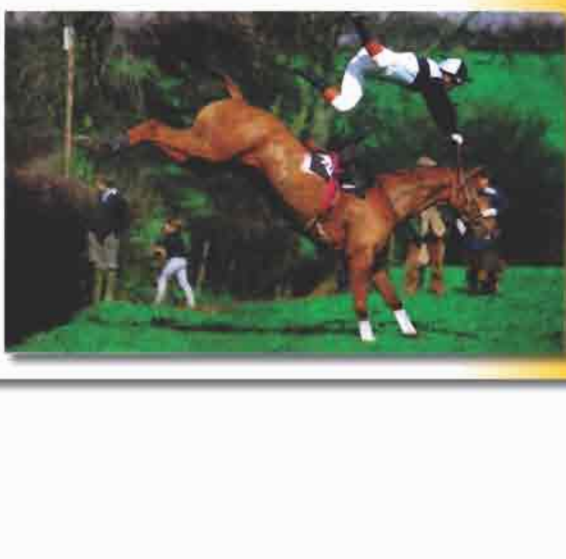
3) الازاحة الكلية والزمن الكلي خلال حركته .

3 الفصل الثالث

قوانين الحركة

The Laws of Motion

مفردات الفصل



المصطلحات العلمية . .

قوانين الحركة	Laws of Motion
الكتلة	Mass
القوة	Force
القانون الاول في الحركة	The First Law of Motion
وحدة القوة	Unit of Force
الوزن	Weight
القانون الثاني في الحركة	The Second Law of Motion
القانون الثالث في الحركة	The Third Law of Motion
الاحتكاك	Friction
معامل الاحتكاك	Coefficient of Friction
الاحتكاك السكوني	Static Friction
الاحتكاك الحركي	Kinetic Friction

الاهداف السلوكية

بعد دراسة هذا الفصل ينبغي أن يكون الطالب قادراً على أن:

- يتعرف مفهوم القوة .
- يعطي أمثلة على أنواع القوة .
- يعرف مفهوم القصور الذاتي في الحركة .
- يذكر قوانين الحركة لنيوتن .
- يعرّف مفهوم الإحتكاك وأنواعه .
- يحل أسئلة في موضوع الإحتكاك .

3 قوانين الحركة

3 - 1 مفهوم القوة وانواعها : -

القوة هي: المؤثر الذي يغير أو يحاول تغيير الحالة الحركية للجسم أو شكل الجسم، وسلوك الاجسام يعتمد على محصلة القوى المؤثرة فيها ، مثلاً عندما تركل كرة القدم بقدمك لاحظ الشكل (1) يمكنك ان تتحكم بانطلاق الكرة او اتجاهها وهذا يعني ان القوة كمية متجهة تماماً مثل السرعة و التعجيل .

الشكل (1)

واذا سحبت الطرف السفلي لنابض محلزن مثبت من طرفه العلوي في نقطة فان النابض سيستطيل لاحظ الشكل (2).

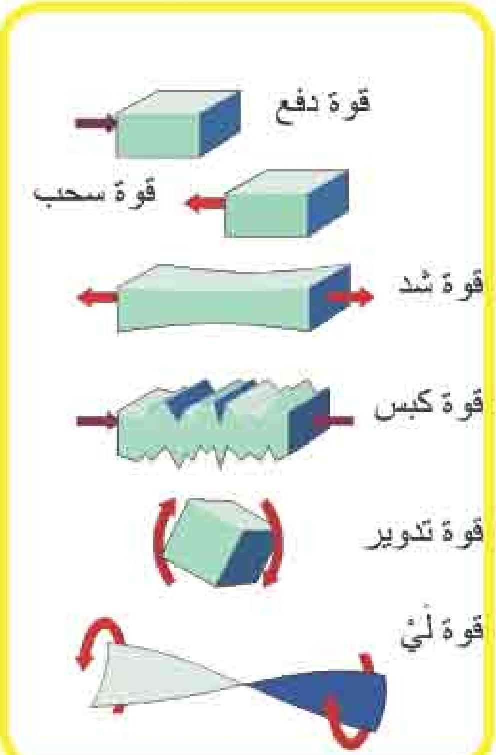
الشكل (2)

وكذلك عندما يسحب حصان الزلاجة في الشكل (3) فان الزلاجة ستتحرك باتجاه قوة السحب .

الشكل (3)

فللقوى انواع عدة وتأثيرات كثيرة تتضمن الدفع والسحب والشد والكبس والتدوير و(اللي) لاحظ الشكل (4) . وحدة قياس القوة في النظام الدولي للوحدات **SI** هي **Newton** .

$$1N = 1kg\,\frac{m}{s^2}$$

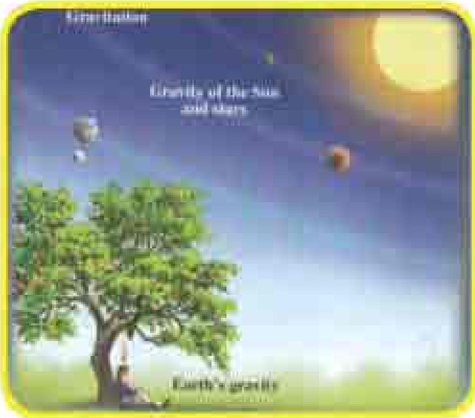


الشكل (4)

الشكل (5)

تقاس القوة بوساطة قبان حلزوني لاحظ الشكل (5) جميع تلك القوى المذكورة تؤثر في جسمين بينهما تماس مباشر فتسمى بقوى التماس (**contact forces**)
زيادة على تلك القوى المنظورة والمعروفة في الطبيعة يوجد نوع أخر من القوى ينعدم فيها التماس المباشر بين الاجسام .

من المعروف للفيزيائيين حتى وقت قريب وجود قوى اساس في الطبيعة هي قوة الجاذبية ، والقوة الكهربائية والقوة المغناطيسية ، والقوة النووية .



الشكل (6)

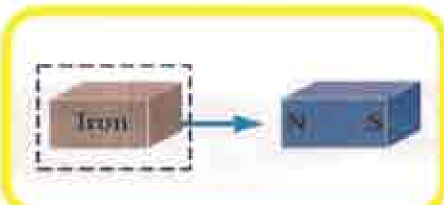
a- قوة الجاذبية :-

هي قوة التجاذب المتبادلة بين اي كتلتين في الكون وهذه القوة يمكن ان تكون قوية جداً بين الاجسام المنظورة مثل قوة الجاذبية التي تؤثر فيها الشمس على الارض لاحظ الشكل (6) والتي تبقى الارض تدور في مدارها حول الشمس على الرغم من البعد الكبير بينهما وبالرغم من وجود كواكب اخرى بينهما ،والارض بدورها تسلط قوة جاذبية على الاجسام فوق سطحها او بالقرب من سطحها . (وتسمى قوة الجذب التي يسلطها الكوكب او القمر على الاجسام القريبة منه بوزن الجسم).

الشكل (7)

b- القوة الكهربائية والقوة المغناطيسية :-

ومن امثلتها القوة الكهربائية بين شحنتين كهربائيتين مثل انجذاب قصاصات الورق نحو المشط المدلوك بقطعة صوف لاحظ الشكل (7) والقوة المغناطيسية التي تظهر بين قطبين مغناطيسيين او انجذاب قطعة الحديد نحو مغناطيس لاحظ الشكل (8).



الشكل (8)

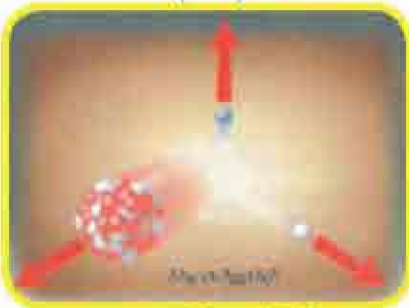
c- القوة النووية : -

واحدة من القوى الأساس الموجودة في الطبيعة وتكون على نوعين لاحظ الشكل (9) .

النوع الاول : قوة نووية قوية :- وهي التي تربط مكونات النواة (نيوكلونات) مع بعضها لاحظ الشكل (9a) .

النوع الثاني : قوة نووية ضعيفة :- وهي المسؤولة عن انحلال جسيمات بيتا التي تحدث داخل النواة لاحظ الشكل (9b).

الشكل (9a)



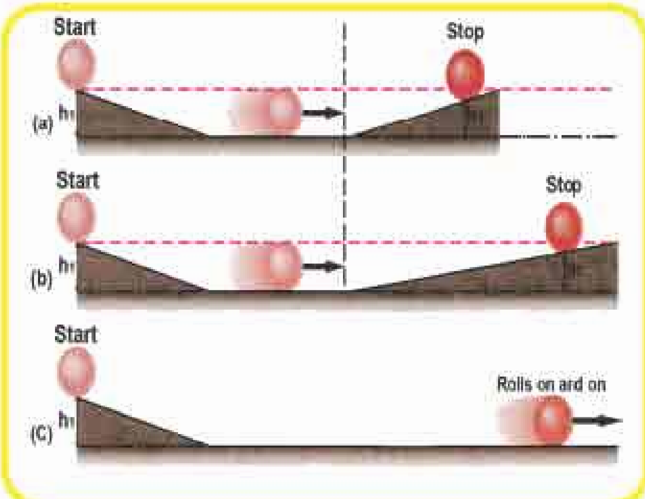
الشكل (9b)

3-2 القصور الذاتي والكتلة : -

لقد اجرى العالم غاليلو سلسلة من التجارب اذ استعمل مستويين مصقولين مائلين متقابلين لاحظ الشكل (10) . و ترك كرة تتدحرج من قمة السطح الاول فان مقدار سرعتها يزداد في اثناء نزولها وتبلغ مقدارها الاعظم عند اسفل السطح الأول وعندما تصعد هذه الكرة على السطح الثاني تقل سرعتها حتى تتوقف عند ارتفاع تقريباً يساوي ارتفاعها الاول .

الشكل (10-a) ، وعند جعل ميل السطح الثاني اقل مما كان عليه سابقاً وجد ان الكرة في هذه الحالة تستمر على الحركة وتتوقف بعد ان تقطع مسافة اكبر من الحالة الاولى الشكل (10-b).

وعند جعل السطح الثاني افقياً وجد أن الكرة تستمر في حركتها



الشكل (10)

على السطح الافقي دون توقف (في حالة انعدام الاحتكاك) الشكل (10-c) .

من هذه المشاهدات يمكن تعريف القصور الذاتي لجسم بانه: خاصية الجسم في مقاومة التغير الحاصل في حالته الحركية، فلا تتغير سرعة الجسم اذا كان صافي القوة المؤثرة فيه تساوي صفراً ولفهم علاقة القصور الذاتي بكتلة الجسم تصور انك في ملعب رياضي والقيت اليك كرتان على انفراد كانت الاولى كرة منضدة والثانية كرة البيسبول .

الشكل (11)

فاذا حاولت مسك كل منهما بيدك ماذا تتوقع ان تكون القوة التي تبذلها لاجل منع كل منهما عن حركتها؟ لاحظ الشكل (11) ، تجد عندئذ ان كـرة البيسبول تحتاج الى قوة اكبر لايقافها مـن القوة اللازمة لايقـاف كـرة المنضدة ، لان كرة البيسبول كتلتها اكبر فهي تبدي مقاومة اكبر على تغير حالتها الحركية.

نستنتج من ذلك :

- القصور الذاتي للجسم يعتمد على كتلة الجسم
- أي أن القصور الذاتي هي تلك الخاصية التي يمتلكها الجسم والتي تحدد مقدار المقاومة التي يبديها الجسم لاي تغيير في حالته الحركية.

3 - 3 قوانين نيوتن في الحركة: -

بنى العالم الفيزيائي اسحاق نيوتن نظريته في الحركة من خلال القوانين الثلاثة التي عرفت باسم قوانين نيوتن في الحركة، والتي وصف من خلالها تأثير القوى في حركة الاجسام.

القانون الاول لنيوتن :-

يسمى هذا القانون بقانون القصور الذاتي. وقد توصل الى هذا القانون بالاعتماد على افكار غاليلو وينص على ان:

((في حالة انعدام محصلة القوى الخارجية المؤثرة في جسم فالجسم الساكن يبقى ساكناً واذا كان متحركاً بسرعة منتظمة فأنه يبقى متحركاً بسرعته المنتظمة))

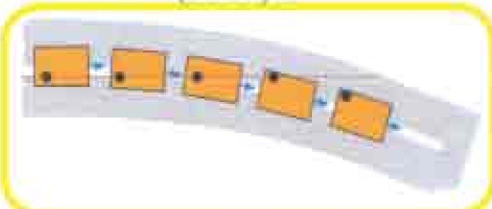
الشكل (12a)

لو كنت جالساً في سيارة واقفة. ماذا تشعر عندما تتحرك السيارة بصورة مفاجئة بتعجيل نحو الامام لاحظ الشكل (12-a) ؟ تجد ان جسمك يندفع الى الخلف وهذا يعني ان جسمك قاوم التغير الحاصل في حالته الحركية التي كان عليها فهو يحاول البقاء ساكناً.

وعندما تتوقف السيارة بصورة مفاجئة بعد حركتها بخط مستقيم بانطلاق ثابت تجد ان جسمك يندفع الى الامام وهذا يعني ان جسمك يقاوم التغير الحاصل في مقدار سرعته .لاحظ الشكل (12b) .

الشكل (12b)

اما اذا تحركت السيارة التي انت جالس فيها على منعطف افقي وبانطلاق ثابت ، تجد ان جسمك يحاول ان يستمر في حركته المستقيمة باتجاه المماس فهو يقاوم التغيير الحاصل في اتجاه سرعته لاحظ الشكل (12c) .



الشكل (12c)

من المشاهدات الثلاث السابقة نفهم ان الجسم الساكن يحاول البقاء ساكناً الشكل (12a)

والجسم المتحرك بسرعة ثابتة المقدار وبخط مستقيم يحاول ان يقاوم التغير في مقدار سرعته لاحظ الشكل(12b) أو يقاوم التغير في اتجاه سرعته الشكل(12c) هذا مانص عليه القانون الاول لنيوتن .

نشاط / القصور الذاتي:

ادوات النشاط: قلم ، حلقة ملساء خفيفة من معدن ، قنينة مفتوحة الفوهة.

الخطوات:

- ضع القنينة بوضع شاقولي على سطح منضدة افقية.
- ضع الحلقة المعدنية بمستوى شاقولي فوق فوهة القنينة.
- ضع القلم بوضع شاقولي وبهدوء فوق الحلقه الشكل (13a).
- اضرب بيدك الحلقة بسرعة بقوة افقية من منتصفها الشكل (13b).
- تجد ان الحلقة تزاح جانباً ويسقط القلم داخل القنينة الشكل (13c).

الشكل (13)

نستنتج من النشاط :

1 – ان الحلقة عندما اثرت فيها القوة الافقية، تحركت بتعجيل مع بقاء القلم ساكناً لحظياً في موضعه لعدم وجود قوة احتكاك .

2- ولعدم وجود قوة تؤثر في القلم فأنه يستمر في سكونه ويسقط داخل القنينة بتأثير قوة الجاذبية الارضية .

فكر

1- لايمكن تحريك الباخرة الكبيرة من السكون بوساطة زورق صغير يؤثر فيها بقوة لاحظ الشكل (14).

2- يندفع الراكب على حصان الى امام (عندما يتوقف الحصان بصورة مفاجئة) ما تفسير ذلك ؟

الشكل (14)

القانون الثاني لنيوتن :-

لقد فهمنا من القانون الاول لنيوتن، ماحدث للجسم في حالة انعدام محصلة القوى الخارجية المؤثرة فيه، فان الجسم الساكن يبقى ساكناً، واذا كان متحركاً فانه يستمر في حركته بخط مستقيم وبانطلاق ثابت . اما القانون الثاني لنيوتن فهو يجيب عن سؤال قد يطرح، وهو ماذا يحصل للجسم عندما تؤثر فيه محصلة قوى خارجية؟

للآجابة عن هذا السؤال نقوم بعمل النشاط الآتي:

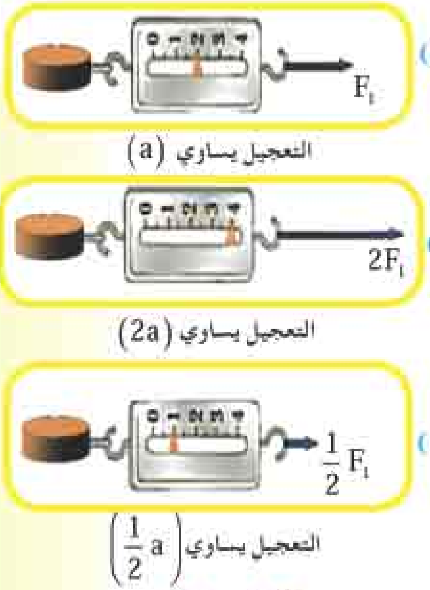
نشاط (1) العلاقة بين تعجيل الجسم ومقدار القوة المؤثرة فيه بثبوت الكتلة .

ادوات النشاط: قبان حلزوني، قرص معدني ، سطح افقي املس.

خطوات العمل:

- ثبت احد طرفي القبان بحافة القرص وامسك طرفه الاخر بيدك.
- اسحب القرص بقوة افقية مقدارها $(\vec{F_1})$

تجد ان القرص يتحرك على السطح الافقي



الشكل (15)

بتعجيل مقداره a لاحظ الشكل (15a) .

- اسحب القرص بقوة افقية أكبر على فرض $\sum F = (2\vec{F}_1)$
تجد ان القرص يتحرك على السطح الافقي بتعجيل اكبر يفترض انه (2a) أي يتضاعف تعجيل الجسم عند مضاعفة صافي القوة المؤثرة في الجسم لاحظ الشكل(15b).

- اسحب القرص بقوة افقية أصغر على فرض $\sum F = \left(\frac{1}{2}F_1\right)$ لاحظ الشكل (15c)
تجد ان القرص يتحرك على السطح الافقي بتعجيل أصغر يفترض انه = $\left(\frac{1}{2}a\right)$.

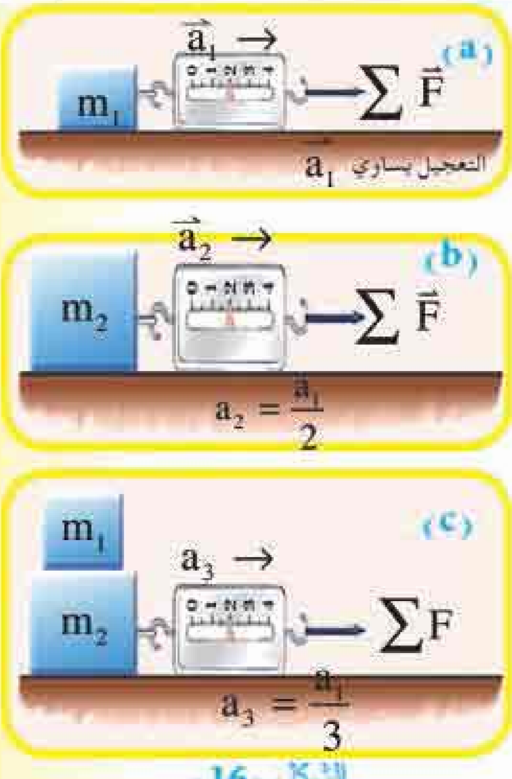
نستنتج من النشاط:

أن تعجيل الجسم يتناسب طردياً مع صافي محصلة القوى المؤثرة في الجسم ويتجه دوماً باتجاهها ، اي ان: $\vec{a} \propto \sum \vec{F}$ بثبوت كتلة الجسم.

نشاط (2)

العلاقة بين تعجيل الجسم وكتلته بثبوت القوة .

ادوات النشاط : قبان حلزوني مكعبين من الثلج ، سطح افقي أملس .



الشكل (16)

خطوات النشاط :

- ضع مكعب الثلج (كتلته m_1) على السطح الافقي الاملس .
- ثبت أحد طرفي القبان بالمكعب وامسك طرفه الاخر بيدك .
- اسحب المكعب الاول بقوة افقية مقدارها $\sum \vec{F}$ تجد ان المكعب يتحرك بتعجيل معين $\vec{a}_1$ لاحظ الشكل (16a) .
- ضع المكعب الثاني من الثلج الذي كتلته m_2 وهي ضعف كتلة المكعب الاول ، على السطح الافقي الاملس .
- اسحب المكعب الثاني والذي كتلته ($m_2 = 2m_1$) بالقوة الافقية نفسها المسلطة على المكعب الاول $\sum \vec{F}$ لاحظ الشكل (16b) تجد ان المكعب سيتحرك بتعجيل يساوي ($\vec{a}_2$) يفترض انه يساوي نصف مقدار التعجيل (a_1) . $\vec{a}_2 = \frac{\vec{a}_1}{2}$

- ضعْ المكعب الاول ذو الكتلة (m_1) فوق المكعب الثاني ذو الكتلة (m_2) لاحظ الشكل (16c) .
- اسحب المجموعة بالقوة الافقية نفسها المسلطة على المكعب الاول $\sum \vec{F}$ تجد ان المجموعة ستتحرك بتعجيل يساوي a_3 مقداره يفترض انه يساوي :-

$$\vec{a}_3 = \frac{\vec{a}_1}{3}$$

نستنتج :
ان تعجيل الجسم يتناسب عكسياً مع كتله الجسم بثبوت صافي القوة المؤثرة ،

اي ان: $a \, \alpha \, \frac{1}{m}$

من الاستنتاجين نجد ان: $\vec{a} \, \alpha \, \frac{\sum \vec{F}}{m}$

وعندما يكون مقدار القوة المؤثرة في الجسم $\sum F = 1N$ وكتلة الجسم ($m=1\ kg$) فان الجسم سيتحرك بتعجيل مقداره ($a=1\ m/s^2$).

Force = mass × acceleration

وهذا يعني ان $\vec{F} = m\vec{a}$ وهي الصيغة الرياضية للقانون الثاني لنيوتن .

الوزن والكتلة :-

من الواضح لدينا ان جميع الاجسام على سطح الارض تتأثر بقوة جذب نحو مركز الارض، فالقوة التي تؤثر بها الارض على الاجسام هي قوة الجاذبية (F_g) وان مقدار قوة الجاذبية الارضية المؤثرة في الجسم تسمى وزن الجسم (w) ، اي ان :

الشكل (17)

Weight = mass × acceleration of gravity

$$\vec{w} = m\vec{g}$$

وطبقاً للقانون الثاني لنيوتن فان: $\vec{F} = m\vec{a}$

وعندئذ يكون $\vec{a}=\vec{g}$ ولجميع الاجسام الساقطة سقوطاً حراً (كما مر في الفصل الثاني) تسقط بتعجيل الجاذبية الارضية ($\vec{g}$) يتجه نحو مركز الارض (فتوضع إشارة سالبة دائماً أمام مقداره). ويتغير وزن الجسم عندما يتغير بعد الجسم عن مركز الارض طبقاً لقانون الجذب العام لنيوتن الذي ينص:

" كل كتلتين في الكون تجذب احداهما الاخرى بقوة تتناسب طرديا مع حاصل ضرب الكتلتين وعكسياً مع مربع البعد بين مركزي الكتلتين "

$$\sum \vec{F} \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$\text{Gravitational forse} = \text{Constant} \times \frac{\text{First mass} \times \text{second mass}}{\text{Displacemant square}}$$

اذ أن :

$$\sum \vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

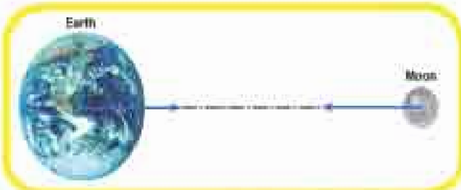
$\sum \vec{F}$ تمثل صافي القوة وهي قوة الجاذبية الارضية .

G ثابت الجذب العام ومقداره ($6.67 \times 10^{-11} \frac{N.m^2}{(kg^2)}$) .

m_1 الكتلة الاولى.

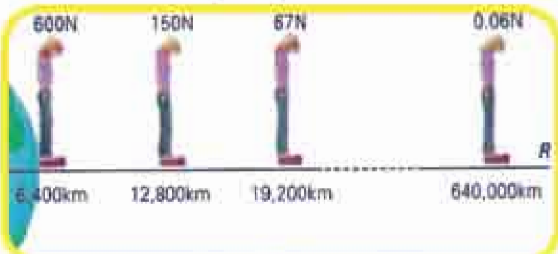
m_2 الكتلة الثانية.

d البعد بين مركزي الكتلتين.



الشكل (18)

بما ان مقدار الجاذبية الارضية يتغير بتغير بعد الجسم عن مركز الارض فيزداد عند اقتراب الجسم من مركز الارض. لاحظ الشكل (19).



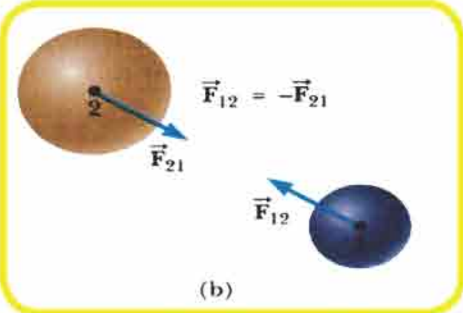
الشكل (19)

فكر

افرض انك تمتلك قطعة من الذهب وزنها (1N) وانت على سطح الارض ويمتلك رائد الفضاء ايضاً قطعة من الذهب وزنها (1N) وهو على سطح القمر . هل انت ورائد الفضاء تمتلكان الكتلة نفسها من الذهب؟ (واي منكما يمتلك ذهباً أكبر كتلة) .

القانون الثالث لنيوتن :-

لقد تناول نيوتن في قانونه الثالث طبيعة القوى التي تؤثر في الاجسام ، واوضح ان القوى دائماً تكون مزدوجة لاحظ الشكل (20) , فاذا أثر الجسم الاول (m_1) بقوة ($\vec{F}_{12}$) على الجسم الثاني فان الجسم الثاني (m_2) سيؤثر بقوة ($\vec{F}_{21}$) على الجسم الاول وتكون هاتان القوتان متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه اي ان:



الشكل (20)

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ وتقعان على خط فعل واحد وتؤثران في جسمين مختلفين.

ومن الجدير بالذكر انه لا يحصل الاتزان بتأثير هاتين القوتين فهما تؤثران في جسمين مختلفين وليس بجسم واحد .

تسمى القوة ($\vec{F}_{12}$) بقوة الفعل ، بينما القوة ($\vec{F}_{21}$) بقوة رد الفعل.


الشكل (21)

لاحظ الشكل (21) ، نجد ان المطرقة (**hammer**) تؤثر بقوة ($\vec{F}_{12}$) على المسمار (**nail**) التي تمثل الفعل ، فيكون رد فعل المسمار على المطرقة ($\vec{F}_{21}$) .

لقد صاغ نيوتن قانونه الثالث بالصيغة الاتية:

«لكل قوة فعل هناك قوة رد فعل تساويها بالمقدار وتعاكسها بالاتجاه ولها خط التأثير نفسه وتؤثران في جسمين مختلفين ».

تذكر : ان قوة الفعل ورد الفعل هما قوتان

* متساويتان بالمقدار ومتعاكستان بالاتجاه .
* تؤثران في جسمين مختلفين .
* تقعان على خط فعل مشترك.

في حياتنا اليومية توجد مشاهدات تمكننا من فهم القانون الثالث لنيوتن.

- عند السير على الارض ، فإن قدم الشخص تدفع الارض بقوة لها مركبة افقية تتجه نحو الخلف وفي الوقت نفسه فأن الارض تدفع قدم الشخص بقوة لها مركبة افقية تتجه الى الامام وهذه المركبة تتسبب في حركة الشخص لاحظ الشكل (22).


الشكل (22)

❖ في رياضة التجذيف ، فإن الجالسون في القارب يدفعون الماء بقوة الى الخلف بوساطة المجذاف (وهي قوة فعل) وفي الوقت نفسه فإن الماء يدفع المجداف بقوة الى الامام (قوة رد الفعل) لذا يندفع القارب الى الامام لا حظ الشكل (23) .


الشكل (23)

❖ السابح عندما يقفز على لوحة القفز لكي يغطس في الماء ، نجد ان السابح يدفع اللوحة بقوة الى الاسفل (تسمى بقوة الفعل) فنجد ان لوحة القفز ترتد عكسياً في الوقت نفسه فتدفع السابح بقوة نحو الاعلى (تسمى قوة رد الفعل) الشكل (24).


الشكل (24)

واندفاع الصاروخ الى الأعلى هو نتيجة لقوة رد فعل الغازات الخارجة من مؤخرته اما قوة الفعل فهي القوة التي يدفع بها الصاروخ الغازات الخارجة منه. لاحظ الشكل (25).


الشكل (25)

فكر

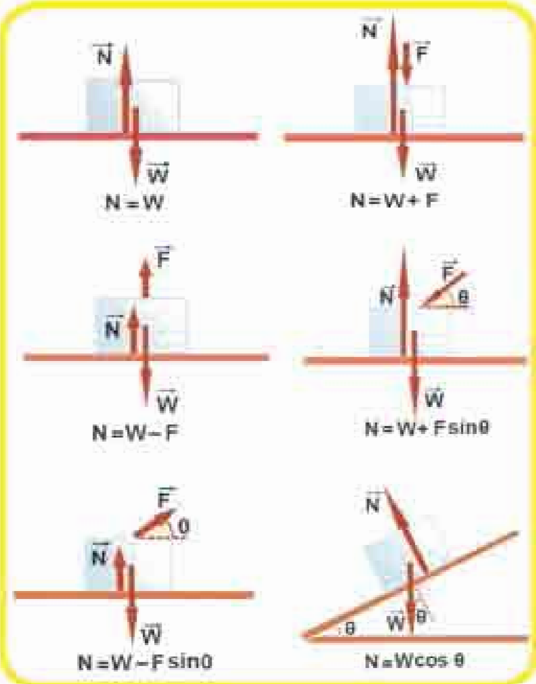
نعرف جميعاً ان الارض تجذب القمر نحوها ، هل القمر يجذب الارض نحوه ، واذا كان جوابك بنعم، فايهما اكبر قوة جذب؟ ام هما متساويتان ؟ وضح ذلك.

3 - 4 تطبيقات عن قوانين نيوتن في الحركة :-

سنناقش العلاقة بين القوة والتعجيل لجسم او لمجموعة من الاجسام (يطلق على مجموعة الاجسام بالنظام) .

فعندما يتحرك جسم ما بتعجيل منتظم ($\vec{a}$) نتيجة لتأثير قوة ثابتة ($\vec{F}$) لا نتطرق الى الظروف التي يكون فيها تعجيل الجسم (او النظام) يساوي صفراً ، لانها تعني حالة إتزان سندرسها في الفصل القادم لندرس الان القوى الاساس المؤثرة في جسم او نظام .

a القوة العمودية :-



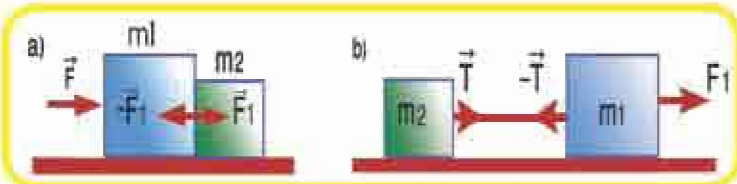
الشكل (26)

بالاعتماد على القانون الثالث لنيوتن ، عندما يوضع جسم على سطح فان ذلك السطح سيؤثر بقوة في الجسم الموضوع عليه ، الشكل (26) . (في حالة الجسم الساكن او المتحرك على السطح) وعند انعدام مثل هذه القوة فان الجسم سيغوص داخل ذلك السطح او ينزل للاسفل بتعجيل لاحظ الشكل (26) . وتسمى القوة العمودية التي يؤثر بها السطح على الجسم بالقوة العمودية ويرمز لها بـ ($\vec{N}$) وهذه القوة $\vec{N}$ تمتاز بانها:

- عمودية دائماً على السطح وتتجه بعيداً عن السطح .
- هي قوة رد فعل السطح على الجسم و مقدارها غير ثابت فهو يساوي مقدار القوة المحصلة المؤثرة عمودياً على السطح باتجاه معاكس لتلك المحصلة والشكل (26) يوضح بعض من هذه القوى العمودية .

b قوة الشد :-

في حياتنا اليومية عندما نريد ان نحرك الاجسام نضطر الى سحبها بخيط او حبل او سلك وعندما يسحب الجسم بحبل

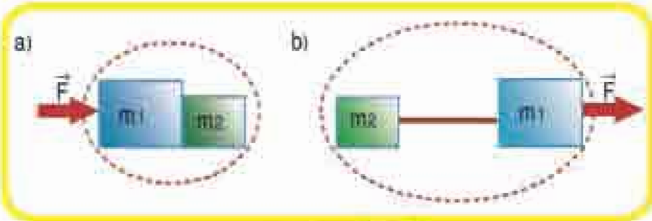


الشكل (27)

فالحبل يؤثر بقوة في الجسم. لاحظ الشكل (27) .القوة التي يؤثر بها الحبل في الجسم تسمى بقوة الشد ويرمز لها ($\vec{T}$) . وفي أغلب التمارين نفرض ان الحبل (او الخيط او السلك) مهمل

الوزن وعديم الاحتكاك لذا تكون قوة الشد فيه هي نفسها في نقاط الحبل .

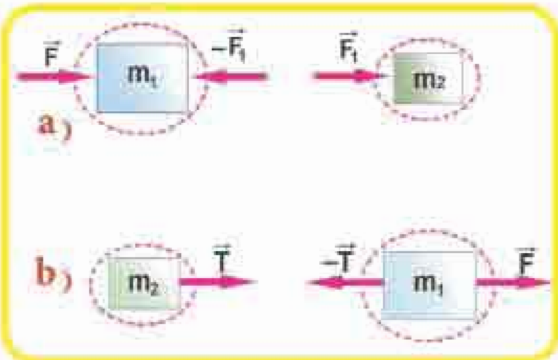
ويمكن تغيير اتجاه قوة الشد باستعمال البكرات وفي هذه الحالة لا يتغير مقدار على فرض ان البكرات المستعملة مهملة الوزن وعديمة الاحتكاك . لاحظ الشكل (28) .



الشكل (28)

c القوى الداخلية والقوى الخارجية :-

عندما نفرض ان النظام (مجموعة الاجسام) معزولاً فإن القوى المؤثرة فيه تسمى بالقوى الخارجية $(\vec{F}_{ext})$. لاحظ الشكل (29) السطح أفقي أملس (عديم الاحتكاك) لذا لا تظهر فيه قوة الإحتكاك وتكون محصلة القوى الشاقولية يساوي صفراً (لأن $N = w$)



الشكل (29)

وعندئذ تكون القوة $\vec{F}$ هي القوةالخارجية الوحيدة المؤثرة في النظام اما القوى الداخلية فهي الناتجة عن التفاعل بين مكونات النظام وهي عادة توجد بشكل قوى مزدوجة مثل القوى $(-\vec{T}, \vec{T}, -\vec{F}_1, \vec{F}_1)$ فتكون :

$\vec{F}$ هي القوة الخارجية المؤثرة في النظام .

$\vec{F}_1$ هي القوة التي تؤثر بها الكتلة m_1 في الكتلة m_2 .

$-\vec{F}_1$ هي القوة التي تؤثر بها الكتلة m_2 في الكتلة m_1 .

$\vec{T}$ قوة الشد في الحبل والمؤثرة في الكتلة m_2 .

$-\vec{T}$ قوة الشد في الحبل والمؤثرة في الكتلة m_1 .

وعند تطبيق القانون الثاني على النظام كله فان: -

القوى الخارجية فقط تؤخذ في الحساب من غير الاعتماد على القوى الداخلية.

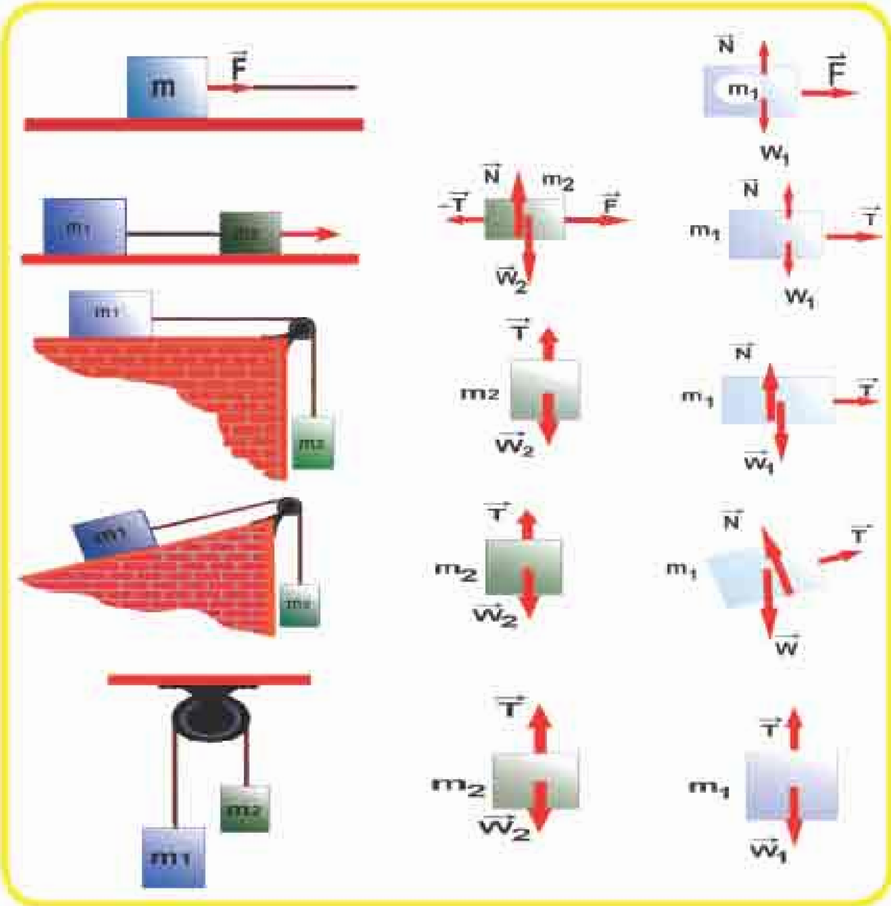
اما عندما ناخذ النظام بصورة مجزئة الى مكوناته فان القوى الداخلية التي كانت تؤثر فيه تعد قوى خارجية مؤثرة في كل جسم مكون له .

3 - 5 مخطط الجسم الحر Free body diagram

عند حل التمارين في علم الحركة (**dynamic**) يكون من المهم :-

ان نحلل القوى المؤثرة في الجسم او في النظام بصورة صحيحة، لذا يعزل الجسم (الساكن او المتحرك) عن محيطه، ثم توضح كل قوة من القوى المؤثرة فيه وتسمى هذه الطريقة بمخطط الجسم الحر .

وفيما يأتي اشكال للقوى المطبقة على الاجسام لاحظ الشكل (**30**) :-



الشكل (30)

فكر في الشكل (**31a**) حصان يسحب زلاجة على الجليد بقوة افقية ، مسبباً تعجيل الزلاجة وضح على الشكل (**31b**) القوى المؤثرة في الزلاجة. وضح على الشكل (**31c**) القوى المؤثرة في الحصان .

الشكل (31)

مثال 1 جسمان كتلة احدهما (2kg) وكتلة الاخر (3kg) معلقين شاقولياً بطرفي حبل خفيف يمر فوق بكرة مهملة الوزن والاحتكاك لاحظ الشكل (32) .

إحسب مقدار تعجيل الجسمين والشد في الحبل افرض $g = 10\frac{m}{s^2}$

الحل/

الشكل (32a) جسمان موصولان بوساطة حبل خفيف يمر فوق بكرة مهملة الاحتكاك.

الشكل (32b) الشكل التخطيطي للجسمين ($m_1 . m_2$) تكون قوة الشد في الحبل على جانبي البكرة متساوية لأن البكرة مهملة الوزن والإحتكاك)

صافي القوة المؤثرة في الجسم الصاعد 2kg هي :

$$T - m_1g = m_1a$$

$$T = 2\times10 + 2\times a$$

$$T = 20 + 2a \; ... (1)$$

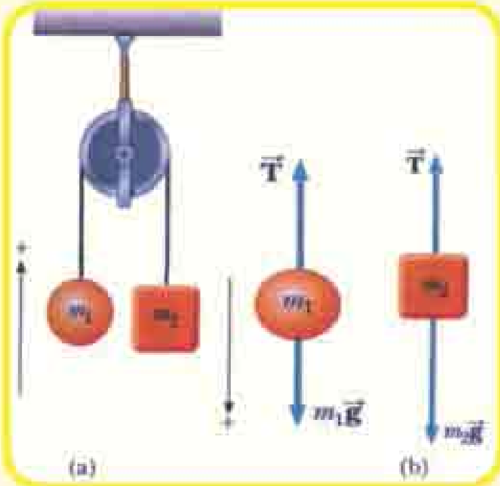
اما بالنسبة للجسم الثاني النازل بتعجيل:

$$m_2g - T = m_2a$$

$$3g - T = 3a$$

$$T = 3g - 3a$$

$$T = 30 - 3a \; ... (2)$$



الشكل (32)

الطرف الأيسر للمعادلة (1) يساوي الطرف الأيسر للمعادلة (2)

$$20 + 2a = 30 - 3a$$

$$5a = 10$$

تعجيل الجسمين $a = 2\frac{m}{s^2}$

نعوض عن a في احدى المعادلتين ولتكن المعادلة (1) فينتج:

مقدار قوة الشد في الحبل $T = 20 + 2\times2$

$$T = 20 + 4 = 24N$$

سؤال؟

في المثال السابق ماذا تتوقع لو كانت: $m_1 = m_2$

3 - 6 الاحتكاك Friction

عندما يتحرك جسم على سطح او خلال وسط لزج كالهواء او الماء ، توجد عندئذ مقاومة للحركة نتيجة تفاعل الجسم مع محيطه تسمى هذه المقاومة بقوة الاحتكاك. ان قوة الاحتكاك مهمة جدا في حياتنا اليومية فهي تسمح لنا بالمشي او الركض كما انها ضرورية لحركة الدواب والمركبات ذوات الدواليب وقد تكون ضارة كما في الاحتكاك الذي يظهر بين العجلة والمحور للدراجة او السيارة .

قوة الاحتكاك Friction force

حينما تؤثر محصلة قوى خارجية في جسم ما موضوع على سطح افقي خشن وتحاول تحريكه وبسبب حصول التلامس بين سطح الجسم والسطح الموضوع عليه تتداخل النتوءات الموجودة بين السطحين، مسببة قوة معيقة للحركة تسمى قوة الاحتكاك .

لاحظ الشكل (33) .

الشكل (33)

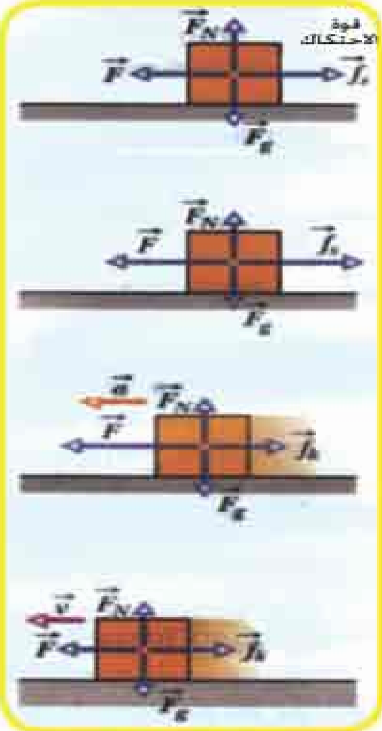
ويكون اتجاه تاثير قوى الاحتكاك مماسياً للسطحين ومعاكساً لاتجاه الحركة دوماً . وان القوى الضاغطة بين السطحين تمثل القوة العمودية على السطح ويرمز لها بالرمز $\vec{N}$ وقد اظهرت النتائج التجريبية ان قوة الاحتكاك تظهر حتى لو كان الجسم في حالة سكون.

فاذا اثرت محصلة قوى في جسم ولم تستطيع تحريكه ، فلابدّ من وجود قوة احتكاك تمنع الجسم من الحركة. وحيث ان الجسم لا يزال في حالة سكون، فاننا نسمي قوة الاحتكاك في هذه الحالة، قوة الاحتكاك السكوني (**static friction force**) ونرمز لها بالرمز $\vec{f}_s$.

ويزداد مقدارها بزيادة القوة المؤثرة في الجسم ، حتى يصل مقدارها الاعظم (**maximum**) حينما يوشك الجسم على الحركة . وقد وجد تجريبياً ان المقدار الاعظم لقوة الاحتكاك السكوني (f_s) تتناسب مع القوة العمودية N ، حسب العلاقة التالية :

$$\vec{f}_{s\ max} = \mu_s \vec{N}$$

حيث ان μ_s يمثل معامل الاحتكاك السكوني.



الشكل (34)

وحينما تزداد القوة المؤثرة في الجسم بشرط تتغلب على قوة الاحتكاك السكوني، يبدأ الجسم بالحركة فتقل قوة الاحتكاك بشكل كبير، وتسمى حينها قوة الاحتكاك الانزلاقي (الحركي) **kinetic frictional force** ونرمز لها بالرمز f_k لاحظ الشكل (34).

وقوة الاحتكاك الانزلاقي قوة ثابتة ضمن حدود السرع الصغيرة ، وتتناسب طردياً مع القوة العمودية حسب العلاقة الاتية :

$$f_k = \mu_k \overline{N}$$

حيث ان: μ_K يمثل معامل الاحتكاك الانزلاقي **coefficient of kinetic friction** ومن الجدير بالذكر ان معامل الاحتكاك يعتمد على طبيعة الجسمين المتلامسين ولا يعتمد على مساحة السطحين المتلامسين .

مثال 2

وضع صندوق كتلته (400kg) على سطح افقي مائل خشن ، مُسك السطح من احد طرفيه وجعل يميل عن الافق ثم زيد ميله تدريجياً عن المستوى الافقي وعندما صارت زاوية ميل السطح $30°$ فوق الافق كان الصندوق على وشك الانزلاق احسب:

1- قوة الاحتكاك السكوني حينما يوشك الصندوق على الحركة .

2- تعجيل الصندوق اذا كان معامل الاحتكاك الانزلاقي $\mu_k = 0.1$.

الحل /

1- $\because$ الجسم اصبح على وشك الحركة

$$\therefore f_S = m\,g\,\sin 30°$$
$$= 400 \times 10 \times 0.5$$
$$= 2000N$$

2- هنا ينقاد الصندوق الى القانون الثاني لنيوتن

الصيغة الرياضية للقانون الثاني

$$\therefore \sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\therefore\ mg\sin\theta - f_k = ma$$

$$mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta = ma$$

$$400 \times 10 \times 0.5 - \mu_k\,(mg\cos 30^\circ) = 400a$$

$$2000 - 0.1\,\left(400 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 400a$$

$$2000 - 340 = 400a$$

$$a = \frac{1660}{400}$$

$a = 4.15\ m/s^2$ مقدار تعجيل الصندوق

مثال3

وضع جسم كتلته (**150kg**) على سطح افقي كما موضح في الشكل (**a**)

أثرت فيه قوة ساحبة (**300N**) تعمل زاوية **37°** فوق الافق جعلته على وشك الحركة احسب:

1- معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والسطح الافقي.

2- تعجيل الجسم لو تضاعفت القوة المؤثرة فيه ومعامل الاحتكاك الانزلاقي (الحركي) يكون مقداره($\mu_k = 0.1$).

الحل /

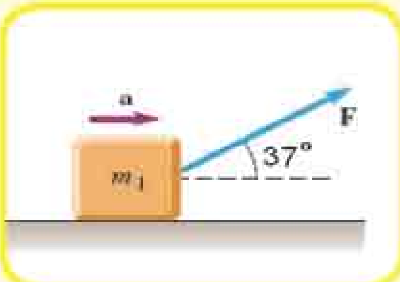
1 - عندما يكون الجسم على وشك الحركة تكون قوة الاحتكاك السكوني تعادل المركبة الافقية للقوة .

$$\sum F_X = 0$$

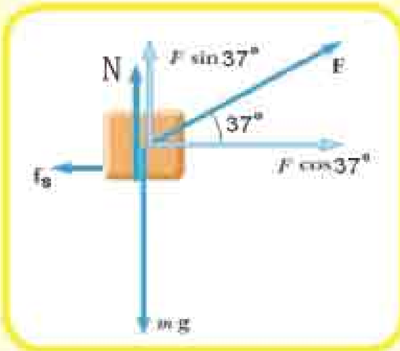
$$f_s = F_X$$

$$f_s = F\cos\theta$$

$$f_s = 300 \times \frac{4}{5} = 240N$$



$$N = w - F_y$$
$$= 1500 - 300\sin\theta$$
$$= 1500 - 300 \times \frac{3}{5}$$
$$= 1500 - 180 = 1320N$$
$$\mu_s = \frac{f_s}{N} = \frac{240}{1320}$$
$$= 0.18$$



-2

عندما تتضاعف القوة فإن

$$F=600N$$

فتكون مركبتها الافقية تساوي

$$F\cos37^{o}=600\times0.8=480N$$

ومركبتها الشاقولية تساوي

$$F\sin37^{o}=600\times0.6=360N$$

وبما ان :-

$$\sum Fy=0$$
$$N= w - F\sin37^{o}$$
$$=1500-360=1140N$$

نحسب قوة الاحتكاك الانزلاقي (الحركي)

$$f_k=\mu_k N$$
$$=0.1\times1140=114N$$

وطبقاً للقانون الثاني لنيوتن فإن

$$\sum F_x=ma$$
$$F\cos37^{o}-f_k=ma$$
$$480-114=150a$$
$$366=150a \Rightarrow a=2.44m/s^2$$

س1 / أختر العبارة الصحيحة لكل من العبارات التالية:

1 - أثرت محصلة قوى خارجية في جسم فحرّكته من السكون ، فاذا كان مقدار واتجاه تلك المحصلة معلوماً وكتلته معلومة عندها يمكن تطبيق القانون الثاني لنيوتن لايجاد:

a) وزن الجسم .
b) انطلاق الجسم .
c) ازاحة الجسم .
d) تعجيل الجسم .

2 - عندما يسحب حصانٌ عربة فان القوة التي تتسبب في حركة الحصان الى الامام هي:

a) القوة التي تسحب العربة.
b) القوة التي تؤثر فيها العربة على الحصان.
c) القوة التي يؤثر فيها الحصان على الارض.
d) القوة التي تؤثر فيها الارض على الحصان.

3 - قوة الاحتكاك بين سطحين متماسين لاتعتمد على:

a) القوة الضاغطة عمودياً على السطحين المتماسين .
b) مساحة السطحين المتماسين .
c) الحركة النسبية بين السطحين المتماسين .
d) وجود زيت بين السطحين أو عدم وجوده .

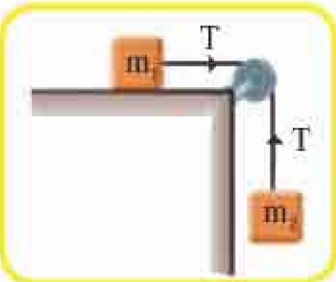
4 - اذا اردت ان تمشي على ارض جليدية من غير انزلاق فمن الافضل ان تكون حركتك :

a) بخطوات طويلة .
b) بخطوات قصيرة
c) على مسار دائري .
d) على مسار متموج افقياً .

5 - الكتلتان (m_1 , m_2) مربوطتان بسلك مهمل الوزن كما في الشكل المجاور وكانت الكتلة m_1 تتحرك على سطح افقي املس في حين m_2 معلقة شاقولياً بطرف السلك .

فان الشد في السلك (T) :

a) $T=0$
b) $T< m_2 g$
c) $T=m_2 g$



6- القوة الأفقية $40\ N$ تلزم لجعل صندوق من الفولاذ كتلته $10kg$ على وشك الشروع بالحركة فوق ارضية أفقية من الخشب عندئذ يكون مقدار معامل الاحتكاك السكوني (μ_s) يساوي:

a) 0.08
b) 0.25
c) 0.4
d) 2.5

7- القوة $10N$ تكسب جسماً تعجيلاً مقداره $2m/s^2$ في حين القوة التي مقدارها $40N$ تكسب الجسم نفسه تعجيلاً مقداره يساوي:

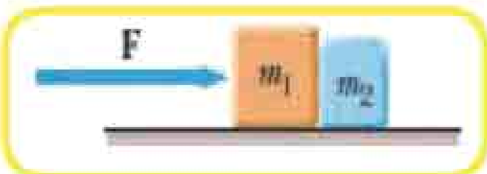
a) $4m/s^2$
b) $8m/s^2$
c) $12m/s^2$
d) $16m/s^2$

8- جسم كتلته (m) معلق بحبل في سقف مصعد فاذا كان المصعد يتحرك الى الاعلى بسرعة ثابتة فان الشد في الحبل:

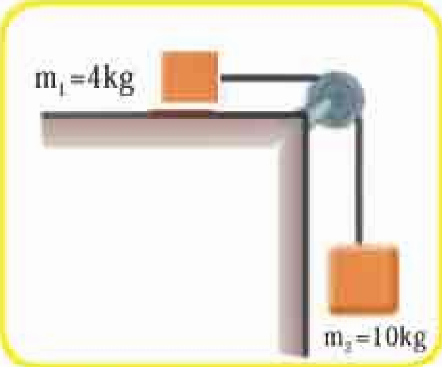
a) يكون مساوياً (mg) .
b) اقل من (mg) .
c) اكبر من(mg) .
d) تتحدد قيمته بناء على مقدار السرعة .

مسائل

س1/ يبين الشكل المجاور الجسمان (m_1,m_2) في حالة تماس موضوعان على سطح افقي املس، كانت كتلة الجسم الاول $m_1 = 4kg$ وكتلة الجسم الثاني $m_2=2kg$ فإذا اثرت قوة افقية F مقدارها $12N$ تدفع الكتلة m_1 كما في الشكل، جد مقدار تعجيل المجموعة المؤلفة من الجسمين ؟



س2/ جسم كتلته **4kg** موضوع على سطح افقي خشن ويتصل بطرف سلك يمر على بكرة ملساء ومهملة الوزن ومعلق بالطرف الاخر للسلك جسم كتلته **10kg** وبوضع شاقولي كما مبين في الشكل المجاور احسب معامل الاحتكاك بين الجسم (m_1) والسطح الافقي حينما تتحرك المجموعة من السكون بتعجيل مقداره $6m/s^2$.

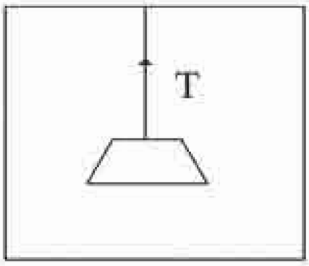


س3/ جسم كتلته **1kg** معلق بسقف مصعد بوساطة سلك مهمل الوزن لاحظ الشكل المجاور ،

احسب مقدار الشد (T) في السلك عندما يتحرك المصعد:

a) نحو الاعلى بتعجيل $2m/s^2$

b) نحو الاسفل بتعجيل $2m/s^2$



(مصعد)

س4/ قوة افقية ثابتة مقدارها ($20N$) اثرت في جسم ساكن كتلته ($2kg$) موضوع على سطح افقي املس ، احسب:

a) انطلاق الجسم في نهاية الثانية الاولى من حركته.

b) الازاحة التي قطعها الجسم خلال $3s$ من بدء حركته.

س5/ في الشكل أدناه شخص يدفع ابنته وهي جالسة على لوح للتزحلق على الجليد .أي من القوتين التاليتين افضل ان يحرك الشخص ابنته لكي تسير على الجليد بسهولة :

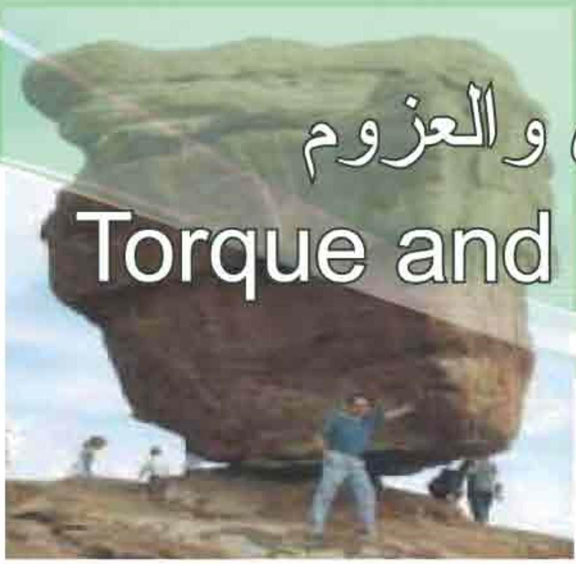
a) يدفعها من خلال التأثير بقوة (F) في كتفها بزاوية $30°$ تحت الافق .

b) يسحبها بالقوة (F) نفسها بوساطة حبل يميل بزاوية $30°$ فوق الافق .

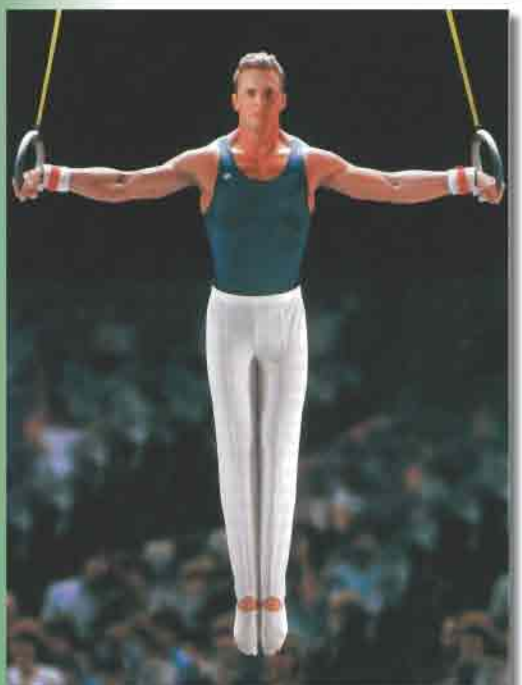
4 الفصل الرابع

الاتزان والعزوم

Torque and Equilibrium



مفردات الفصل



المصطلحات العلمية..

مفهوم الإتزان	Concept of Equilibrium
شرطا الإتزان	Conditions for Equilibrium
العزم	Torque
المزدوج	Couples
مركز الكتلة	Center of Mass
مركز الثقل	Center of Gravity
الجسم الجاسئ	Rigid Object

الاهداف السلوكية

بعد دراسة هذا الفصل ينبغي أن يكون الطالب قادراً على أن:

- يُعرّف مفهوم الإتزان.
- يذكر شرطا الإتزان.
- يطبق رياضياً شرطا الإتزان.
- يقارن بين الإتزان الدوراني والإتزان الإنتقالي.
- يعرّف مفهوم العزم.
- يعطي بعض التطبيقات العملية للعزوم.
- يطبق رياضياً معادلة العزوم وإتجاه الدوران.
- يعرّف المزدوج.
- يعطي أمثلة حياتية عن المزدوج.
- يتعرف على الجسم الجاسئ.
- يقارن بين مركز الكتلة ومركز الثقل.

4 الاتزان و العزوم

4 - 1 مفهوم الاتزان Concept Of Equilibrium

نلاحظ حولنا أنّ بعض الأجسام ساكناً والبعض الأخر متحركاً وحركتهُ هذه إما أن تكون حركة بتعجيل وإما أن تكون حركة بانطلاق ثابت وبخط مستقيم .

أن الجسمَ الجاسئ (الجسم الجاسئ هو منظومة من الجسيمات يبقى البعد بينها ثابتاً لا يتغير بتأثير القوى والعزوم الخارجية). فلو أثرت في الجسم الجاسئ محصلة قوى خارجية ، سيتحرك بتعجيل، وذلك طبقاً للقانون الثاني لنيوتن في الحركة $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$، وعندما يكون مقدارُ محصلة القوى الخارجية المؤثرة في الجسم يساوي صفراً ($\sum\vec{F}=0$) ، فإن هذا الجسمَ سيخضع للقانون الأول لنيوتن (قانون الاستمرارية) ففي هذه الحالة إما أن يكون الجسم ساكناً فيقال إنَّ الجسم في حالة إتزان سكوني (static equilibrium) أو قد يكون متحركاً بإنطلاق ثابت، وبخط مستقيم ، فيقال عندئذً انه في حالة إتّزان حركي (dynamic equilibrium) .

4 - 2 شرط الاتزان الانتقالي

لكي يكون الجسمُ متزناً ، يجب أن يتحقق شرطان لإتّزانه ، الشرط الأول (شرط الاتزان الانتقالي) يتحقق عندما يكون صافي القوى الخارجية (محصلة القوى الخارجية) المؤثرة في الجسم يساوي صفراً

أي ان: $\sum\vec{F}=0$

(وعلامة $\sum$ تعني مجموع او صافي اي كمية وتلفظ **سيكما**)

وهذا يعني ان محصلة القوى الخارجية المؤثرة في الجسم على أي محور من المحاور الافقية والشاقولية (x , y) تساوي صفر أي أن :

$$\sum\vec{F}_x=0$$

$$\sum\vec{F}_y=0$$

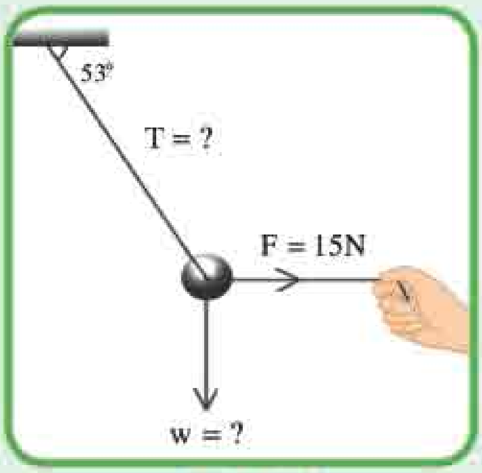
مثال 1

في الشكل (1) كرة معلقة بطرف خيط ، سحبت جانباً بقوة أفقية مقدارها (15N) . احسب مقدار :

1- قوة الشد في الخيط

2- وزن الكرة.

علماً أن $\sin 53^\circ = 0.8$ ، $\cos 53^\circ = 0.6$



الشكل (1)

الحل/

1- نرسم مخطط الجسم الحر ونؤشر عليه القوى الثلاث المؤثرة فيه لاحظ الشكل (2).

وهي : وزن الجسم $\vec{w}$.

القوة الافقية المؤثرة في الجسم $\vec{F}$.

وقوة الشد في الخيط $\vec{T}$.

بما ان الجسم في حالة اتزان سكوني ،نحلل القوة المائلة $\vec{T}$ الى مركبتيها الافقية والشاقولية كما في الشكل (2) ثم نطبق شرط الاتزان الانتقالي :

$$\sum \vec{F}=0$$

فيكون صافي القوة على المحور x = صفراً

وان صافي القوى على المحور X يعطى بـ:

$$\sum \vec{F}_x=0$$

$$\vec{F}-\vec{T}_X=0$$

$$T_X=F$$

$$T\cos 53^0=15$$

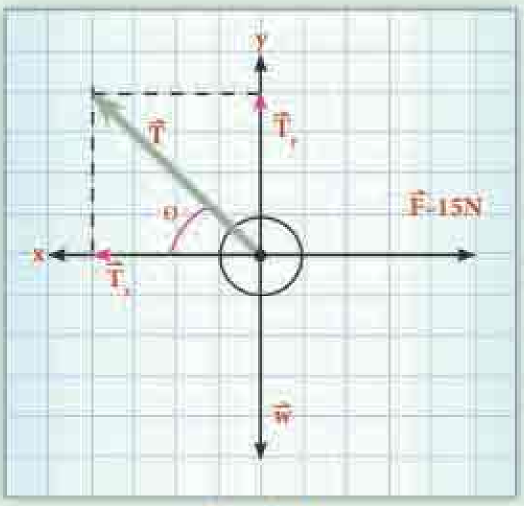
$$T\times 0.6=15$$

مقدار الشد في الخيط $T=25\ N$

وكذلك صافي القوة على المحور y تساوي صفراً:

$$\sum \vec{F}_y=0$$

$$\vec{T}_y-\vec{w}=0$$

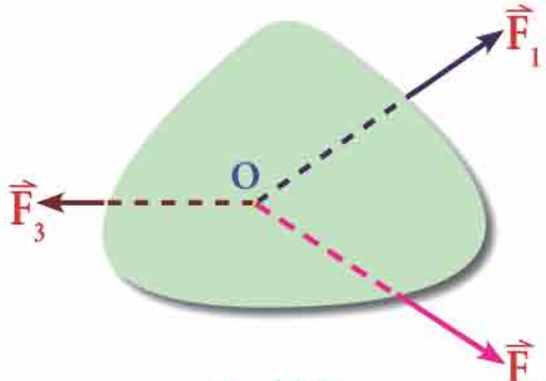


الشكل (2)

$$T_y = w$$
$$T \sin 53^0 = w$$
$$(25) \times (0.8) = w$$
مقدار وزن الجسم $w = 20N$

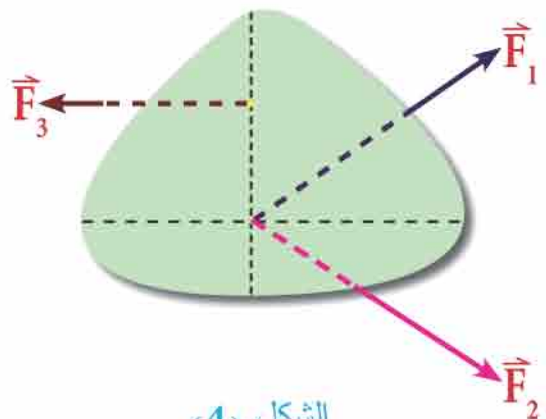
3 - 4 شرط الاتزان الدوراني Rotational equilibrium

اذا كان الجسم في حالة اتزان انتقالي قد لايكون بالضرورة في حالة اتزان دوراني ، ولهذا السبب قد يبقى الجسم يدور حتى لو كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة فيه صفراً .



الشكل (3)

ومن ملاحظتك الشكل (3) تجد ان هناك ثلاث قوى ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$) تؤثر في صفيحة وامتدادات هذه القوى الثلاث تلتقي في نقطة واحدة هي (O) في الجسم. وبما ان محصلة القوى تساوي صفراً $\left(\sum \vec{F} = 0\right)$



الشكل (4)

فان الصفيحة تكون في حالة اتزان انتقالي في حين نلاحظ في الشكل (4) ان القوى الثلاث ذوات المقادير نفسها لاتلتقي امتدادها في نقطة واحدة في هذه الحالة ، لذا فإن الصفيحة ستدور لذا فان شرط الاتزان الدوراني يتحقق عندما يكون صافي العزوم الخارجية المؤثرة في الجسم حول محور معين يساوي صفراً : اي ان $\left(\sum \vec{\tau} = 0\right)$

حيث ان $(\vec{\tau})$ يمثل رمز العزم .

ومن ذلك نستنتج ان اي جسم في حالة اتزان سكوني يجب ان يكون في حالة اتزان انتقالي و اتزان دوراني في الوقت نفسه .

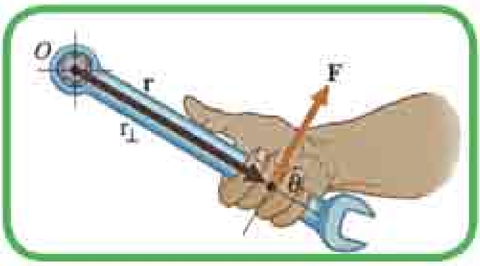
4 - 4 العزم Torque

عندما نفتح كتاباً او باباً او شباكاً او نثبت انابيب المياه الشكل (5) نستعمل قوة لها تأثير مدور (تأثير دوراني) والتأثير الدوراني للقوة يسمى بالعزم ويرمز له τ .

الشكل (5)

كما أننا نجد صعوبة في تدوير برغي بوساطة اليد، لذا نستعمل مفتاح ربط (**spanner**) لتدوير البرغي لاحظ الشكل (6) .

ومفتاح الربط يولد تأثيراً دورانياً كبيراً اي إنه يولد عزماً اكبر من عزم اليد بمفردها اما النقطة التي تحاول القوة تدوير الجسم حولها فتسمى بالمحور (اونقطة الدوران).



الشكل (6)

نشاط لبيان العوامل التي يعتمد عليها مقدار عزم القوة .

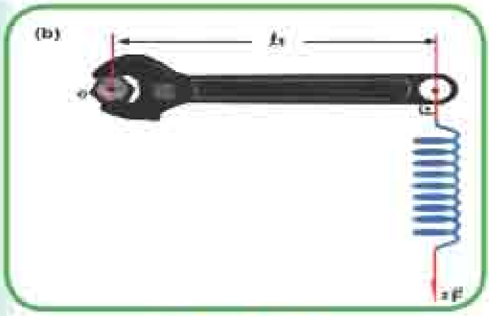
الأدوات: مفتاح ربط ، برغي، قبان حلزوني .

خطوات النشاط :

- أدخل رأس البرغي في فوهة مفتاح الربط وبوساطة القبان الحلزوني سلط قوة صغيرة $\vec{F}_1$ عمودية على ذراع المفتاح بحيث تؤثر في طرف المفتاح وعلى بعد (ℓ_1) من البرغي لاحظ الشكل (7a) .

الشكل (7a)

- حاول تدوير البرغي بوساطة مفتاح الربط تجد صعوبة في التدوير .



الشكل (7b)

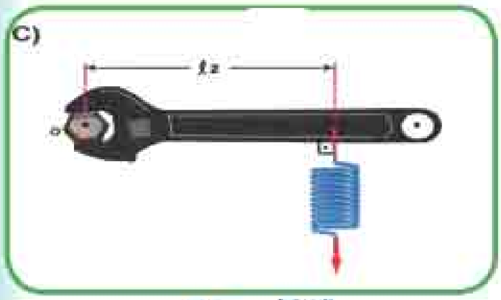
إعمل على مضاعفة القوة الاولى (اي تصبح $2\vec{F}$) وعلى البعد نفسه عن محور الدوران ستجد عندئذ سهولة في تدوير البرغي .

لاحظ الشكل (7b) .

نستنتج من ذلك :

ان عزم القوة يتناسب طردياً مع مقدار القوة اي ان: $\vec{\tau}\alpha\vec{F}$

حاول استعمال مقدار القوة F نفسها (باستعمال القبان الحلزوني) واجعل نقطة تأثيرها على بعد (ℓ_2) بحيث تكون اقرب الى البرغي عندها تجد صعوبة أكثر في تدوير البرغي .



الشكل (7c)

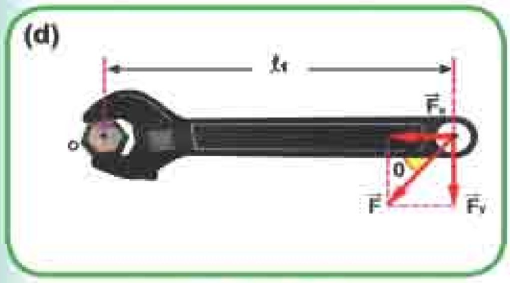
اي ان : $\ell_2 < \ell_1$ .....لاحظ الشكل (7c)

حاول تكرار العملية مرات متعددة، وفي كل مرة قرب نقطة تـأثير القـوة من البـرغي تجد زيـادة في صعوبة تدوير البرغي.

نستنتج من ذلك ان :

مقدار عزم القوة يتناسب طردياً مع البعد العمودي عن محور الدوران.

اي ان : $\vec{\tau}\alpha\,\ell$ بثبوت $\vec{F}$



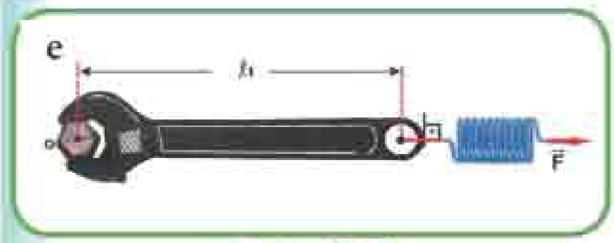
الشكل (7d)

سلط القوة نفسها ($\vec{F}$) ومن نقطة تأثير (ℓ_1) في طرف الذراع كما موضح في الشكل (7d) ولكن اجعل هذه المرة القوة غير عمودية على ذراع المفتاح (اي تعمل زاوية θ مع ذراع المفتاح) ، عندها يعطي العزم المدور بالصيغة الآتية:

$$\tau = F\ell\ \mathrm{Sin}\ \theta$$

حاول مرة اخرى تدوير البرغي، تجد صعوبة في تدويره كلما قلت الزاوية (θ) بين خط فعل القوة وذراع المفتاح.

❖ اجعل خط فعل القوة بموازاة ذراع المفتاح (في هذه الحالة يكون امتداد القوة $\vec{F}$) يمر في مركز الدوران لاحظ الشكل (7e) .
عندها ينعدم التأثير الدوراني للقوة .
نستنتج من ذلك :



الشكل (7e)

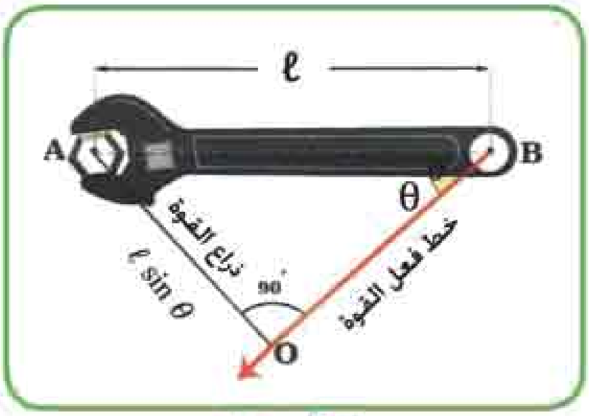
ان عزم القوة ينعدم اذا كانت القوة او امتدادها يمر في مركز الدوران ،لان تأثير ذراع القوة يصبح صفراً في هذه الحالة.

لقد تبين من النشاط السابق ان عزم القوة يتناسب طردياً مع كل من :

1- مقدار القوة المؤثرة .
2- البعد العمودي (ℓ) من نقطة تأثير القوة الى محور الدوران.
3- الزاوية (θ) بين خط فعل القوة والخط الواصل بين نقطة الدوران ونقطة تأثير القوة

اي ان : $\tau = F\ell \sin\theta$

لحساب ذراع القوة (ذراع العزم) نرسم خط مستقيما يربط خط فعل القوة مع البعد العمودي عليه من نقطة الدوران (المحور) فنحصل على مثلث قائم الزاوية ABO.. لاحظ الشكل (8) فيكون ذراع القوة هو الضلع القائم AO يساوي $\ell \sin\theta$



الشكل (8)

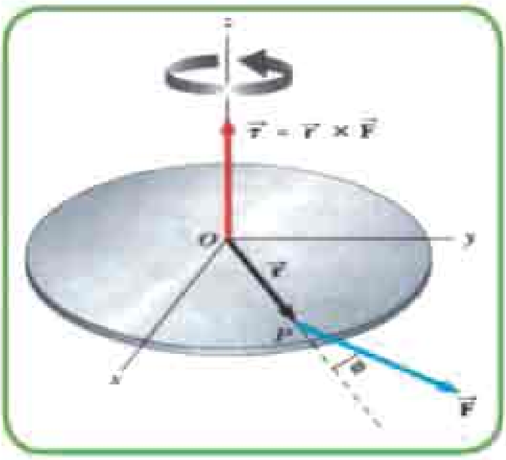
وعندئذ عزم القوة :

$$\tau = F\ell \sin\theta$$

4 - 5 العزم كمية متجهة :-

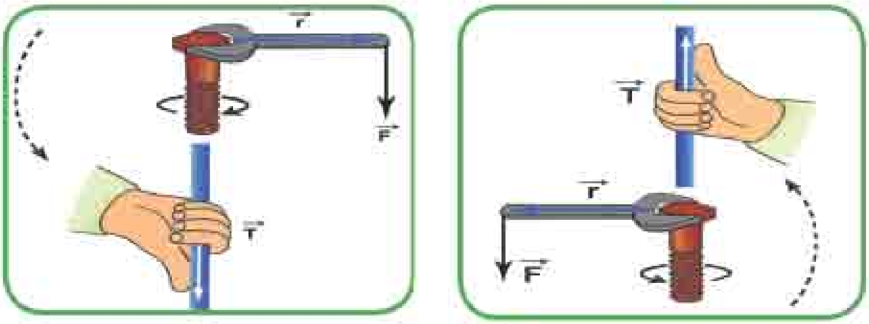
من دراستنا للمتجهات في الفصل الاول عرفنا ان حاصل ضرب متجهين يكون اما كمية قياسية مثل الضرب النقطي ($c = \vec{F} \cdot \vec{d}$) وإمّا كمية متجهة مثل الضرب الاتجاهي ($\vec{A} = \vec{F} \times \vec{d}$) وبما ان متجه العزم هو حاصل الضرب الاتجاهي لمتجه الموقع $\vec{r}$ ومتجه القوة $\vec{F}$ لاحظ الشكل (9) فيكتب كما في المعادلة الآتية :-

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



الشكل (9)

فيكون متجه العزم عمودياً على المستوى الذي يحتوي $(\vec{F}, \vec{r})$ كما في الشكل (9) وتطبق قاعدة الكف اليمنى لتعين اتجاه العزم شكل (10) .



الشكل (10)

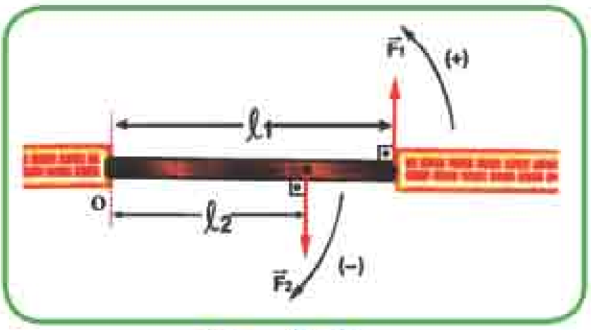
من الجدير بالذكر ان عزم القوة يكون دائماً نسبة الى نقطة إسناد معينة ، فإذا حدث تغيراً في موقع تلك النقطة يتغير عزم القوة تبعا لها كما في الشكل (11) .

الشكل (11)

مثلا يكون عزم القوة $\vec{F}$ صفراً نسبة لنقطة الدوران (O) ولكن عزم هذه القوة لايساوي صفراً اذا اتخذت النقطة A نقطة للدوران فيكون :

$$\vec{\tau} = \vec{OA} \times \vec{F}.$$

ومن هذا نفهم انه لا يكفي القول فقط عبارة (عزم القوة $\vec{F}$) ولكن يجب ان نقول عزم القوة $\vec{F}$ نسبة للنقطة (O) او حول النقطة (O) او اية نقطة اخرى .



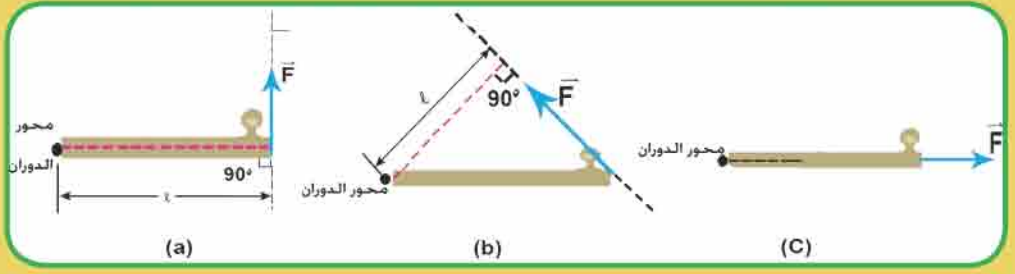
الشكل (12)

ومن ملاحظتك للشكل (12) تجد ان القوة $\vec{F}_1$ تحاول تدوير العتلة حول النقطة (O) باتجاه معاكس لدوران عقرب الساعة. بينما القوة $\vec{F}_2$ تحاول تدوير الجسم حول النقطة (O) باتجاه دوران عقارب الساعة .

وللتمييز بين الاحتمالين نختار العزوم التي تدور الجسم باتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة باشارة موجبة والعزوم التي تدور الجسم باتجاه دوران عقارب الساعة باشارة سالبة .

تذكر :

❖ العزم الناتج عن تأثير القوة في تدوير جسم يكون بمقداره الاعظم $\vec{\tau}_{max}$ عندما يكون خط فعل القوة عمودياً على الخط الواصل بين نقطة تأثير القوة ومحور الدوران الشكل (13a) اي ان: $\tau_{max} = F_{\perp} . \ell$ ويقل مقدار العزم عندما يكون خط فعل القوة مائلاً الشكل (13b)

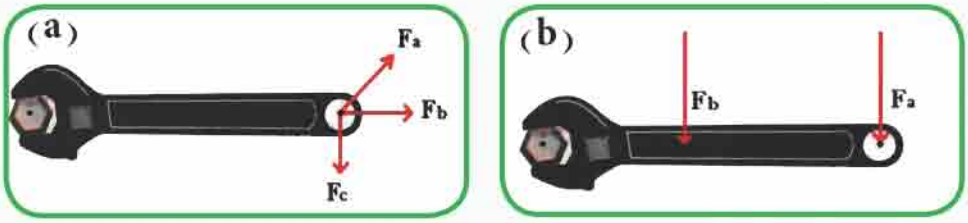


الشكل (13)

❖ ينعدم العزم ($\tau = 0$) عندما يمر خط فعل القوة في نقطة او محور الدوران الشكل (13C) اي ان : $\tau = F_{\parallel} . \ell = 0$

فكر

اي القوى المبنية في الشكل (a , b) تسبب عزماً أقل لمفتاح الربط في تدوير البرغي علماً أن مقادير القوى المؤثرة متساوية .

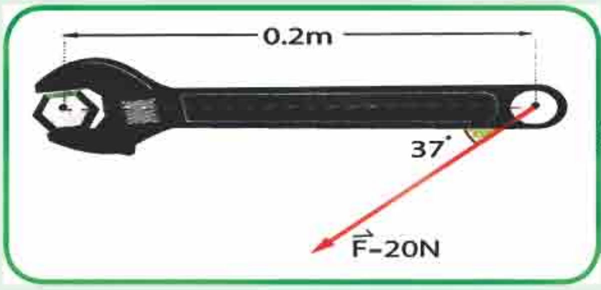


مثال 2

اذا كان مقدار القوة المسلطة على مفتاح ربط طوله (0.20m) تساوي (20N) الشكل (14) احسب مقدار العزم الناتج عن هذه القوة .

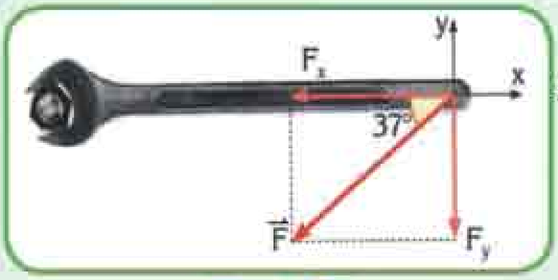
الحل/

نحلل القوة $\vec{F}$ الى مركبتيها (F_X) المركبة الموازية للذراع ، واخرى (F_y) هي المركبة العمودية على الذراع وبما ان المركبة الافقية (F_X) تمر في نقطة الدوران (في محور الدوران) فيكون :



الشكل (14)

عزمها = صفر لان ذراع العزم = صفر اي ان : $\tau = F_x \times 0 = 0$



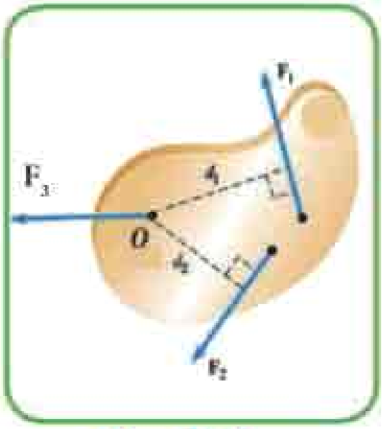
الشكل (15)

بينما المركبة العمودية للقوة (F_y) تولد عزماً يحاول تدوير المفتاح باتجاه دوران عقارب الساعة اي ان :

$$\tau = F_y \, . \, \ell = (F \sin \theta \,) \, . \, \ell$$

$$\tau = 20 \times 0.6 \times 0.2 = 2.4 \text{ N.m}$$

4 – 6 صافي العزوم واتجاه الدوران :-



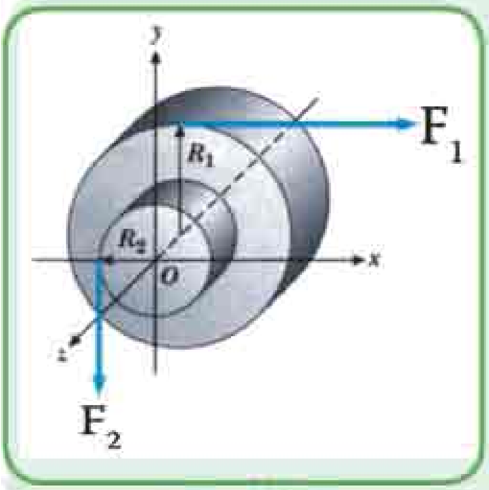
الشكل (16)

عندما تؤثر قوى متعددة في جسم واحد وتحاول تدويره فإن عزم كل قوة يحسب حول نقطة الدوران نفسها فيكون المجموع الاتجاهي للعزوم المنفردة يساوي صافي العزوم (محصلة العزوم) ($\vec{\tau}_{net}$) لاحظ الشكل (16) اي ان:-

$$\tau_{net} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \ldots$$

مثال 3

اسطوانة صلدة جاسئة يمكنها الدوران حول محور افقي (مهمل الاحتكاك) لف حبل حول محيطها الخارجي ذو نصف القطر (R_1) لاحظ الشكل (17) فإذا سلطت القوة الافقية (F_1) التي تتجه نحو اليمين ، ولف حبل آخر حول المحيط الاصغر ذو نصف القطر R_2 وسلطت القوة (F_2) نحو الاسفل في طرف الحبل الثاني احسب : صافي العزوم المؤثرة في الاسطوانة حول المحور (Z) اذا كانت : $R_2 = 0.5\text{m}$ $F_2 = 6\text{N}$, $R_1 = 1\text{m}$, $F_1 = 5\text{N}$.



الشكل (17)

الحل / عزم القوة (F_1) والذي هو τ_1 يكون سالباً (لانه يحاول تدوير الاسطوانة باتجاه دوران عقارب الساعة) اي ان :

$$\tau_1 = - R_1 \, F_1 \Rightarrow \tau_1 = -5 \times 1 = -5 \text{N. m}$$

بينما العزم الناتج عن القوة (F_2) والذي هو τ_2 يكون موجباً (لانه يحاول تدوير

الاسطوانة باتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة (↺) اي ان :-

$$\tau_2 = R_2\ F_2 = 0.5 \times 6 = 3\ N\ .\ m$$

وان صافي محصلة العزوم :-

$$\vec{\tau}_{net} = \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_1$$

$$\sum \tau = R_2F_2 - R_1F_1$$

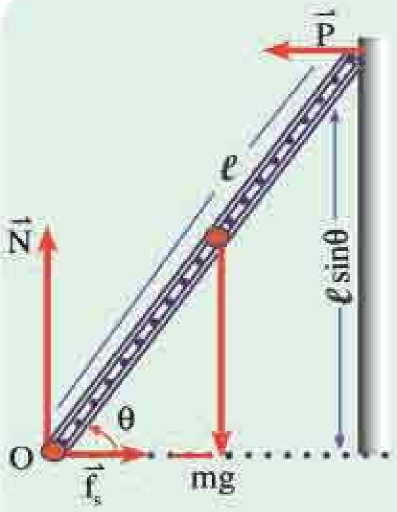
$$= 6 \times 0.5 - 0.5 \times 1$$

$$\sum \tau = -2\ N\ .\ m$$

بما ان اشارة صافي العزوم سالبة فهذا يعني ان الاسطوانة تدور باتجاه دوران عقارب الساعة.

مثال 4 سلم منتظم طوله (ℓ) وكتلته (**m**) يستند على جدار شاقولي أملس لاحظ الشكل (**18**) وكان معامل الاحتكاك ألسكوني بين السلم و الأرض ($\mu_s = 0.4$) .

جد أصغر زاوية θ بحيث لا يحصل انزلاق للسلم .



الشكل (18)

الحل /

من ملاحظتك للشكل (**18**) سلم في حالة سكون يستند على جدار شاقولي أملس . فهو في حالة اتزان تحت تأثير أربع قوى هي:

$\vec{P}$ = رد فعل الجدار على السلم

$\vec{N}$ = رد فعل الارض على السلم

$\vec{f}_s$ = قوة الاحتكاك بين الارض والطرف السفلي للسلم.

mg = وزن السلم .

بما ان السلم في حالة اتزان سكوني نطبق الشرط الاول للاتزان .

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f_s - P = 0$$

$\therefore\ p = f_s$ و $f_s = \mu_s N$

$$p=\mu_s N \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow N\text{-}mg=0$$

$$mg=N \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

بقسمة طرفي المعادلة (1) على المعادلة (2):

$$\frac{p}{mg}=\frac{\mu_s N}{N} \Rightarrow \frac{p}{mg}=\mu_s$$

بما أن السلم في حالة إتزان دوراني نطبق الشرط الثاني للإتزان ونتخذ النقطة (O) مركزاً للعزوم فتكون :

$$\sum \tau = 0 \Rightarrow p\,\ell \sin\theta - mg\left(\frac{\ell}{2}\cos\theta\right)=0$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{mg}{2p}$$

وبالتعويض عن مقدار $\frac{p}{mg}$ نحصل على:

$$\tan\theta=\frac{1}{2\mu_s} \qquad \tan\theta=\frac{1}{2\times 0.4}$$

$$=1.25$$

قياس زاوية ميل السلم عن الارض وهي أصغر قياس للزاوية من غير ان ينزلق السلم. $\therefore \theta = 51°$

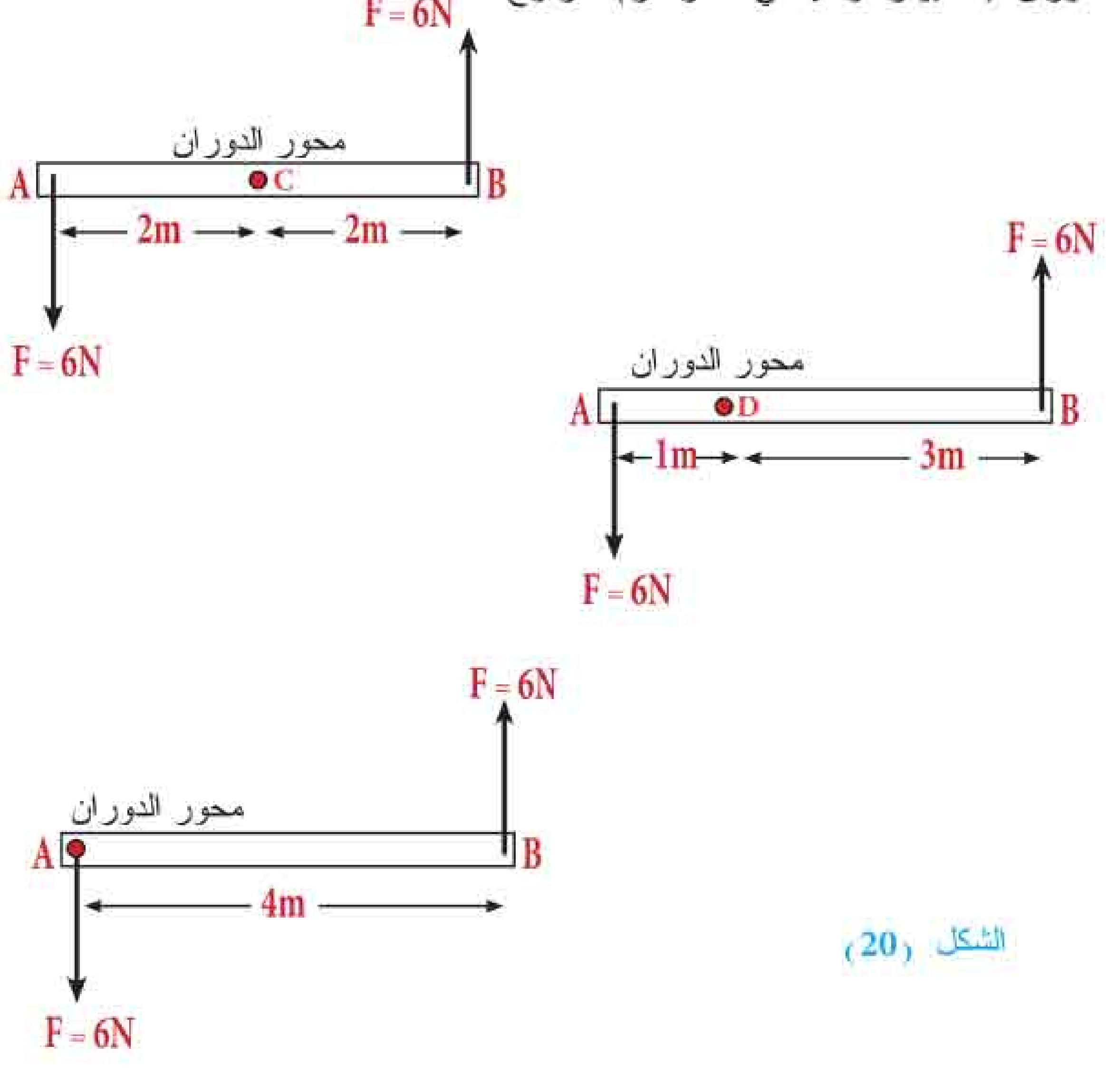
7 – 4 المزدوج Couple

عند تدوير مقود السيارة او مقود الدراجة وحنفية الماء فإنك تسلط قوتين متساويتين بالمقدار ومتعاكستين بالاتجاه ومتوازيتين وليس لهما خط فعل مشترك و تشكل هاتان القوتان مايسمى بالمزدوج لاحظ الشكل (19) وهناك العديد من التطبيقات الاخرى في الحياة العملية فمثلا حينما تدير مفتاح الباب،او تستعمل مفتاح تغيير الاطارات .

الشكل (19)

ولحساب عزم المزدوج فإن عزوم القوى تؤخذ حول أية نقطة تقع بين القوتين ثم يجمع عزميهما لانهما يعملان على تدوير الذراع بالاتجاه نفسه ، وابسط طريقة لحساب عزم المزدوج هي أن نضرب احدى القوتين في البعد العمودي بينهما.

من ملاحظتك للشكل (20) نستطيع ان نفهم منه كيفية اختيار النقطة التي تمثل محور الدوران، إذ لايؤثر موقعها في مقدار عزم المزدوج.



الشكل (20)

ويمكننا حساب عزم المزدوج للشكل (20) كما يأتي :

$$\vec{\tau}_{total} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2$$

فيكون عزم المزدوج = إحدى القوتين في البعد العمودي بينهما

$$\tau_{total} = F(AC + CB) = F(AD + DB) = F \times AB$$

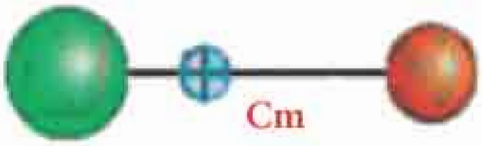
$$\tau_{total} = 6 \times (2+2) = 6 \times (1+3) = 6 \times 4$$

$$\tau_{total} = 24Nm$$

4 - 8 مركز الكتلة :

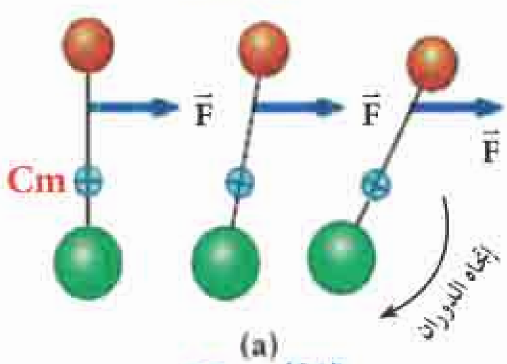
كل جسم جاسئ ذو أبعاد هو منظومة من الجسيمات توصف حركته بدلالة نقطة مهمة تسمى مركز الكتلة للجسم وهي النقطة التي يفترض ان يكون مجموع كتل الجسيمات المؤلفة له (m) متمركزة فيها ويرمز لها بـ (Cm) .

افرض ان منظومة من الجسيمات تتألف من زوج من الجسيمات موصولة مع بعضها بوساطة ساق خفيفة (مهملة الوزن) ومركز كتلة المنظومة يقع على الخط الواصل بين الجسيمين وهو أقرب الى الكتلة الاكبر مقداراً ،لاحظ الشكل (21) .



الشكل (21)

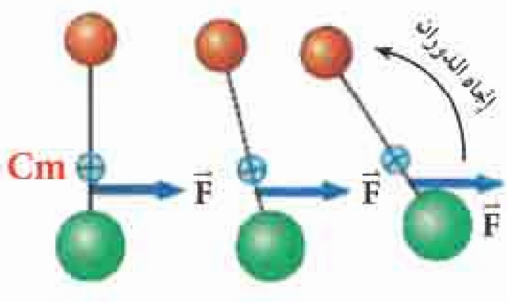
فاذا أثرت القوة ($\vec{F}$) في الساق عند نقطة تقع اقرب الى الكتلة الاصغر مقداراً ، فإن المنظومة ستدور باتجاه دوران عقارب الساعة بتأثير عزم تلك القوة لاحظ الشكل (21a) .



(a)

الشكل (21a)

واذا كان تأثير تلك القوة ($\vec{F}$) في نقطة هي اقرب الى الكتلة الاكبر مقداراً (شكل21b) فان المنظومة ستدور باتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة .



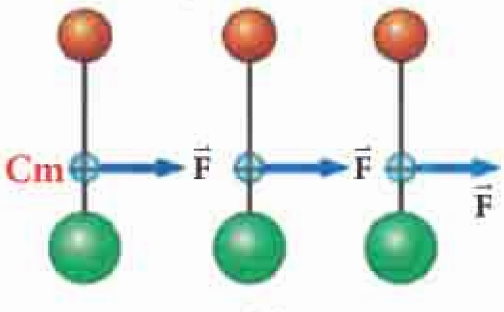
(b)

الشكل (21b)

اما اذا أثرت القوة ($\vec{F}$) في مركز الكتلة للمنظومة (Cm) ففي هذه الحالة ستتحرك المنظومة بتعجيل :-

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$$

كما في الشكل (21c) وهذا يماثل كما لو أن صافي القوة الخارجية تؤثر في جسم منفرد كتلته (m) متمركزة في تلك النقطة وهي مركز كتلة المنظومة

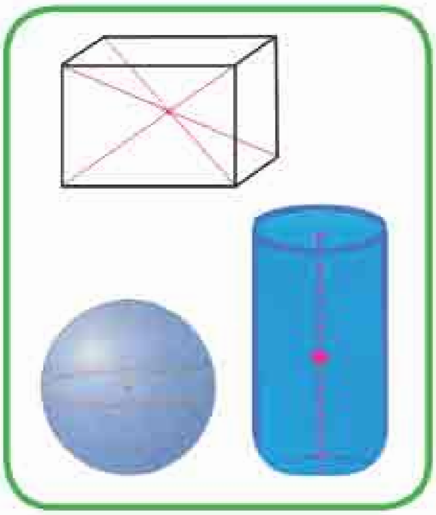


(c)

الشكل (21c)

ومن الجدير بالذكر ان مركز كتلة الاجسام المتجانسة والمتناظرة يقع على محور التناظر وهو المركز الهندسي للجسم مثل (كرة او مكعب او اسطوانة، ......) لاحظ الشكل (22) .

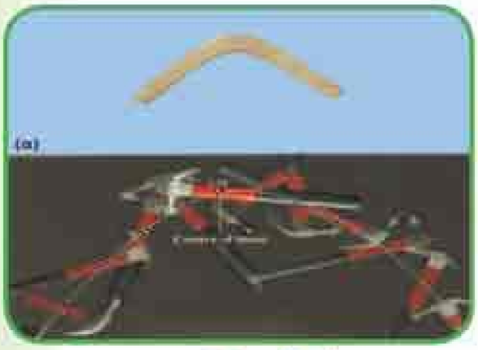
واذا كان الجسم غير متجانس وغير متناظر فإن مركز كتلته يقع عند نقطة هي اقرب الى الجزء الاكبر كتلة.



الشكل (22)

هل تعلم ؟

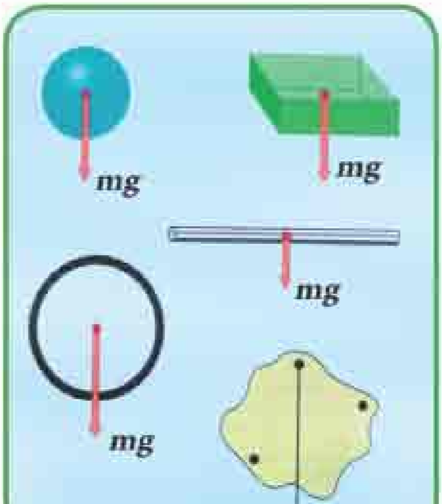
اذا قذفت مطرقة في الهواء ،فانك تلاحظ ان المطرقة تدور في مسارها حول نقطة معينة هي مركز كتلتها (Cm) ويكون مسار تلك النقطة بشكل قطع مكافئ وهو مسار الجسم المقذوف نفسه لاحظ الشكل (23) .



الشكل (23)

4 - 9 مركز الثقل Center of gravity

في معظم مسار الاجسام الجاسئه المتزنة تكون احدى القوى المؤثره في الجسم هي قوة الجاذبية المؤثره فيه وهي وزن الجسم وتمثل بسهم يتجه شاقولياً نحو الاسفل (نحو مركز الارض) ولحساب عزم قوة الجاذبية تلك نفرض ان الوزن الكلي للجسيمات المؤلفة للجسم تجمع في نقطة واحدة تسمى مركز الثقل (Center of gravity) ويرمز لها بـ (C_G) لاحظ الشكل (24).



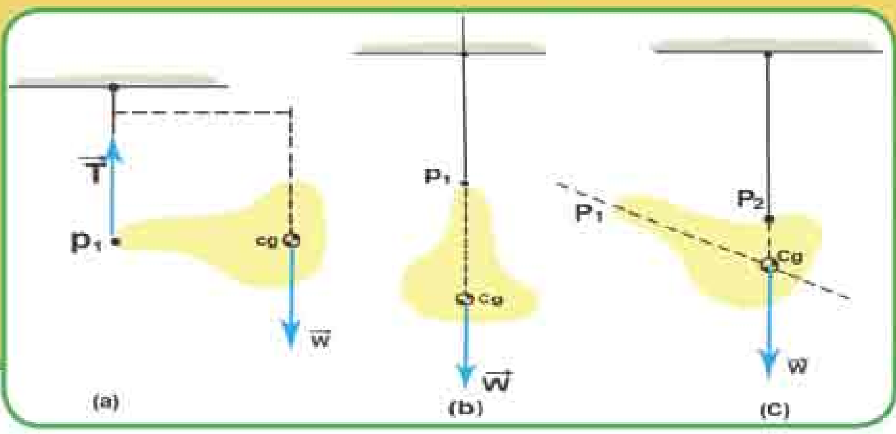
الشكل (24)

يُعرّف مركز ثقل الجسم بأنه تلك النقطة التي لو علق منها الجسم في أي وضع كان فأن الجسم لايحاول الدوران لان صافي العزوم المؤثرة في الجسم حول تلك النقطة يساوي صفراً وهذه النقطة هي مركز ثقل الجسم .

وأن مركز ثقل الاجسام المتجانسة والمتناظرة يقع في مركزها الهندسي .

تذكر :

- مركز ثقل الجسم هو نقطة في الجسم يظهر فيها ان كل وزن الجسم متجمع فيها .
- مركز كتلة الجسم هو نقطة في الجسم التي لو كان خط فعل القوة المؤثره في الجسم (او امتدادها)يمر فيها ،فأن تلك القوة لا تسبب دوران الجسم .



أسئلة الفصل الرابع

س1/ أختر العبارة الصحيحة لكل من العبارات التالية :

1 - يقاس العزم بوحدات :

a) N . m
b) N / m
c) kg.m
d) kg / m

2 - لكي يكون الجسم متزناً ويتحقق شرطا الاتزان فان :

a) $\sum \vec{F} < 0 , \sum \vec{\tau} > 0$
b) $\sum \vec{F} > 1 , \sum \vec{\tau} = 0$
c) $\sum \vec{F} = 0 , \sum \vec{\tau} = 0$
d) $\sum \vec{F} > 0 , \sum \vec{\tau} = 0$

3 - يدفع شخص باباً بقوة مقدارها (10N) تؤثر عمودياً عند نقطة تبعد (80cm) من مفاصل الباب ، فان عزم هذه القوة (بوحدات N.m) يساوي :

a) 0.08
b) 8
c) 80
d) 800

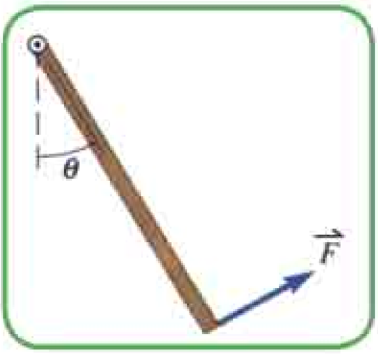
4 - يستقر ساق متجانس من منتصفه فوق دعامة ، فإذا أثرت قوتان متساويتان مقداراً ومتعاكستان اتجاهاً ومقدار كل منهما ($\vec{F}$) في طرفيه، فان محصلة القوى تساوي:

a) $2\vec{F}$ نحو الأعلى .
b) $2\vec{F}$ للأسفل .
c) ($\vec{F}/2$) للأسفل .
d) صفراً .

5 - في السؤال السابق، نتيجة تاثير هاتين القوتين في الساق فانه سوف:

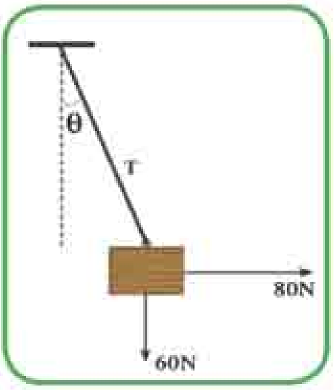
a) يدور .
b) يبقى ساكناً.
c) يتحرك انتقالياً .
d) يتحرك حركة اهتزازية .

6 - عتلة متجانسة كتلتها (m) (لاحظ الشكل المجاور) معلقة من الأعلى عند النقطة (o) وتتحرك هذه العتلة بحرية كالبندول أذا أثرت فيها قوة $\vec{F}$ عمودياً على العتلة ومن طرفها السائب . فان أعظم قوة مقدارها F تجعل العتلة متزنة وبزاوية مع الشاقول تساوي:



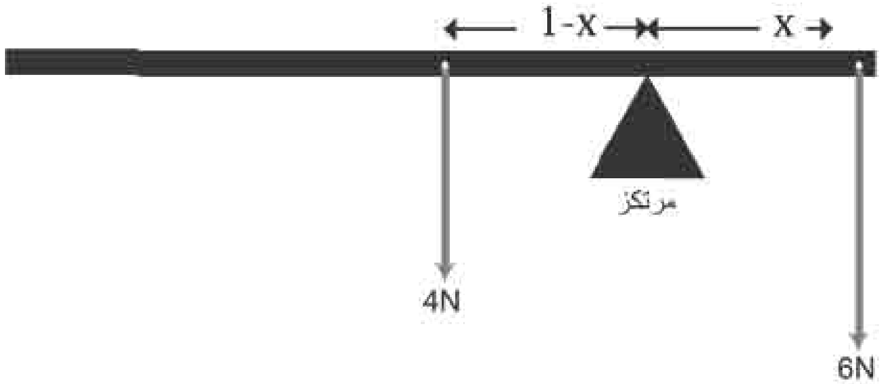
a) $2mg$
b) $2mg\sin\theta$
c) $2mg\cos\theta$
d) $\left(\frac{mg}{2}\right)\sin\theta$

7 - صندوق يزن (60N) معلق بوساطة حبل في مسند رأسي لاحظ الشكل المجاور ، فاذا اثرت فيه قوة افقية مقدارها (80N) فسوف يصنع الحبل مع الشاقول زاوية قياسها :



a) 37^o
b) 45^o
c) 60^o
d) 53^o

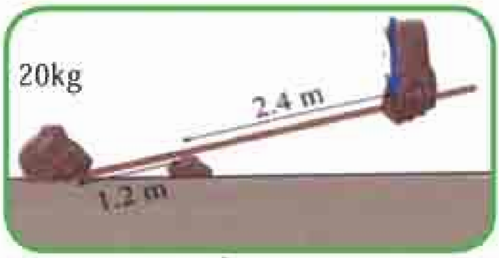
8 - لوح متجانس وزنه (4N) وطوله (2m) معلق في احد طرفيه جسم وزنه (6N) ، لاحظ الشكل المجاور ، يتزن افقياً عند نقطة يرتكز عليها تبعد عن الطرف المعلق به الجسم مسافة :



a) 0.2m.
b) 0.4m.
c) 0.6m.
d) 0.8m.

مسائل

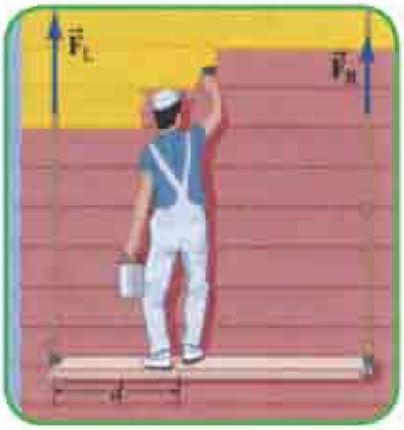
س1/ ما مقدار القوة $\vec{F}$ التي يجب أن يؤثر فيها العامل في العتلة كي يستطيع رفع ثقل كتلته (20kg) المبين في الشكل المجاور .



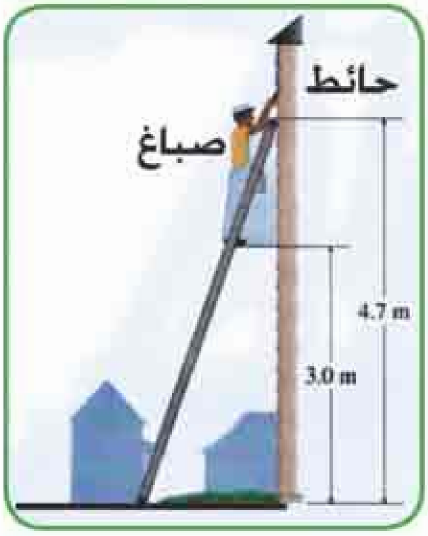
س2/ صباغ دور يقف فوق لوح منتظم يتزن افقياً كما مبين في الشكل المجاور، وهو معلق من طرفيه بحبلين قوة الشد فيها $\vec{F}_L$ و $\vec{F}_R$ ومقدار كتلة الصباغ (75kg) وكتلة اللوح (20kg). فاذا كانت المسافة من الطرف الايسر للوح الى موضع وقوف الصباغ هي (d = 2m) ، وان الطول الكلي للوح (5m) اوجد:

a) مقدار القوة $\vec{F}_L$ المؤثرة بوساطة الحبل الأيسر في اللوح

b) مقدار القوة $\vec{F}_R$ المؤثرة بوساطة الحبل الأيمن في اللوح .



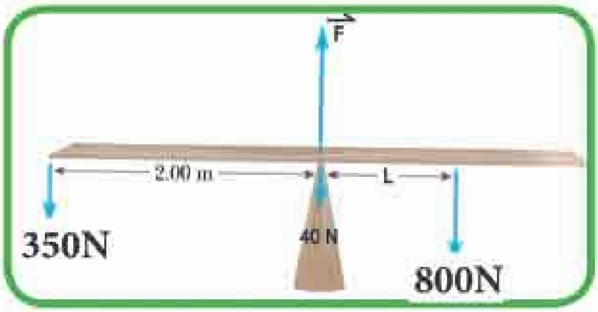
س3/ يقف صباغ على ارتفاع (3m) من الأرض فوق سلم منتظم طوله (5m) يستند طرفه الأعلى على جدار شاقولي عند نقطة تبعد (4.7m) عن سطح الأرض. لاحظ الشكل المجاور ، فإذا كان وزن الصباغ (680N) ووزن السلم (120N) وعلى فرض عدم وجود احتكاك بين السلم والجدار اوجد قوة الاحتكاك (f_s) بين الأرض والطرف الأخر للسلم .



س4/ يجلس ولدان على لوح متجانس مثبت من منتصفه بدعامة كما مبين في الشكل المجاور . فإذا كان وزن اللوح (40N) ويؤثر في منتصفه، وكان وزن الولد الأول (350N) ووزن الولد الثاني (800N) ، فاوجد ما يلي:

a) القوة العمودية $F_{\perp}$ التي تؤثر بها الدعامة في اللوح.

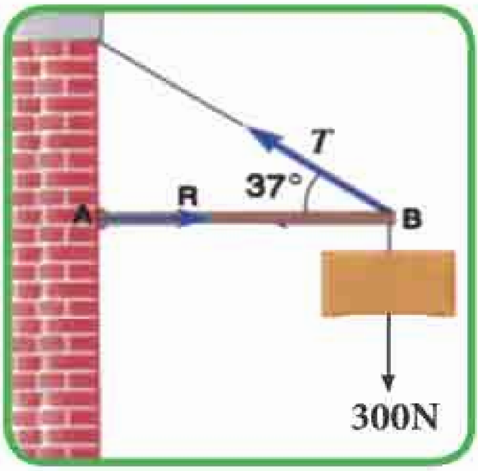
b) البعد L المبين في الشكل ، كي يتزن اللوح افقياً.



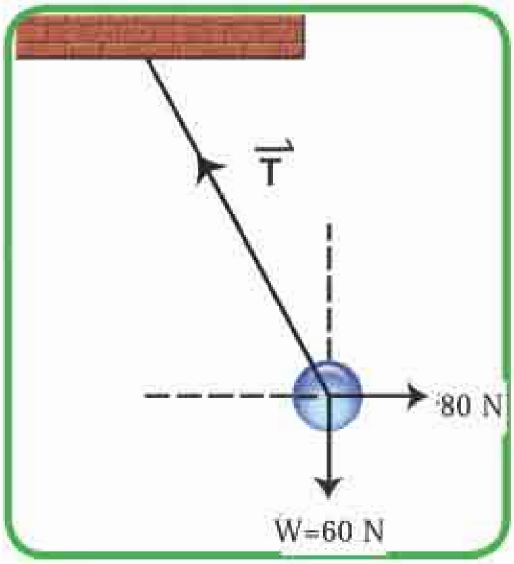
س5/ لوح أفقي مهمل الوزن طوله (6m) يبرز من جدار بناية وطرفه السائب مربوط بحبل إلى جدار ويصنع زاوية (37°) مع الأفق، كما مبين في الشكل المجاور علق في طرفه السائب ثقل مقداره (300N)

ما مقدار: a) الشد T في حبل الربط .

b) رد فعل الجدار R على امتداد اللوح



س6/ أثرت قوة افقية مقدارها (80N) في جسم كتلته (6kg) معلق بوساطة حبل، لاحظ الشكل المجاور، ما مقدار واتجاه قوة الشد (T) التي يؤثر بها الحبل على الجسم المعلق لتبقيه في حالة اتزان سكوني؟ افرض (g=10N/kg) .



5 الفصل الخامس

الشغل والقدرة والطاقة والزخم

Work , Power , Energy and Momentum

مفردات الفصل

5-1 مفهوم الشغل .

5-2 التمثيل البياني للشغل.

5-3 القدرة .

5-4 الطاقة .

5-5 حفظ الطاقة الميكانيكية .

5-6 الشغل المبذول بوساطة القوى غير المحافظة .

5-7 قانون حفظ الطاقة .

5-8 الزخم الخطي والدفع .

5-9 حفظ الزخم الخطي .

المصطلحات العلمية . .

الشغل	**Work**
القوة	**Force**
القدرة	**Power**
الطاقة	**Energy**
الطاقة الميكانيكية	**Mechanical energy**
الطاقة الحركية	**Kinetic energy**
الطاقة الكامنة	**Potential energy**
الطاقة الكامنة التثاقلية	**Gravital potential energy**
الطاقة الكامنة للمرونة	**Elastic potential energy**
الطاقة الكامنة الكيميائية	**Chemical potential energy**
حفظ الطاقة	**Conservation of energy**
الزخم الخطي	**Linear momentum**
الدفع الخطي	**Linear impulse**
التصادم المرن والتصادم غير المرن	**Elastic collision and inelastic collision**

الاهداف السلوكية

بعد دراسة الفصل ينبغي على الطالب ان يكون قادراً على ان:

1- يذكر المفهوم الفيزيائي للشغل .

2- يحدد علاقة الشغل واتجاه القوة .

3- يتعرف وحدات الشغل و القدرة و الطاقة .

4- يميز بين الشغل المنجز بوساطة قوة ثابتة و قوة متغيرة .

5- يتعرف انواع الطاقة الميكانيكية .

6- يتعرف علاقة الشغل بالطاقة .

7- يحدد العلاقة بين الشغل والقدرة والزمن .

8- يعرف مفهوم الزخم و مفهوم الدفع و العلاقة بينهما .

9- يميز بين مفهومي الزخم و الدفع و العلاقة بينهما .

10-يقارن بين مفهوم قانوني حفظ الطاقة و حفظ الزخم الخطي .

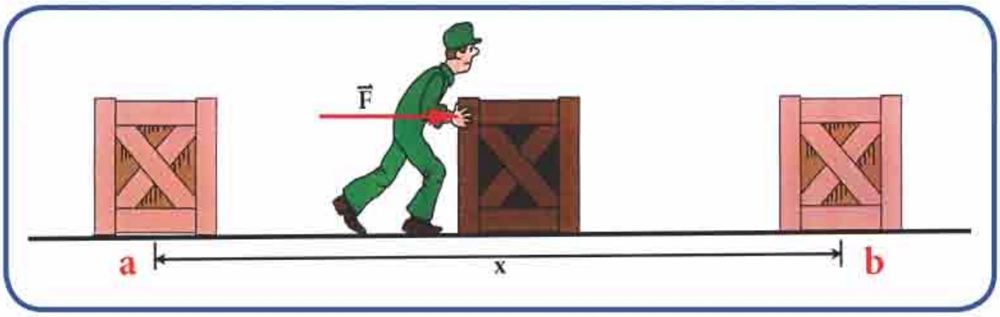
11-يتعرف طاقة التصادم و انتقال الطاقة .

5 الشغل work

5 - 1 مفهوم الشغل :-

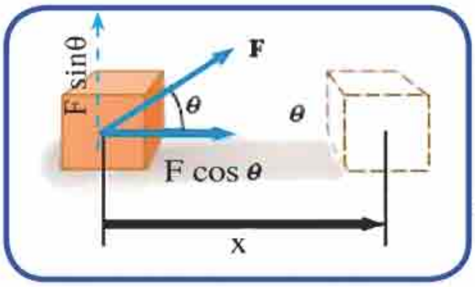
كلنا يستعمل كلمة الشغل ، لكن كم منا يعرف بالضبط ماذا تعني ؟

حيث تطلق كلمة الشغل بالمعنى العام على كل مجهود عقلي اوعضلي يقوم به الانسان، اما بالمعنى الفيزيائي فلا بد من وجود قوة تؤثر في جسم ويقطع هذا الجسم ازاحة باتجاه موازٍ لتلك القوة او لاحدى مركباتها مثلا لنفرض ان القوة $\vec{F}$ اثرت في صندوق واستطاعت تحريكه من **a** الى **b** ازاحة قدرها $\vec{x}$ كما مبين في الشكل (1) فانها تكون قد بذلت شغلا عليه .



الشكل (1)

أما اذا اثرت القوة في الصندوق باتجاه يصنع زاوية θ مع اتجاه الازاحة $\vec{x}$ ، فاننا نقوم بتحليل متجه القوة الى مركبتين، كما في الشكل مركبة افقية **$F\cos\theta$** ، ومركبة شاقولية **($F\sin\theta$)**، لو سئلنا اي المركبتين حركت الجسم؟ وايهما انجزت شغلا ؟ للاجابة على هذا التساؤل لاحظ الشكل (2) إذ نجد ان مركبة القوة باتجاه ازاحة الجسم هي وحدها التي انجزت شغلا . وبذلك يصبح تعريف الشغل (W) على النحو الاتي :



الشكل (2)

$$\text{Work done}(W) = \text{Force}\ (\vec{F})\ .\ \text{Displacement}\ (\vec{x})$$

$$W = (F\cos\theta)\ .\ x$$

$$W = F.x\cos\theta$$

فالشغل يعرف رياضياً، بالضرب القياسي (النقطي) لمتجهي القوة والازاحة :

$\vec{F}$: متجه القوة الثابتة المؤثرة في الجسم .

$\vec{x}$: متجه الازاحة .

θ : الزاوية المحصورة بين المتجهين $\vec{F}$, $\vec{x}$.

ان وحدات الشغل تعتمد على وحدات القوة والازاحة فالقوة في النظام الدولي تقاس بالنيوتن والازاحة بالمتر لذا يقدر الشغل بوحدات (**Newton.meter**) وتسمى **Joule** والشغل كمية قياسية (عددية) ويكون موجبا او سالبا او صفرا.

وتعتمد اشارة الشغل على الزاوية θ بين متجهي القوة والازاحة فقط وذلك لان مقدار كل من ($\vec{F}$) ، ($\vec{x}$) موجب دائما .

ومن الامثلة على القوى التي لا تبذل شغلا (الشغل = صفر) ، القوة المركزية وذلك لانها تعامد الازاحة دوما ، لاحظ شكل (3) ، كذلك الشكل (4) .

الشكل (3)

إذ ان $\vec{F}$ لاتبذل شغلا على الدلو $\vec{F}$ لان ليس لها مركبة مع اتجاه الازاحة .

الشكل (4)

فكر

1) شخص يمشي افقياً ويحمل صندوقاً بيديه .
ما مقدار الشغل الذي يبذله الشخص ؟
لاحظ الشكل(5).

الشكل (5)

2) ما مقدار الشغل الذي ينجزه طالب يدفع جدارا لاحظ الشكل(6) ؟


الشكل (6)

مثال 1

رجل يسحب مكنسة كهربائية بقوة تساوي $F = 50\,N$ بزاوية 30^0 مع الافق لاحظ شكل (7) احسب الشغل المنجز من قبل القوة على المكنسة الكهربائية عند تحريكها ازاحة مقدارها $3m$ باتجاه اليمين.

الشكل (7)

الحل /

$$\text{Work done } (W) = \text{Force } (F) \times \text{displacement } (x) \times \cos\theta$$

$$W = F\,x \cos\theta$$

$$W = [\,(50N)\,(3m)\,\cos(30^0)\,]$$

$$W = 130\ \text{Joule}$$

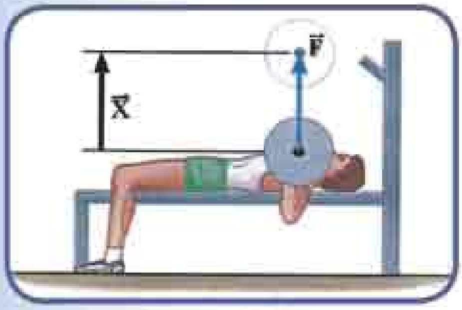
سؤال ؟

لو ان القوة المؤثرة في جسم معين لم تستطع تحريكه ، فما مقدار الشغل الذي تكون قد بذلته تلك القوة في هذه الحالة ؟

مثال 2

يبين الشكل (8a) رافع الاثقال الـذي يحمل الاثقال التي مقدارها $710N$. وفي الشكل (8b) يبين انه يرفع الاثقال لازاحة مقدارها $0.65m$ الى الاعلى وفي الشكل (8c) يخفض الثقل الى الاسفل بالازاحة نفسها .


الشكل (8a)



الشكل (8b)

فاذا كانت عملية رفع وخفض الاثقال تمت بسرعة ثابتة فاوجد الشغل المنجز على الاثقال من قبل رافع الاثقال في حالة : a) رفع الاثقال . b) خفض الاثقال .

الحل/

a) في حالة رفع الاثقال الشكل (8b) ، فان الشغل المنجز بوساطة القوة $\vec{F}$ يعطى بـالعلاقة :

$$W = F\ x \cos\theta$$

$$W = (710N)(0.65)\cos 0^0$$

$$\cos 0^0 = 1$$

$$W = 460\ \text{Joule}$$

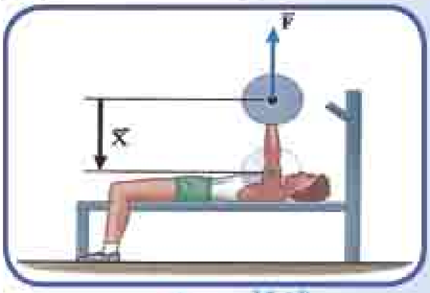
b) في حالة خفض الاثقال الشكل (8c) ، فان الشغل بوساطة القوة F يعطى بـ:

$$W = F\ x \cos\theta$$

$$W = (710N)(0.65)\cos 180^0$$

بما ان $\cos 180^0 = -1$

$$W = -460\ J$$

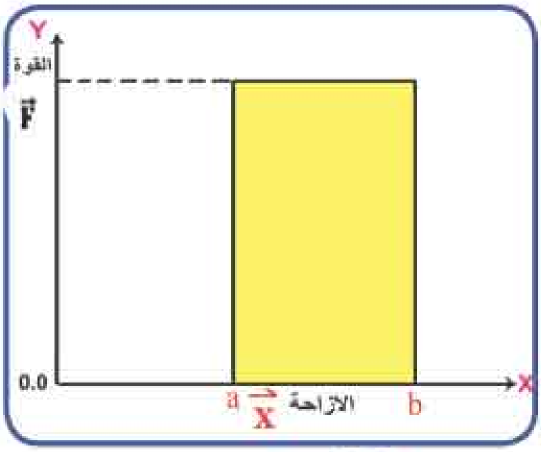


الشكل (8c)

ومن هذا نجد ان الشغل سالب في هذه الحالة لان متجه القوة معاكس لاتجاه الازاحة، في حين كان الشغل في حالة رفع الاثقال موجباً لأن متجه القوة بنفس اتجاه الازاحة .

5 – 2 التمثيل البياني للشغل :-

اذا تم ازاحة جسم افقيا بتاثير قوة ثابتة، فانه يمكن تمثيل العلاقة بين القوة والازاحة بيانيا ، كما في الشكل (9) إذ يمثل المحور الافقي (x) الازاحة الافقية $(\vec{x})$ والمحور العمودي (Y) يمثل القوة $(\vec{F})$ حيث بقيت القوة ثابتة ولم تتغير .



الشكل (9)

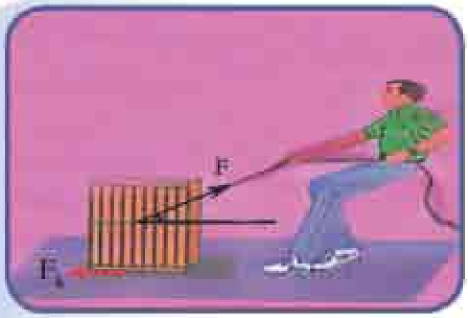
أن المساحة المضللة تحت المنحني = مساحة المستطيل الذي طوله (a b) وعرضه (OF) أي أن : المساحة تحت المنحني = الشغل

$$W = \vec{F} \cdot \vec{x}$$

في ما تقدم ، درسنا تعريف الشغل الذي تبذله قوة ثابتة واحدة في جسم ، ماذا لو اثرت في الجسم قوى عدة ؟

في مثل هذه الحالة نقوم بتحليل كل قوة الى مركبتيها ثم نحسب شغل مركبة كل قوة على حدة، ثم نحسب الشغل الكلي الذي يمثل شغل القوة المحصلة .

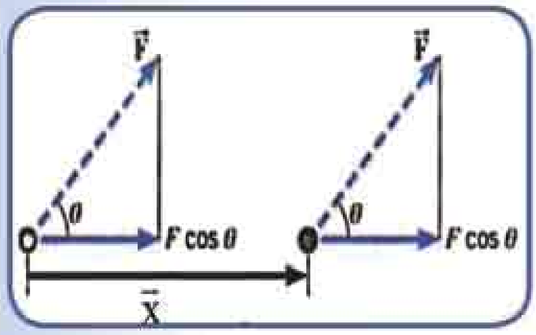
مثال 3



الشكل (10a)

يسحب شخص صندوقاً على سطح افقي خشن بسرعة ثابتة بتاثير قوة الشد $\vec{F}$ والتي تصنع زاوية قياسها 37^o مع المحور الافقي (X) وتحركه ازاحة مقدارها 5m لاحظ الشكل (10a). فاذا كانت قوة الاحتكاك الانزلاقي f_k بين الصندوق والسطح تساوي 20N . ما مقدار قوة الشد $\vec{F}$ وما مقدار الشغل المنجز بوساطة قوة الشد ؟

الحل /



الشكل (10b)

من الشكل (10a) نلاحظ ان قوة الاحتكاك f_k تساوي 20N والمركبة الافقية لقوة الشد تساوي $F\cos37^o$.

وبما ان الصندوق يتحرك بسرعة ثابتة

فان محصلة القوى الافقية المؤثرة فيه تساوي صفرا

$\sum \vec{F}_x = 0$ (حسب القانون الاول لنيوتن) وبالتالي

فان الشغل الكلي المبذول يساوي صفرا ، اي ان :

فالشغل الكلي= القوة المحصلة × الازاحة = صفرا ، أي أن :

الشغل الذي تنجزه قوة الشد (W_1) + الشغل الذي تنجزه قوة الاحتكاك الانزلاقي (W_2)

= صفرا

$$W_1 = - W_2$$

وان قوة الشد الافقية $F\cos\theta$ تساوي وتعاكس قوة الاحتكاك الانزلاقي f_k ومنها

$$F\cos\theta = f_k = 20N$$

$$F\cos37^o = 20N$$

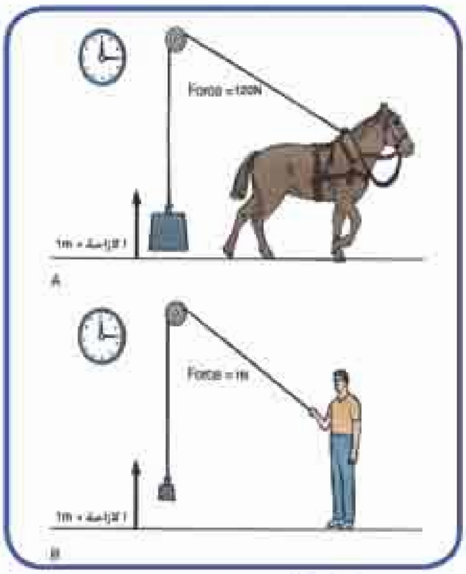
$$F \times 0.8 = 20N$$

$$F = (20 / 0.8) = 25N$$

الشغل المبذول بوساطة قوة الشد F هو W_1 :

$$W_1 = F\cos37^o \times 5 = 100\,J$$

5 - 3 القدرة Power



الشكل (11)

يوضح الشكل (11) شخص وحصان يرفعان ثقلين مختلفين لازاحة مقدارها 1m بالزمن نفسه . تامل الشكل (11) واجب عن الاسئلة الاتية :-

1- ما الشغل الذي انجزه كل واحد على حدة .

2- هل انجز الحصان والرجل الشغل نفسه .

3- جد ناتج قسمة الشغل على الزمن لكل واحد منهما ماذا تلاحظ.

يمثل ناتج قسمة الشغل المنجز على الزمن قدرة كل منهما، إذ تعرف القدرة بانها المعدل الزمني لانجاز الشغل أي أن :

$$\text{Power (Watt)} = \text{Work(Joule)} / \text{Time(s)}$$

$$P = W / t$$

ومن المعادلة اعلاه نلاحظ ان القدرة تقاس بوحدة Joule / Second وتعرف بالواط (Watt)

ومن الوحدات الشائعة لقياس القدرة هي القدرة الحصانية (horse power).

$$1\text{horse power (hp)} = 746\text{ watt}$$

هناك علاقة اخرى للقدرة تسمى القدرة اللحظية Instantaneous Power

وهي القدرة المتوسطة حينما تؤول الفترة الزمنية الى الصفر . فاذا كانت القوة التي تنجز الشغل ثابته (لاتتغير مع الزمن) ، فان القدرة اللحظية (P_i) تعطى بالعلاقة الاتية :

$$\text{Instantaneous Power (Pi)} = \frac{\text{work done (w)}}{\text{Time (t)}} = \frac{\vec{F}\cdot\vec{x}}{t}$$

وبما أن $\upsilon_i = x/t$ وهي السرعة اللحظية ، ومنها نحصل على :-

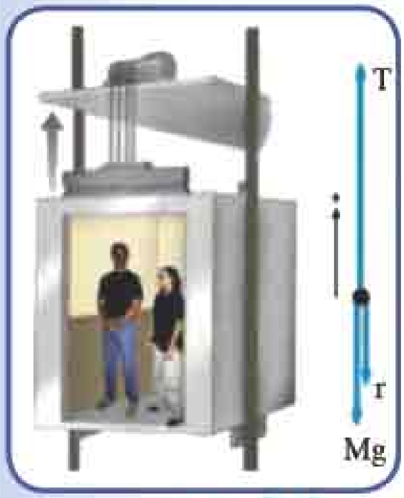
$$P_{inst.} = \vec{F}\cdot\vec{\upsilon}_{inst.}$$

$$P_{inst.} = F\upsilon\cos\theta$$

وان θ هي الزاوية بين متجه السرعة اللحظية $\vec{\upsilon}_i$ ومتجه القوة $\vec{F}$.

مثال 4

مصعد كهربائي محمل بعدد من الاشخاص، يرتفع الى الاعلى بسرعة ثابتة $0.7m/s$. فاذا كانت القدرة التي ينجزها السلك الفولاذي الحامل للمصعد **20300Watt** . احسب قوة الشد في السلك لاحظ الشكل (12) .



الشكل (12)

الحل /

ان تاثير السلك في المصعد يكون بقوة شد باتجاه الاعلى في اثناء صعوده ،وبذلك تكون القوة والسرعة بالاتجاه نفسه اي ان: الزاوية بينهما تساوي صفرا $(\theta = 0)$ ومن قانون القدرة اللحظية نحصل على :-

$$P_i = F \cdot \upsilon_i \cos\theta$$

$$20300 = (F) \times (0.7) \times (\cos 0^{\circ})$$

قوة الشد $F = 20300 / 0.7 = 29000\ N$

4 - 5 الطاقة Energy

ان الجسم الذي يمتلك القابلية على انجاز شغل يمتلك طاقة . وتقاس الطاقة بوحدة قياس الشغل وهي الجول (Joule) . هناك صور مختلفة للطاقة و ممكن تحويل بعضها الى بعض، و من انواعها:

1- الطاقة الميكانيكية .

a- الطاقة الحركية .

b- الطاقة الكامنة بنوعيها : الطاقة التثاقلية ، وطاقة المرونة،

2- الطاقة الحرارية .

3- الطاقة الكيميائية .

4- الطاقة المغناطيسية .

5- الطاقة النووية .

6- الطاقة الكهربائية .

7- الطاقة الضوئية .

8- الطاقة الصوتية .

a- الطاقة الحركية Kinetic Energy

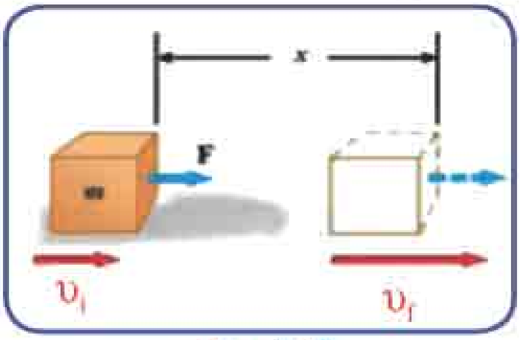
تمتلك الاجسام المتحركة القابلية على انجاز شغل ، اي انها تمتلك طاقة ، وتسمى الطاقة التي يمتلكها جسم متحرك بالطاقة الحركية ، والامثلة عليها كثيرة، منها : كرة تسقط باتجاه الارض وسيارة متحركة، الرياح المتحركة ،وشخص يركض . . . . الخ .

ولكن الاجسام تتفاوت في طاقتها الحركية .

ما المقصود بالشغل والطاقة ؟ وما العلاقة بينهما ؟

للاجابة على ذلك ، سنقوم باشتقاق علاقة مهمة تربط بين الشغل والطاقة كما ياتي :

لو ان جسما كتلته (m) يسير في خط افقي



الشكل (13)

مستقيم ، اثرت فيه محصلة قوة خارجية $\vec{F}$ فتغيرت سرعته من $\vec{\upsilon_i}$ الى السرعة υ_f وتحرك الازاحة $\vec{x}$ لاحظ الشكل (13).

فان الشغل المبذول على الجسم يكون $W = \vec{F} \cdot \vec{x}$

وطبقا للقانون الثاني لنيوتن فان :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad W = (ma)\, x$$

ومن معادلة الحركة بتعجيل ثابت فان ،

$$\upsilon_f^2 = \upsilon_i^2 + 2ax \Rightarrow x = \left(\upsilon_f^2 - \upsilon_i^2\right) / 2a$$

واذا عوضنا في المعادلة $W = \vec{F} \cdot \vec{x}$ نحصل على $W = ma\left(\upsilon_f^2 - \upsilon_i^2\right) / 2a$

$$W = \frac{1}{2} m\upsilon_f^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_i^2$$

$$W = \frac{1}{2} m\upsilon_f^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_i^2$$

$$\boxed{W = KE_f - KE_i = \Delta KE}$$

وهذا يعني ان الشغل الذي تنجزه محصلة قوى خارجيه تؤثر في الجسم يساوي التغير في طاقته الحركية ΔKE ،مع ملاحظة ان محصلة القوى تكون موجبة اذا كانت باتجاه الحركة وسالبة اذا كانت معاكسة لاتجاه الحركة .

لذا نستطيع القول ان الجسم الذي كتلته m ويتحرك بسرعة υ فانه يمتلك طاقة حركية (KE) تعطى بالعلاقة الاتية :

$$\text{Kinetic Energy (KE)} = (1/2)\ \text{mass (m)}\ (\text{velocity}\ (\upsilon))^2$$

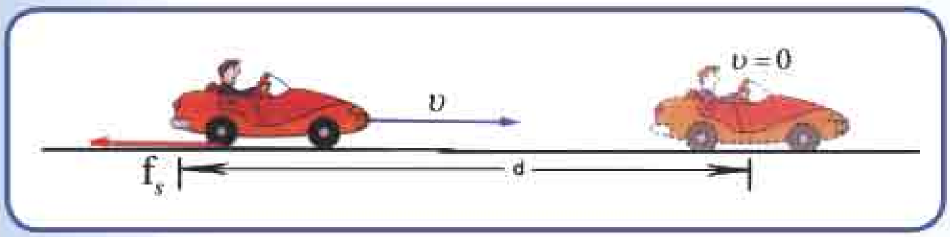
$$KE = (1/2)\, m\upsilon^2$$

وان وحدات الطاقة الحركية (KE) هي نفس وحدات الشغل وهي **Joule** .

مثال 5 سيارة كتلتها **2000Kg** تتحرك على ارض افقية . ضغط سائق السيارة على الكوابح حينما كانت تسير بسرعة **20m / s** فتوقفت بعد ان قطعت مسافة (**100m**) ، كما في الشكل(14) . جد ماياتي :

1) التغير في الطاقة الحركية . 2) الشغل الذي بذلته قوة الاحتكاك في ايقاف السيارة .

3) ما مقدار قوة الاحتكاك بين عجلات السيارة و الطريق على فرض انها بقيت ثابتة .



الشكل (14)

الحل/

1- التغير في الطاقة الحركية (ΔKE) = الطاقة الحركية النهائية $(KE)_f$

– الطاقة الحركية الابتدائية $(KE)_i$

$$\Delta KE = (KE)_f - (KE)_i$$

$$\Delta KE = 1/2\, m\upsilon_f^2 - 1/2\, m\upsilon_i^2$$

$$= (1/2)\, 2000 \times (0)^2 - (1/2)\, 2000\, (20)^2$$

$$= 0 - 1000 \times 400$$

$\Delta KE = -400\,000\ J$ مقدار التغير في الطاقة الحركية

2- الشغل الذي بذلته قوة الاحتكاك (W) = التغير في الطاقة الحركية (ΔKE)

$$W = -400\,000\ J$$

3- الشغل الذي بذلته قوة الاحتكاك ($f_s x \cos\Theta$) = التغير في الطاقة الحركية (ΔKE)

$$\Delta KE = f_s x \cos\Theta$$

$$\Theta = 180^o, \cos(180)^o = -1$$

$$KE = f_s x \cos 180$$

$$400000 = f_s \times 100 \times (-1)$$

$$f_s = -400000 / -100$$

$= 4000\ N$ (قوة الاحتكاك)

b- الطاقة الكامنة Potential Energy

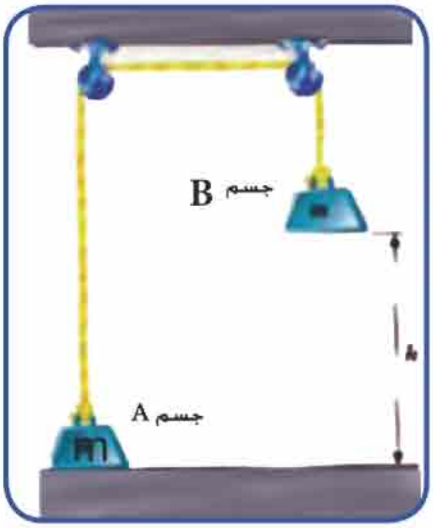
عند دراستنا السابقة لاحظنا بعض الاجسام يمكن ان تبذل شغلا بفضل حركتها لكن هناك اجسام اخرى تستطيع ان تبذل شغلا بسبب كمية الطاقة المخزونة في الجسم ، فما المقصود بالطاقة الكامنة (المخزونة)؟ الطاقة الكامنة هي كمية الطاقة المخزونة في الجسم التي يمكن ان تنجز شغلا متى ما اريد لها ذلك . و تقسم على النحو التالي :

الطاقة الكامنة
Potential Energy

- الطاقة الكامنة التثاقلية (الوضعية) Gravitational Potential Energy
- الطاقة الكامنة للمرونة Elastic Potential Energy

الطاقة الكامنة التثاقلية Gravitational Potential Energy

وهي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب قوى الجاذبية فمثلا النظام المبين في الشكل (15) يمثل بكرتين مهملتين الاحتكاك والوزن تحملان جسمين متساويين بالكتلة و لنفرض ان وزن كلا منهما **mg** فاذا دفع الجسم ***B*** دفعة صغيرة الى الاسفل فانه سوف يبدأ بالسقوط ببطئ بأتجاه الارض بسرعة ثابتة المقدار و سوف يبدأ الجسم ***A*** في الارتفاع الى الاعلى في الوقت نفسه الذي ينزل فيه الجسم ***B*** الى الاسفل، فاذا كان الجسم ***B*** مثلا قد هبط مسافة ***h*** الى الاسفل فان الجسم ***A*** قد ارتفع المسافة نفسها ***h*** عن الارض . فما مقدار الشغل المبذول بوساطة



الشكل (15)

الحبل على الجسم ***A*** عند رفعه من سطح الارض بسرعة ثابتة المقدار؟ إذ ان الشد في الحبل يساوي وزن الجسم **A** وهو **mg** فان الشغل المبذول بوساطة الحبل طبقا لتعريف الشغل :

$$W = mg \, . \, h$$

بما ان الجسم ***B*** يشد الجسم ***A*** الى الاعلى لذا فهو يبذل شغلا مقداره **mg . h** ، إذ ان ***h*** هي المسافة التي يسقط منها الجسم ***B*** ، لذا فان الجسم ***A*** يكتسب مقدارا من الطاقة يساوي الشغل المبذول عليه، اي ان الجسم ***A*** في موضعه الجديد يختزن طاقة ، ولان الجسم اكتسب هذه الطاقة عندما رفع الى

اعلى ضد الجاذبية، فان الطاقة التي يختزنها تسمى

(الطاقة الكامنة التثاقلية) (طاقة الوضع) وتساوي الشغل الذي بذل على الجسم ضد الجاذبية. اي ان الطاقة الكامنة التثاقلية (GPE) تعطى بالعلاقة الاتية : -

Gravetational Potential Energy (GPE) =

mass (m) × gravity acceleration (g) × vertical hight (h)

$$GPE = m \times g \times h$$

وتقاس الطاقة الكامنة التثاقلية في النظام الدولي بوحدات الشغل نفسها وهي الجول Joule لذا تقدر الطاقة الكامنة التثاقلية بالنسبة لمستوى معين بحاصل ضرب وزن الجسم بالارتفاع الشاقولي.

هل تعلم ؟

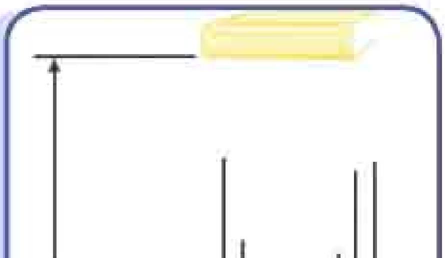
الشكل (16)

إن مياه الشلالات تمتلك طاقة كامنة من جراء وضعها المرتفع لذا عند سقوطها الى مستواها الاصلي تستطيع انجاز شغل بسبب وزنها فتدوّر التوربينات وتشغل المولدات.

مثال 6

احسب التغير في الطاقة الكامنة التثاقلية في مجال الجاذبية الارضية لكتاب كتلته **3kg** عند سطح الارض وعلى ارتفاع **2m** عن سطح الارض .

اعتبر ان $g = 10m/s^2$.



الشكل (17)

الحل/

نختار اولاً مستوى الإسناد الذي تُعدُّ الطاقة الكامنة التثاقلية عنده تساوي صفراً وليكن سطح الارض اي عند $h = 0$ ثم نحسب الطاقة الكامنة في الموقعين المشار اليهما ؟

الطاقة الكامنة عند مستوى الارض (المستوى القياسي) (GPE_1) تعطى بـ :-

$$GPE_1 = mgh$$
$$GPE_1 = 3\times10\times0$$
$$GPE_1 = 0$$

اما الطاقة الكامنة على ارتفاع **2m** GPE_2 عن المستوى القياسي تعطى بـ :-

$$GPE_2 = mgh$$
$$GPE_2 = 3\times10\times2$$
$$GPE_2 = 60J$$

ثم نحسب التغير في الطاقة الكامنة للجسم **ΔGPE** عن المستوى الأفقي كالاتي:

$$\Delta GPE = GPE_2 - GPE_1$$
$$= 60 - 0$$
$$= 60J$$

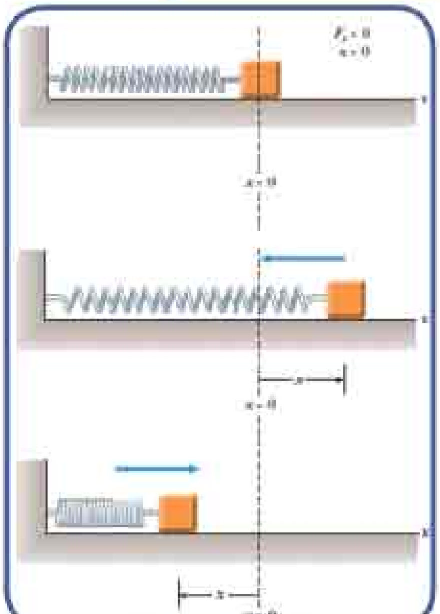
سؤال

أعد حل المثال السابق على افتراض ان مستوى الإسناد على ارتفاع **2m** واثبت ان التغير في الطاقة الكامنة التثاقلية يساوي القيمة نفسها **60J** وبذلك تحقق من ان التغير في الطاقة الكامنة لا يعتمد على اختيار مستوى الإسناد .

الطاقة الكامنة للمرونة Elastic Potential Energy

من الأمثلة المهمة على شغل تنجزه قوى متغيرة المقدار الشغل الذي تنجزه قوة النابض . ويبين الشكل نابضا مهمل الكتلة موضوعاً على سطح أفقي أملس (مهمل الاحتكاك) ، ومثبت من طرفه بحائط شاقولي ومربوط من الطرف الاخر بكتلة (m) . فعند التاثير فيه بقوة تحدث له ازاحة على شكل استطالة او انضغاط، مقدارها x ، فان قوة تنشأ عن النابض تساوي القوة الخارجية مقدارا وتعاكسها اتجاها .

وأن الطاقة الكامنة للمرونة (EPE) في هذه الحالة تعرف بالعلاقة الاتية :



الشكل (18)

Elastic potential Energy (EPE)=1/2 [spring constant(K)] × (change in spring's length)(x^2)
$$EPE = \frac{1}{2} Kx^2$$

اذ ان :

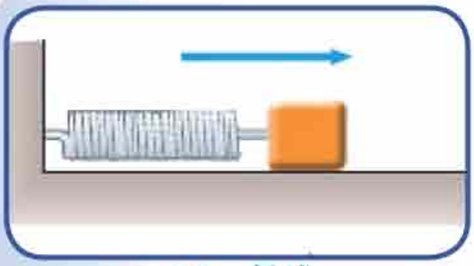
K ثابت النابض ويقاس بوحدات N/m .

x مقدار التغير في طول النابض .

وان وحدات الطاقة الكامنة للمرونة هي الجول (**Joule**) .

مثال 7

نابض معدني ثابت القوة فيه $200N/m$ ثبت احد طرفيه بجدار شاقولي و وصل طرفه الاخر بجسم كتلته **2kg** موضوع على سطح افقي املس لاحظ الشكل (19) كبس النابض ازاحة مقدارها **0.2m** ما اقصى انطلاق يكتسبه الجسم عند ازالة القوة الكابسة عنه ؟



الشكل (19)

الحل/

Elastic Potential Energy (EPE) = Kinetic Energy (KE)

$$\Delta EPE = \Delta KE$$

$$\frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} m\upsilon^2$$

$$\frac{1}{2}(200)(0.2)^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times \upsilon^2$$

$$\upsilon^2 = 4$$

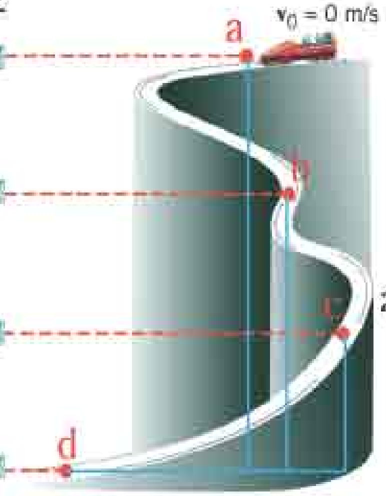
انطلاق الجسم $\upsilon = 2m/s$

5-5 حفظ الطاقة الميكانيكية Conservation of Mechanical Energy

لقد تبين لنا ان الاجسام قد تمتلك طاقة كامنة او طاقة حركية ، وقد تتسائل : هل يمكن للجسم ان يمتلك طاقة كامنة وطاقة حركية في الوقت نفسه ؟ وهل يمكن ان تتحول الطاقة الكامنة الى طاقة حركية، او بالعكس ؟ .

كي تتوصل الى الاجابة تامل الشكل (20) الذي يبين الطاقة التي يمتلكها جسم عند نقاط مختلفة في اثناء نزوله (باهمال مقاومة الهواء والإحتكاك) ثم اجب عن الاسئلة التالية :

KE	PE	E=KE+PE
0 J	600 000 J	600 000 J
200 000 J	400 000 J	600 000 J
400 000 J	200 000 J	600 000 J
600 000 J	0 J	600 000 J



الشكل (20)

1- عند اي نقطة تكون للطاقة الكامنة قيمة عظمى ؟ ولماذا ؟

2- عند اي نقطة تكون للطاقة الحركية قيمة عظمى ؟ ولماذا ؟

3- كيف تصف التغير في الطاقة الكامنة والطاقة الحركية في اثناء حركة الجسم؟

4- جد حاصل جمع الطاقة الكامنة والطاقة الحركية عند كل نقطة ؟ ماذا تلاحظ؟ ماذا تمثل الاجابة ؟

تعد الحالة التي يبينها الشكل (20) مثالا على حفظ الطاقة الميكانيكية (E_{mech}) ، اي ان الطاقة يمكن ان تتحول من شكل الى آخر ، ولكن في اي عملية من عمليات تحول الطاقة يكون ما يتحول من احد اشكال الطاقة مساويا لما ينتج عن الاشكال الاخرى ، بحيث يبقى المقدار الكلي للطاقة ثابتاً ، أي أن:

Mechanical Energy (E_{mech}) = Potential Energy (PE) + Kinetic Energy (KE)
$E_{mech} = PE + KE$

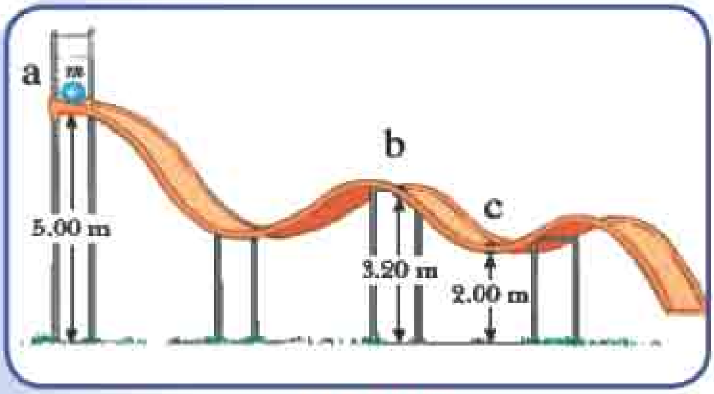
ويسمى مجموع الطاقة الكامنة والطاقة الحركية لنظام محافظ في موقع ما ، بالطاقة الميكانيكية E_{mech} اي ان :

الطاقة الميكانيكية في الموقع الابتدائي = الطاقة الميكانيكية في الموقع النهائي

$(KE_i + PE_i)$ $\qquad$ $(KE_f + PE_f)$

وتسمى المعادلة أعلاه (قانون حفظ الطاقة الميكانيكية) .

مثال 8 إنزلقت كرة كتلتها 5kg من السكون من نقطة (a) عبر مسار مهمل الإحتكاك كما في الشكل (21) . أحسب سرعة الكرة عند النقطتين b, c علماً أن التعجيل الأرضي يساوي $10m/s^2$.



الشكل (21)

الحل/

نختار أولاً مستوىً مرجعياً نفترض عنده الطاقة الكامنة في مجال الجاذبية تساوي صفراً ، وليكن مستوى سطح الارض . ولحساب سرعة الكرة عند النقطة b ، نطبق قانون حفظ الطاقة الميكانيكية بين الموقعين a , b .

الطاقة الميكانيكية في الموقع الابتدائي = الطاقة الميكانيكية في الموقع النهائي

$$KE_f + PE_f = KE_i + PE_i$$

$$(1/2)\, m\upsilon_b^2 + (mgh)_b = (1/2)\, m\upsilon_a^2 + (mgh)_a$$

$$(1/2) \times 5 \times \upsilon_b^2 + 5 \times 10 \times 3.2 = 0 + 5 \times 10 \times 5$$

$$2.5\upsilon_b^2 + 160 = 250 \Rightarrow \upsilon_b^2 = 36 \quad \Rightarrow \upsilon_b = 6\ m/s$$

سرعة الكرة عند الموقع (b) تساوي 6 m/s أمّا السرعة عند النقطة C فنحسبها بتطبيق قانون حفظ الطاقة بين الموقعين C , b

$$KE_c + PE_c = KE_b + PE_b$$

$$(1/2)\, m\upsilon_c^2 + (mgh)_c = (1/2)\, m\upsilon_b^2 + (mgh)_b$$

$$(1/2) \times 5 \times \upsilon_c^2 + 5 \times 10 \times 2 = (1/2) \times 5 \times (6)^2 + 5 \times 10 \times 3.2$$

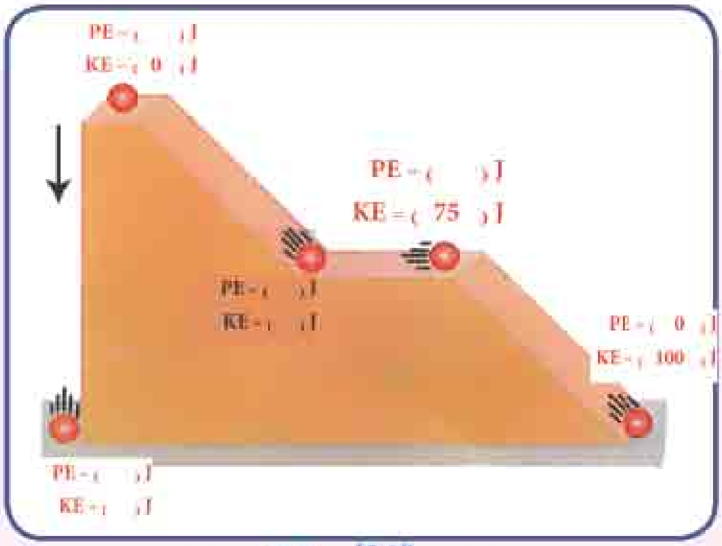
سرعة الكرة عند النقطة C $\qquad \upsilon_c = 7.746\ m/s$

؟ سؤال

يوضح الشكل (22) كرة موضوعة في اعلى سطح مائل (باهمال مقاومة الهواء والاحتكاك) املأ الفراغات في الشكل في الحالات الاتية :-

1- سقوط الكرة سقوطا حرا .

2- حركة الكرة على المستوي المائل .



الشكل (22)

5 - 6 الشغل المبذول بوساطة القوى غير المحافظة
work done by Non conservative Forces

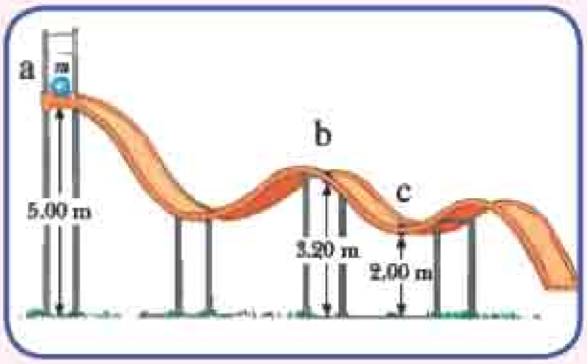
ان وجود قوى غير محافظة في نظام خاضع للجاذبية يسبب تغيرا في الطاقة الميكانيكية للنظام . وعلى هذا الاساس فان شغل القوى غير المحافظة يساوي التغير في الطاقة الميكانيكية للنظام وذلك على النحو الآتي :

Work done by Nonconserative forces $(W)_{nc}$	=	Change in the mechanical energy of the system $(E_f - E_i)$

$$W_{nc} = E_f - E_i$$

إذ أن (W_{nc}) هي شغل القوى غير المحافظة فاذا كان شغل القوى غير المحافظة سالبا، كما هو الحال في قوى الاحتكاك ومقاومة الهواء، فان ذلك يسبب نقصانا في الطاقة الميكانيكية للنظام اما اذا كانت القوى غير المحافظة تبذل شغلا موجبا، كما هو الحال عند استعمال المحركات والالات تحصل زيادة في الطاقة الميكانيكية للنظام .

سؤال ؟



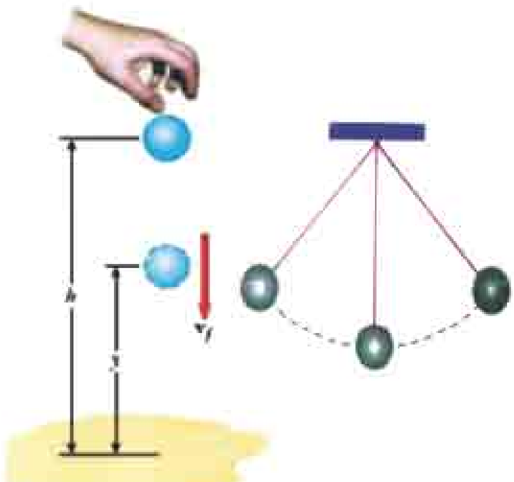
الشكل (23)

انزلقت كرة كتلتها **5kg** من السكون عند النقطة (**a**) على المسار المنحني كما مبين في الشكل (**23**) اذا علمت ان المسار مهمل الاحتكاك في الجزء من (**a**) الى (**b**) وخشن من (**b**) الى (**c**) جد مایاتي :-

1- سرعة الكرة عند النقطة (**b**) .

2- قوة الاحتكاك التي تتعرض لها الكرة في الجزء من (**b**) الى (**c**) ، اذا علمت انها توقفت عند النقطة (**c**) بعد قطعها مسافة **10m** من النقطة (**b**) .

5 - 7 قانون حفظ الطاقة : -


الشكل (24)

خلال دراستك – عزيزي الطالب - تعرفت ان للطاقة صورا متعددة فمثلا عند سقوط جسم باتجاه الارض (حجرا مثلا) ,فانه يمتلك لحظة سقوطه على الارض طاقة حركية لاحظ شكل(24) ولكن من الملاحظ ان الجسم يسكن بعد اصطدامه الارض ، اي تصبح طاقته الحركية صفراً فضلاً عن طاقته الكامنة (في حالة اختيار مستوى الاسناد هو الارض) فين ذهبت الطاقة ؟ كذلك لو علقت بندولا بسيطا وراقبت حركته لمدة كافية فتلاحظ ان ارتفاعه سيتناقص تدريجيا وفي النهاية سيتوقف فاين ذهبت طاقته؟

وعلى هذا الاساس فان ما يتحول اي شكل من أشكال الطاقة يكون مساوياً لما ينتج عن الاشكال الاخرى، بمعنى ان الطاقة تكون دائما محفوظة. وهذه العملية تستند على واحد من أهم القوانين في الطبيعة ألا وهو قانون حفظ الطاقة الذي ينص :-

> الطاقة لاتفنى ولا تستحدث ولكن يمكن تحويلها من صورة الى أخرى اي ان المجموع الكلي للطاقة في الكون يبقى ثابتا .

5 - 8 الزخم الخطي والدفع Linear Momentum and Impulse

تسمى الكمية الناجمة عن حاصل ضرب كتلة الجسم و سرعته ، الزخم الخطي و يمثل له بالعلاقة الاتية:

Linear Momentum (P) = Mass (m) × Velocity ($\vec{\upsilon}$)
$\vec{P} = m\vec{\upsilon}$

و الزخم: هو كميه متجه تكون دوما باتجاه سرعة الجسم، وقد اطلق عليها العالم نيوتن اسم كمية الحركة (Quantity of motion) .

ويتوقف مقدار الزخم على كتلة الجسم وسرعته ، فلو ان سيارتين متساويتان في الكتلة وسرعة احداهما ضعف سرعة الاخرى ، فمن السهولة ايقاف السيارة ذات السرعة القليلة لأن زخمها صغير ولكن من الصعب جدا ايقاف السيارة ذات السرعة الاكبر لأن زخمها كبيراً ومن الجدير بالذكر ان زخم الجسم يتضاعف عندما تتضاعف كتلته . ان وحدة قياس الزخم هي kg . m / sec . تصور جسما متحركا كتلته m وتؤثر فيه قوة F لفترة زمنية معينه فتغير سرعته من $\vec{\upsilon}_i$ الى $\vec{\upsilon}_f$ كما في الشكل (25) :

الشكل (25)

ولما كان : -

$$\vec{a} = (\vec{\upsilon}_f - \vec{\upsilon}_i)/t$$
$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$\vec{F} = m(\vec{\upsilon}_f - \vec{\upsilon}_i)/t$$
$$\vec{F}t = m\vec{\upsilon}_f - m\vec{\upsilon}_i$$

$(\vec{F} \times t)$ يمثل كمية فيزيائية تسمى دفع القوة، ويعد الدفع مقياسا للقوة المؤثرة في جسم مضروبة بالمدة الزمنية التي تؤثر بها القوة في الجسم .

ومن الجدير بالذكر ان القوة $\vec{F}$ هي القوة المحصلة المؤثرة في جسم او نظام يتكون من جسيمات متعددة، ومنها نلاحظ ان الجسم اذا اثرت فيه قوة لمدة زمنية معينة، فأن ذلك يؤدي الى تغيير زخمه.

مثال 9

سيارة كتلتها $(1200kg)$ احسب :

a) زخمها حينما تتحرك بسرعة $(20m/s)$ شمالاً .

b) زخمها اذا توقفت عن الحركة ثم تحركت نحو الجنوب بسرعة $(40m/s)$.

c) التغير في زخم السيارة في الحالتين السابقتين .

الحل/

$$\text{Linear Momentum } (\vec{P}) = \text{Mass } (m) \times \text{Velocity } (\upsilon)$$

$$\vec{P} = m\vec{\upsilon}$$

الزخم شمالاً $a)\ P_i = m\,\upsilon_i = 1200 \times 20 = 24 \times 10^3\ kg.m/s$

الزخم جنوباً $b)\ P_f = m\,\upsilon_f = 1200 \times 40 = 48 \times 10^3\ kg.m/s$

c) change in Momentum P = Final Momentum p_f – intial Momentum P_i

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_i$$

$$\Delta P = 48 \times 10^3 - 24 \times 10^3$$

$$\Delta P = 24 \times 10^3\ kg.m/s$$ التغير في الزخم جنوباً

مثال 10

اصطدمت سيارة كتلتها $1200kg$ و مقدار سرعتها $20m/s$ بشجرة وتوقفت بعد ان قطعت مسافة $1.5m$ بزمن قدره $0.15s$ جد مقدار القوة المتوسطة في إيقاف الشجرة للسيارة ؟

الشكل (25)

الحل/

$$\text{impulse } (\vec{F}t) = \text{change in momentum} (\vec{P})$$

$$\vec{F}.t = m\,(\vec{\upsilon}_f - \vec{\upsilon}_i)$$

$\upsilon_i = 20\ m/s$ لانها توقفت عن الحركة $\upsilon_f = 0\ m/s$

$$F \times 0.15 = 1200\,(0 - 20)$$

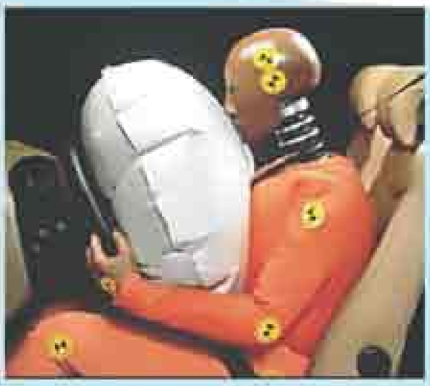
$$F = -24000 / 0.15$$

$$F = -16 \times 10^4 N$$

وتمثل $\vec{F}$ القوة المتوسطة لإيقاف الشجرة للسيارة. وتدل الاشارة السالبة على ان القوة تؤثر باتجاه معاكس لإتجاه الحركة.

هل تعلم ؟

يلجأ مصمموا السيارات على التقليل من اثار الحوادث على ركابها وذلك بجعل فترة تاثير القوة المؤثرة في الاجسام الموجودة فيها طويلة نسبيا. وتعمل الوسادة الهوائية (airbag) لاحظ الشكل(26) على تقليل تاثير القوة في الاجسام اثناء التصادم فتزداد الفترة الزمنية اللازمة لايقاف جسم السائق والركاب عن الحركة.



الشكل (26)

5 - 9 حفظ الزخم الخطي Conservation of linear Momentum

لقد عرفنا ان التغيير في زخم نظام ما يساوي الدفع الذي يتلقاه بفعل محصلة القوى الخارجية في مدة تاثيرها . فاذا كانت محصلة القوى الخارجية تساوي صفراً ، بمعنى ان النظام معزول ميكانيكياً فيمكننا كتابة معادلة الزخم الخطي والدفع كما ياتي :

$$\text{impulse } \sum \vec{F}t = \text{change in momentum}(\vec{P})$$

اي ان الزخم قبل التصادم $(m\vec{\upsilon}_i)$ = الزخم بعد التصادم $(m'\vec{\upsilon}_f)$

اذ ان :

m' = الكتلة بعد التصادم

m = الكتلة قبل التصادم

$$\sum \vec{F}t = m'\vec{\upsilon}_f - m\vec{\upsilon}_i$$

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$0 = m'\vec{\upsilon}_f - m\vec{\upsilon}_i$$

$$m'\vec{\upsilon}_f = m\vec{\upsilon}_i$$

تسمى المعادلة اعلاه قانون (حفظ الزخم الخطي) وينص على :-

اذا كانت محصلة القوى المؤثرة في النظام تساوي صفرا فان الزخم الخطي الكلي للنظام يبقى محفوظا .

مثال 11

شاحنة كتلتها $3 \times 10^4 kg$ متحركة بسرعة $10 m/s$ تصادمت مع سيارة كتلتها $1200 kg$ تتحرك في الاتجاه المضاد بسرعة $25 m/s$ فاذا التصقت السيارتان بعد التصادم باية سرعة تتحرك المجموعة ؟

الحل/ نفرض ان سرعة المجموعة بعد التصادم = $\vec{\upsilon}_{total}$

وان كتلة المجموعة = $m_1 + m_2$

الزخم الكلي قبل التصادم = لزخم الكلي بعد التصادم

كتلةالشاحنة (m_1) × سرعةالشاحنة (υ_1) + كتلة السيارة (m_2) ×سرعة السيارة (υ_2)

= كتلة المجموعة $(m_1 + m_2)$ × سرعة المجموعة (υ_{total})

$$m_1 \times \upsilon_1 + m_2 \times \upsilon_2 = (m_1 + m_2) \times \upsilon_{total}$$

$$3 \times 10^4 (10) + 1200(-25) = (30000 + 1200) \times \upsilon_{total}$$

ان سرعة السيارة باشارة سالبة لانها بعكس اتجاه حركة الشاحنة

$$\upsilon_{total} = (300000 - 30000) / 31200$$

مقدار سرعة المجموعة بعد التصادم مباشرة $= 270000 / 31200 = 8.65 m/s$

انواع التصادمات Types of Collisions

هناك ثلاث انواع من التصادمات هي :-

a- التصادم المرن التام Perfectly Elastic Collision

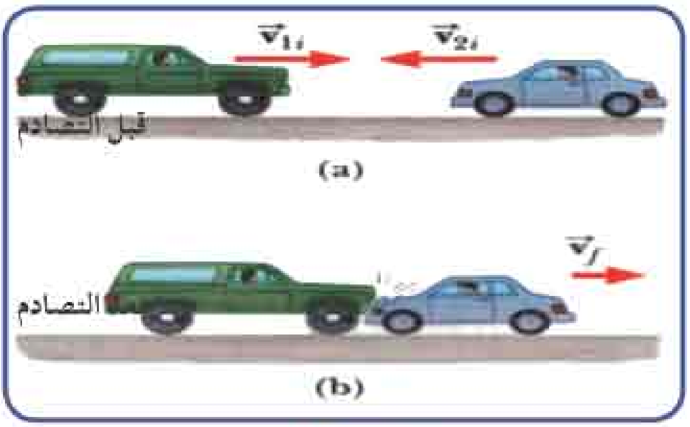
وهو النظام الذي يتميز بان طاقته الحركية قبل التصادم تساوي الطاقة الحركية له بعد التصادم اي ان :

الطاقة الحركية قبل التصادم = الطاقة الحركية بعد التصادم

هذا النوع من التصادمات لا يصاحبه فقدان في الطاقة الحركيه للنظام .

b- التصادم عديم المرونة (غير مرن كليا) erfectly Inelastic Collision

ويمتاز هذا النوع من التصادمات بكون الطاقة الحركية للنظام غير محفوظة اذ يصاحبه نقص كبير في الطاقة الحركية ،ويمتاز بأن الجسمين المتصادمين يلتحمان دوماً بعد التصادم ، لاحظ الشكل(29) .



الشكل (29)

c- التصادم غير المرن Inelastic Collision

وفيه لاتلتحم الاجسام معا، بل تبقى منفصلة ويكون مصحوبا بنقص في الطاقة الحركية مثل تصادم كرات البولنك لاحظ شكل (30) .

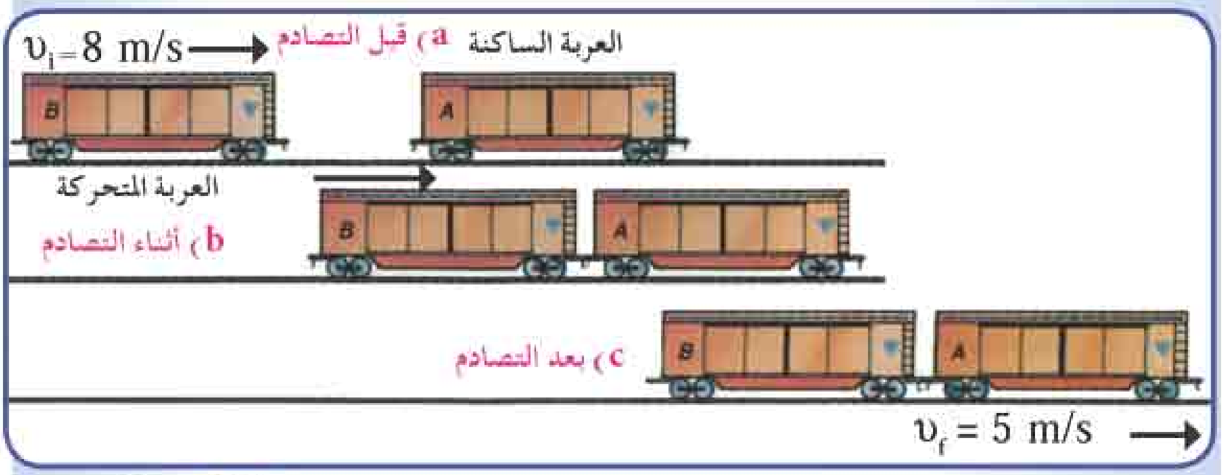

الشكل (30)

فكر :

- الزخم الخطي للنظام محفوظا مهما كان نوع التصادم .
- تصنف التصادمات تبعا للتغير الحادث في الطاقة الحركية للنظام .

مثال 12

اذا كانت ماكنة قطار كتلتها $2.5\times10^4\,kg$ تتحرك بسرعة $8m/s$ كما في الشكل (31) إصطدمت بعربة ساكنة كتلتها $1.5\times10^4\,kg$ ، وتتحركان معا بالاتجاه نفسه بسرعة $5m/s$ ، احسب التغير في الطاقة الحركية للنظام .



الشكل (31)

الحل /

الطاقة الحركية بعد التصادم = KE_f

الطاقة الحركية قبل التصادم = KE_i

التغير في الطاقة الحركية = الطاقة الحركية بعد التصادم ـ الطاقة الحركية قبل التصادم

(ΔKE) (KE_f) (KE_i)

$$KE_i = 1/2\, m_1 \upsilon_i^2 + 1/2\, m_2 \times \upsilon_i^2$$

$$KE_i = 1/2 \times 2.5 \times 10^4 \times 8^2 + 0$$

$$KE_i = 80 \times 10^4\, J$$ الطاقة الحركية قبل التصادم

υ_{total} تعني السرعة النهائية المشتركة للقاطرتين

$$KE_f = 1/2\,(m_1 + m_2)\,\upsilon^2_{total}$$

$$KE_f = 1/2\,(2.5 \times 10^4 + 1.5 \times 10^4)(5)^2$$

$$KE_f = 1/2\,(4 \times 10^4) \times 5^2$$

$$KE_f = 50 \times 10^4\, J$$ الطاقة الحركية بعد التصادم

التغير في الطاقة الحركية للنظام

$$\Delta KE = KE_f - KE_i$$

$$= 50 \times 10^4 - 80 \times 10^4$$

$$\Delta KE = -30 \times 10^4\, J$$ من ذلك نستنتج ان التصادم هنا غير مرن

س1/ اختر العبارة الصحيحة لكل من العبارات التالية :

اعتبر $g = 10\ m/s^2$

1) صبي كتلته (40kg) يصعد سلماً إرتفاعه الشاقولي 5m في زمن 10s فان قدرته :-

a) 20 W .
b) 200 W .
c) 0.8 W .
d) 2×10^4 W .

2) تطبيقاً لقانون حفظ الطاقة فأن الطاقة:

a) تستحدث ولا تفنى .
b) تفنى ولا تستحدث
c) تفنى وتستحدث .
d) لا تفنى ولا تستحدث

3) انجز جسم قدرة (1hp) عند الانطلاق الاني 3m/s فان مقدار اقصى قوة هي :

a) 248.7 N .
b) 2238 N .
c) 2613 N .
d) 3600 N .

4) إحدى الوحدات التالية ليست وحدة للقدرة

a) Joule-second .
b) Watt .
c) N.m/s .
d) hp .

5) لحفظ مركبة متحركة بانطلاق υ يتطلب قوة F ضد الاحتكاك فالقدرة التي تحتاجها

a) $F.\upsilon$.
b) $\frac{1}{2} F\upsilon^2$
c) F/υ
d) F/υ^2

6) جسم كتلته (1kg) يملك طاقة كامنة تثاقلية (1J) نسبة الى الارض عندما يكون ارتفاعه الشاقولي

a) 0.012 m
b) 0.1m
c) 9.8 m
d) 32 m

7) جسم وزنه (10N) يسقط من السكون من موضع ارتفاعه الشاقولي (2m) فوق سطح الارض فان مقدار سرعته لحظة اصطدامه بسطح الارض تكون : -

a) $400\ m/s$ b) $20\ m/s$

c) $10\ m/s$ d) $\sqrt{40}\ m/s$

8) الذي لا يتغير عندما يصطدم جسمان او اكثر هو

a) الزخم الخطي لكل منهم. b) الطاقة الحركية لكل منهم.

c) الزخم الخطي الكلي للاجسام. d) الطاقة الحركية الكلية للاجسام .

9) عندما يصطدم جسمان متساويان بالكتلة فالتغير بالزخم الكلي:

a) يعتمد على سرعتي الجسمين المتصادمين.

b) يعتمد على الزاوية التي يصطدم بها الجسمان.

c) يساوي صفر .

d) يعتمد على الدفع المعطى لكل جسم متصادم.

مسائل الفصل الخامس

س1/

سقط جسم كتلته 2kg من ارتفاع قدره 10m على ارض رملية و استقر فيها بعد ان قطع 3cm شاقوليا داخل الرمل ، ما متوسط القوة التي يؤثر بها الرمل على الجسم ؟ على فرض اهمال تاثير الهواء .

س2/

انزلقت سيارة كتلتها 1250kg فوصلت الى حالة السكون بعد ان قطعت مسافة 36m ما مقدار قوة الاحتكاك بين اطاراتها المنزلقة الاربع و سطح الطريق اذا كان معامل الاحتكاك الانزلاقي 0.7 ؟ ما مقدار الشغل الذي بذلته قوة الاحتكاك على السيارة ؟

س3 /

دفع صندوق شحن كتلته 80kg مسافة 3.5m الى أعلى سطح مائل ,يفترض انه مهمل الاحتكاك , يميل بزاوية قدرها °37بالنسبة للافق . ما مقدار الشغل المبذول في دفع صندوق الشحن ؟ أفرض إن صندوق الشحن يدفع بسرعة ثابتة المقدار .

س4 /

ما مقدار القدرة بالواط اللازمة لدفع عربة تَسوّق محملة بقوة افقية قدرها 50N مسافة افقية مقدارها 20m خلال 5s ؟

س5 /

قوة احتكاك مقدارها 20N تؤثر في صندوق كتلته 6kg ينزلق على ارضية افقية. ما مقدار القدرة اللازمه لسحب الصندوق على الارضية بسرعة ثابتة قدرها 0.6m / s ؟

س6 /

يستطيع جرار شد مقطورته بقوة ثابتة مقدارها 12000N عندما تكون سرعته 2.5m / s . ما قيمة قدرة الجرار بالواط و القدرة الحصانية تحت هذه الشروط؟

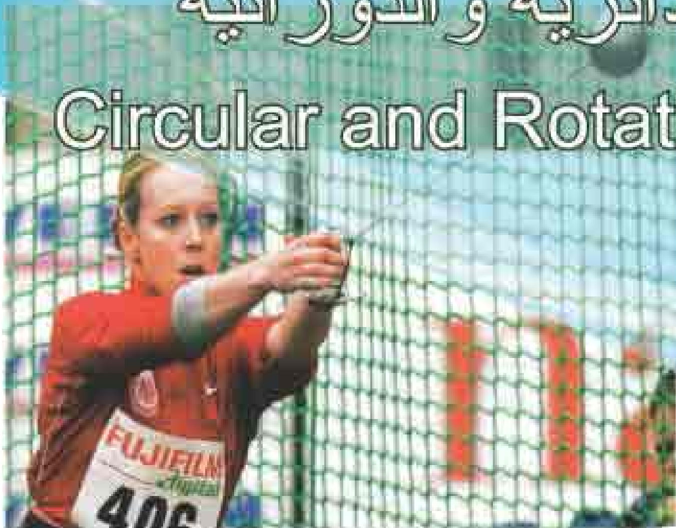
س7 /

بينما كان احد لاعبي كرة القدم كتلته 90kg يجري بسرعة قدرها 6m / s قام لاعب من الفريق الاخر بشده من الخلف فتوقف بعد ان قطع مسافة قدرها 1.8m .

(a) ما مقدار متوسط القوة التي سببت ايقاف اللاعب؟

(b) ما الزمن الذي استغرقه اللاعب ليتوقف تماما ؟

6 الفصل السادس
الحركة الدائرية والدورانية
Circular and Rotational Motion



مفردات الفصل

المصطلحات العلمية..

الحركة الدائرية المنتظمة	Uniform Circular Motion
التعجيل	Acceleration
التعجيل المركزي	Centripetal Acceleration
التعجيل المماسي	Tangential Acceleration
القوة المركزية	Centripetal Force
قوة الاحتكاك	Frictional Force
زمن الدورة	Time Period
مجال الجاذبية الأرضي	Earth Gravitational Field
الوزن الظاهري (الوزن المؤثر)	Apparent weight (Effective weight)
التعجيل الزاوي	Angular Acceleration
الزخم الزاوي	Angular Momentum

الاهداف السلوكية

بعد دراسة الفصل ينبغي أن يكون الطالب قادراً على أن :

- يعرف الحركة الدائرية.
- يعلل إكتساب الجسم الجاسئ الذي يتحرك حركة دائرية تعجيلاً مركزياً.
- يميّز بين التعجيل الزاوي والتعجيل الخطي.
- يعد القوى المؤثرة علي شخص في مصعد متحرك الي الأعلى والأسفل.
- يعرّف الحركة الدورانية لجسم جاسئ.
- يقارن بين معادلات الحركة الخطية ومعادلات الحركة الزاوية ذات التعجيل المنتظم.
- يذكر المفاهيم التي يعتمد عليهم عزم القصور الذاتي.
- يوضح مفهوم القصور الذاتي لجسم.

6 الحركة الدائرية والدورانية
Circular and Rotational Motion

6 - 1 الحركة الدائرية :-

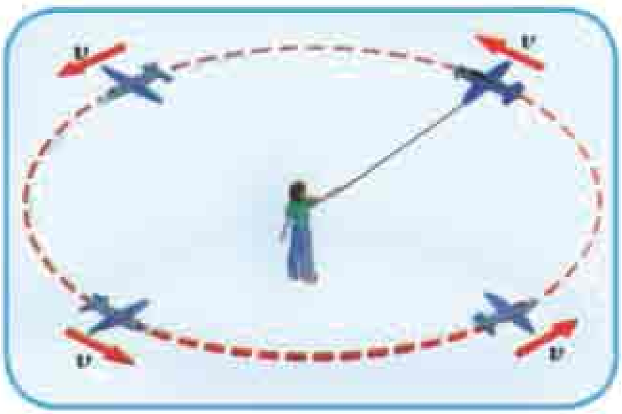
عند دوران جسم جاسيء (وهو جسم غير قابل للتشويه والتشكيل بتأثير القوى و العزوم الخارجية) حول محور ثابت فأن إي جسيم فيه يبعد ببعد معين عن محور الدوران يقال عن حركة هذا الجسيم أنها حركة دائرية مثل حركة فوهة إطار الهواء في عجلة الدراجة لاحظ الشكل (1) .

الشكل (1)

وحركة الشخص الجالس في دولاب الهواء الذي يدور بمستوى شاقولي الشكل (2) .

الشكل (2)

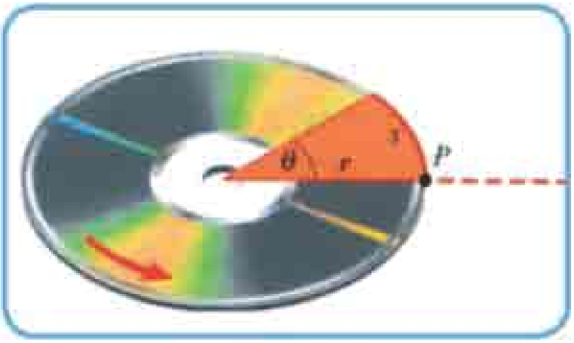
في حين الشكل (3) يوضح حركة الطائرة على مسار دائري بمستوي أفقي .



الشكل (3)

6 - 2 الإزاحة الزاوية والسرعة الزاوية Angular displacement and Angular Velocity

نجد صعوبة في وصف الحركة الدائرية بالاعتماد فقط على الكميات الخطية التي وردت في الفصل الثاني من هذا الكتاب ، لأن اتجاه حركة الجسم في الحركة الدائرية يتغير باستمرار لذلك يتم وصف الحركة الدائرية بدلالة زاوية دوران الجسيم (الإزاحة الزاوية) وهذا يعني ان كل نقطة من نقاط الجسم الجاسئ الذي يدور حول محور ثابت (باستثناء النقاط الواقعة على محور الدوران) . تدور بالزوايا نفسها في المدة الزمنية نفسها فالكميات الثلاث المهمة التي مرت بنا في الحركة الخطية [الازاحة الخطية $\Delta\vec{x}$، السرعة الخطية $(\vec{\upsilon})$ والتعجيل الخطي $(\vec{a})$] تناظرها في الحركة الزاوية كميات ثلاث [الازاحة الزاوية $(\Delta\vec{\theta})$ ، السرعة الزاوية $(\vec{\omega})$ والتعجيل الزاوي $\vec{\alpha}$] .



الشكل (4)

ولتحليل هذه الحركة يتطلب اختيار خط إسناد ثابت **reference line** لاحظ الشكل (4) فأذا فرضنا ان موقع الجسيم هو النقطة التي يمثلها الخط الاحمر عند اللحظة $(t = 0)$ وبعد مدة زمنية Δt ينتقل الخط الأحمر إلى موقع اخر وفي هذه المدة يدور الخط الاحمر بازاحة زاوية θ بالنسبة الى خط الاسناد بينما يقطع الجسيم مسافة مقدارها (S) على قوس الدائرة التي تمثل طول القوس المقطوع هذا الشكل يوضح أن الزاوية θ هي ازاحة زاوية وان (S) تمثل طول قوس الدائرة التي نصف قطرها (r) فيكون :

فتكون الإزاحة الزاوية = طول القوس \ نصف القطر

اي ان $\theta = \dfrac{S}{r}$

عندما يدور الجسيم دورة كاملة فان طول المسار (S) يساوي محيط الدائرة $(2\pi r)$ والازاحة الزاوية :

$$\boxed{\theta = \frac{S}{r} \quad ، \quad \theta = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi\,(rad)}$$

أي ان قياس θ خلال دورة كاملة تساوي $2\pi\,(radian)$.

6 3 العلاقة بين الانطلاق الخطي والانطلاق الزاوي

بما ان الانطلاق الخطي المتوسط هو المعدل الزمني للتغير في المسافة الخطية وان :

$$\upsilon_{avg} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

بما ان: $\Delta S = r\,\Delta\theta$

$$\upsilon_{avg} = r\left|\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right|$$

بما ان الانطلاق الزاوي المتوسط هو المعدل الزمني للتغير في مقدار الإزاحة الزاوية

إي ان :-

$$\omega_{avg} = \left|\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right|$$

فنحصل على

$$\upsilon_{avg} = r \times \omega_{avg}$$

او

$$\boxed{\upsilon = r \times \omega}$$

إي أن :

الانطلاق الخطي للجسيم = بعد الجسيم عن مركز الدوران × الانطلاق الزاوي للجسيم

وعندما يدور الجسيم دورة كاملة فان الانطلاق الخطي يساوي محيط الدائرة مقسوماً على زمن الدورة الواحدة (T) اي ان :-

$$\upsilon = \frac{2\pi r}{T}$$

فيكون :-

$$r \times \omega = \frac{2\pi r}{T}$$

وعندئذ نحصل على

$$\therefore \omega = \frac{2\pi}{T}$$

وبما ان التردد f يساوي ($1\backslash$ الزمن الدوري T) أي ان :- $f = \dfrac{1}{T}$

$$\therefore \omega = 2\pi f$$

تذكر

1 - اذا كانت السرعة الزاوية ω مقدرة بـ rev/s فتسمى بتردد الدوران (f)

2 - اذا كانت السرعة الزاوية ω مقدرة بـ rad/s فتسمى بالتردد الزاوي ω .

مثال 1 قرص يدور بسرعة زاوية (5400 rpm) احسب :

a/ التردد الزاوي وزمن الدورة الواحدة للقرص .

b/ اذاكان نصف قطر القرص(28cm)فماهو الانطلاق الخطي لجسيم يقع على محيط القرص

الحل /

عبارة (rpm): هي مختصر revolution per minute تعني (دورة \دقيقة).

a- نحول السرعة الزاوية من (rpm)الى (rev / s)

$$\omega = \frac{5400 \text{ revotion}}{\text{minute}} \times \frac{1\text{minute}}{60\text{second}}$$

$$\omega = \frac{5400 \text{ revotion}}{60\text{second}} \quad = 90\frac{\text{rev}}{\text{s}}$$

(تردد الدوران (f) يقدر بوحدة (هرتز Hz) أي ($\frac{\text{rev}}{\text{s}}$)

وان زمن الدورة الواحدة (T) يعطى بـ :-

$$f = \frac{1}{T}$$

$$90 = \frac{1}{T}$$

$$\therefore T = \frac{1}{90}\,\text{s}$$

b- لحساب الانطلاق الخطي للجسيم عند الحافة لدينا اولاً الانطلاق الزاوي (ω) :-

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi \times 90$$

$$\omega = 180\pi \ \text{rad/s}$$

وبما ان :- $\upsilon = \omega r$

$$\upsilon = 180\pi \times 0.28$$

$$\upsilon = 180 \times \frac{22}{7} \times 0.28$$

$$\upsilon = 180 \times 0.88$$

$\upsilon = 158.4$ m/s مقدار الإنطلاق

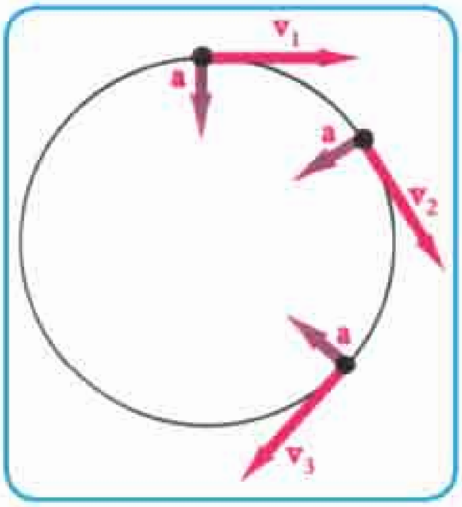
6 - 4 التعجيل المركزي والقوة المركزية :-

لو دورت كرة صغيرة مربوطة بأحد طرفي خيط غير قابل للاستطالة بمسار دائري بانطلاق ثابت وبمستوى افقي (يهمل تأثير الجاذبية الأرضية في الكرة لكي يقع الخيط في مستوى الدائرة) لاحظ الشكل (5).

الشكل (5)

نلاحظ إن اتجاه السرعة المماسية الآنية للكرة يتغير باستمرار في إثناء حركتها ونتيجة لهذا التغير في إتجاه السرعة المماسية بمعدل زمني لذا فهي تتحرك بتعجيل يسمى بالتعجيل المركزي ويرمز له (a_c) وعليه فأن التعجيل المركزي هو المعدل الزمني لتغير السرعة المماسية يكون مقداره ثابت ويتجه نحو مركز الدائرة وعمودياً على متجه السرعة المماسية الآنية. لاحظ الشكل (6a) فيكون :

$$a_c = \frac{\upsilon^2}{r}$$



الشكل (6a)

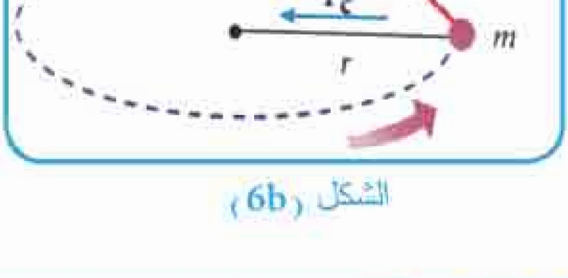
وبما أن كل جسم متحرك يمتلك قصوراً ذاتياً يحاول أن يحافظ على حركته بخط مستقيم . ولكي يتحرك الجسم على مسار دائري بإنطلاق ثابت لابد من تأثير محصلة قوى خارجية عمودية على متجه سرعته الآنية لكي تغير اتجاه سرعته المماسية ، ففي هذه الحالة تكون قوة الشد في الخيط (T) هي القوة التي تعمل على تغير اتجاه السرعة المماسية للكرة فتبقيها في مسارها الدائري وطبقاً للقانون الثاني

لنيوتن فان القوة المركزية F_c تعطى بالعلاقة :

$$F_c = m a_c$$

$$F_c = \frac{m\upsilon^2}{r} \quad , \quad \upsilon = r\omega$$

$$F_c = m r \omega^2$$



الشكل (6b)

ومن الجدير بالذكر ان القوة المركزية (F_c) لاتختلف عن أية قوة تمت دراستها من قبل ، فمثلاً تكون قوة الاحتكاك الشروعي بين إطارات السيارة وأرضية المنعطف هي القوة المركزية اللازمة لإبقاء السيارة في مسارها الدائري، وقوة الجذب بين الأرض والقمر هي القوة المركزية اللازمة لإبقاء القمر في مساره الدائري وقوة التجاذب الكهربائي بين النواة والإلكترون هي القوة المركزية اللازمة لإبقاء الإلكترون في مساره الدائري وغيرها .

تذكر :

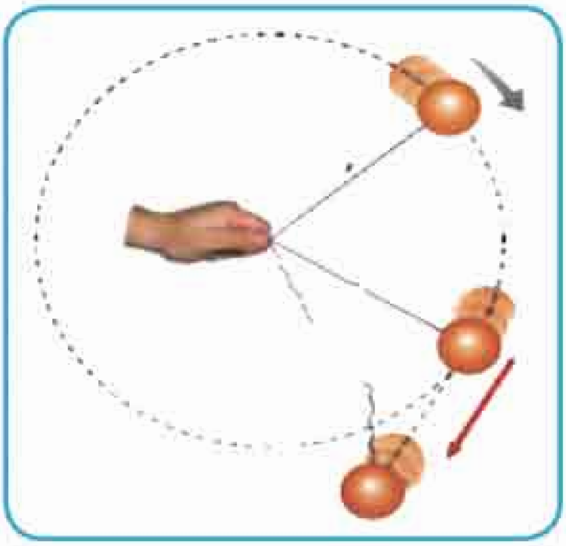
عندما يقضي جسم ما حركة دائرية منتظمة فان اتجاه سرعته المماسية الآنية يتغير باستمرار مع ثبوت انطلاقه لذا فان هذا الجسم يمتلك تعجيلا مركزياً عمودياً على متجه سرعته المماسية الآنية ومقداره ثابت .

زوال القوة المركزية :-

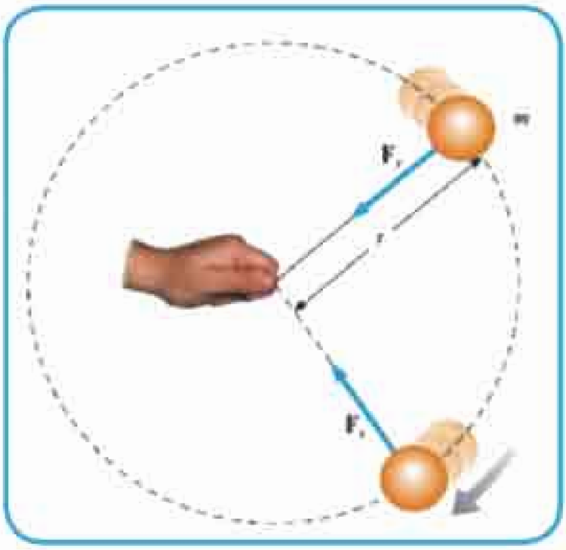
لو سأل سائل ماذا يعني زوال القوة المركزية المؤثرة في جسم يتحرك على مسار دائري بانطلاق ثابت ؟

للاجابة عن هذا التساؤل .... تأمل الآتي :

بما ان القوة المركزية (F_c) المؤثرة عمودياً على متجه السرعة المماسية الآنية للجسم هي التي تولد الحركة الدائرية المنتظمة فهي تعمل على تغيير اتجاه سرعته المماسية الآنية . وزوال القوة المركزية يعني توقفها عن التأثير ، لذا سينطلق الجسم بخط مستقيم باتجاه المماس لمساره الدائري من تلك النقطة و بالانطلاق الذي يمتلكه الجسم في تلك اللحظة ، وعندئذٍ يخضع الجسم للقانون الأول لنيوتن لاحظ الشكل (7) .



الشكل (7b)



الشكل (7a)

6 - 5 الحركة الدائرية غير المنتظمة :-

في الحالة التي يتحرك فيها جسم على مسار دائري بانطلاق متغير مع الزمن تسمى حركته بالحركة الدائرية غير المنتظمة والتي لا يكون فيها متجه التعجيل عمودياً على متجه السرعة المماسية الآنية للجسم ، وهذا يعني تعجيل الجسم (a) لا يتجه نحو مركز الدائرة في هذه الحالة وعندئذٍ يحلل متجه هذا التعجيل الى مركبتين متعامدتين احداهما مركبة عمودية على متجه السرعة المماسية الآنية تسمى بالتعجيل المركزي (a_c) والذي ينتج من حدوث تغير في اتجاه سرعة الجسم المماسية الآنية والأخرى موازية لمتجه السرعة المماسية الانية تسمى بالتعجيل المماسي (a_T) والذي ينتج عن حدوث تغييراً في مقدار سرعة الجسم لاحظ الشكل (8) .

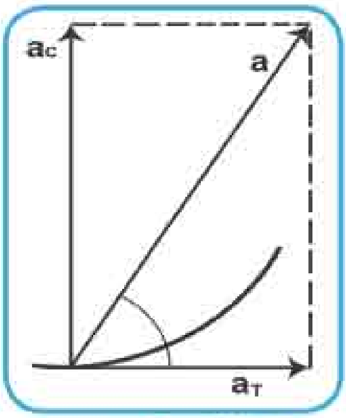
وبما أن متجه a_c عمودي على متجه a_T فان محصلتهما تحسب بتطبيق نظرية فيثاغورس كما يأتي:

$$a=\sqrt{a_c^2+a_T^2}$$

ولتعين اتجاه التعجيل المحصل نطبق الآتي :

$$\tan\theta=\frac{a_c}{a_T}$$

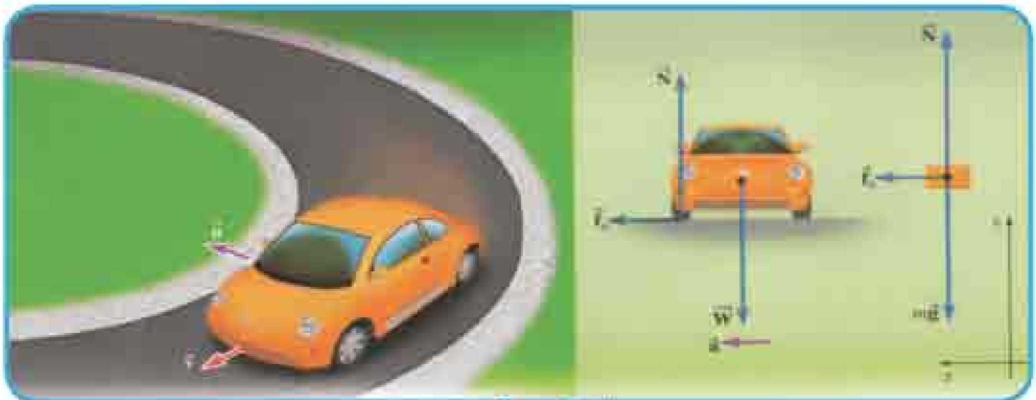
$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{a_c}{a_T}\right)$$



الشكل (8)

6 - 6 حركة المركبات على المنعطفات الافقية :-

عندما تتحرك مركبة على منعطف أفقي تكون القوة المركزية (F_c) المناسبة للاستدارة هي قوة الاحتكاك ألشروعي (f_s) بين اطارتها وأرضية المنعطف لاحظ الشكل (9) كما يأتي :-


الشكل (9)

$$f_S = F_c$$

$$f_s = \frac{m\upsilon^2}{r}$$

وان قوة الاحتكاك التي يوفرها الطريق يجب ان لاتزيد عن ($\mu_s N$) (μ_s هو معامل الإحتكاك الشروعي) ، اي ان :

$$\boxed{f_s \le \mu_s N}$$

إذ (N) هي قوة رد فعل ارضية المنعطف الافقي و العمودية على المركبة وتساوي وزن المركبة ($N = mg$) وهذا يعني :

$$\frac{m\upsilon^2}{r} \le \mu_s mg$$

فتكون :

$$\frac{\upsilon^2}{r} \le \mu_s g$$

$$a_c \le \mu_s g$$

وهذا يعني ان التعجيل المركزي (a_c) لايمكن ان يزيد عن ($\mu_s g$) .

وتكون سرعة الامان القصوى للسيارة في المنعطف من غير ان تجنح عن الطريق :-

$$\upsilon = \sqrt{\mu_s gr}$$

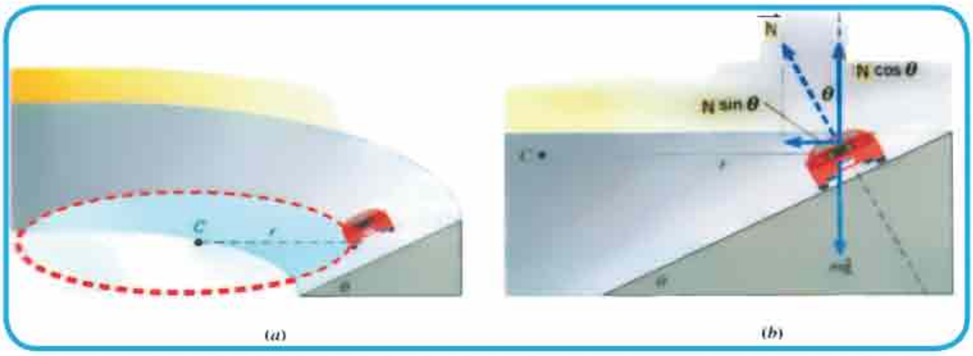
تذكر :

ان كتلة المركبة لا تظهر في المعادلة $\upsilon \le \sqrt{\mu_s gr}$ فهذا يعني أن السيارة الصغيرة والشاحنة والدراجة كلاً منها يمكن أن يتحرك بالانطلاق نفسه على المنعطف نفسه بأمان .

6 - 7 حركة المركبات على المنعطفات المائلة :-

تنشأ الطرق مائلة عند المنعطفات (بحيث يكون ارتفاع الحافة الخارجية للطريق اكبر من ارتفاع حافته الداخلية) لتوليد القوة المركزية (F_C) المناسبة للاستدارة دون الاعتماد على قوة الاحتكاك.
ولحساب زاوية ميل المنعطف عن الافق نحلل قوة رد فعل أرضية الطريق (N) الى مركبتين فتعمل المركبة الافقية لرد فعل الطريق ($N\sin\theta$) على تغير اتجاه السرعة المماسية الآنية

للمركبة لاحظ الشكل (10) وهي القوة المركزية المناسبة للاستدارة وتتجه نحو مركز الدائرة :



الشكل (10)

بينما المركبة الشاقولية ($N\cos\theta$) تعادل وزن السيارة أي ان :

$$N\sin\theta = F_c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$N\cos\theta = w \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

بالقسمة ينتج

$$\frac{N\sin\theta}{N\cos\theta} = \frac{m\upsilon^2/r}{mg}$$

فنحصل على :-

$$\boxed{\tan\theta = \frac{\upsilon^2}{rg}}$$

أو :-

$$\boxed{\theta = \tan^{-1}\frac{\upsilon^2}{rg}}$$

6 – 8 الوزن الحقيقي والوزن الظاهري :-

لقد بينا في اعلاه أن الوزن الحقيقي (w_{real}) للجسم عبارة عن قوة جذب الارض لجسم كتلته (m) ويقاس الوزن الحقيقي بمقدار استطالة النابض في القبان الحلزوني .

ومقدار تعجيل الجاذبية عند سطح الارض يكون : $g = 9.8 N/kg$

$$\boxed{w_{real} = mg}$$

اما الوزن الظاهري ($w_{apparent}$) (المؤثر) لجسم ما فهو القوة التي يسلطها ساند الجسم على الجسم . ولتوضيح ذلك :-


الشكل (11a)

لاحظ الشكل (11) إذ يبين شخص كتلته (m) واقف على ميزان لقياس الوزن في مصعد .

من ملاحظة الشكل (11) نجد أن هناك قوتين فقط تؤثران في الشخص . القوة الأولى هي قوة الجاذبية الأرضية المؤثرة في الجسم (mg) بإتجاه الأسفل (بإتجاه مركز الارض) والقوة الأخرى هي $(\vec{N})$، وتمثل تأثير رد فعل أرضية المصعد في الجسم وإتجاهها نحو الأعلى

فلو كان المصعد ساكناً أو صاعداً أو نازلاً شاقولياً بسرعة ثابتة فأن تعجيل المصعد (وهو تعجيل الشخص) في الحالات الثلاث يساوي صفراً $(a=0)$.

وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن لمصعد متحركاً بسرعة ثابتة فان صافي القوة المؤثرة في الشخص يعطى بـ :-

$$\sum \vec{F}=m\vec{a}$$

$$\sum \vec{F}=\vec{N}-\vec{w}$$

$$\vec{N}-\vec{w}=m\vec{a}$$

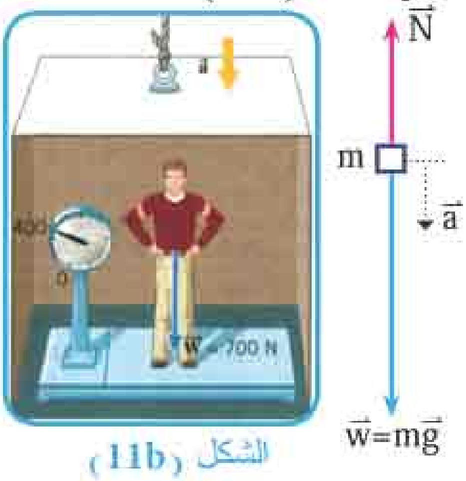
وبما ان تعجيل الشخص = صفراً $(a=0)$.

فأن :- $\vec{N}-\vec{w}=0$

$$\boxed{\vec{W}_{app.}=\vec{W}_{real}}$$

أي إن الوزن الظاهري $(\vec{W}_{app.})$ (قراءة القبان) = الوزن الحقيقي للشخص $(\vec{W}_{real})$

- أما إذا كان المصعد نازلاً شاقولياً بتعجيل ثابت $(\vec{a})$ كما في الشكل (11b) ، فأن علاقة صافي القوة مع التعجيل تعطى بالشكل الآتي : -



الشكل (11b)

$$\sum \vec{F}=m\vec{a}$$

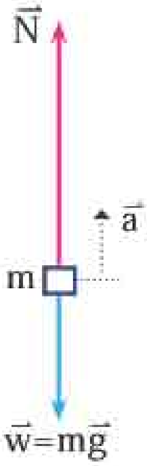
$$\vec{w}-\vec{N}=m\vec{a}$$

$$\boxed{\vec{W}_{app.}=\vec{W}_{real}-m\vec{a}}$$

وهذا يعني ان الوزن الظاهري للشخص $(\vec{w}_{app})$ اقل من وزنه الحقيقي $(\vec{w}_{real})$ بالمقدار (ma) .

- أما اذا كان المصعد صاعداً شاقولياً نحو الاعلى بتعجيل ثابت (a) كما في الشكل (11c) فان علاقة صافي القوة مع التعجيل تعطى بـ :

الشكل (11c)



$$\sum \vec{F}=m\vec{a}$$
$$\vec{N}-\vec{w}_{real}=m\vec{a}$$
$$\vec{w}_{app.}=\vec{w}_{real}+m\vec{a}$$

أي ان الوزن الظاهري للشخص $(\vec{w}_{app.})$ في هذه الحالة أكبر من وزنه الحقيقي $(\vec{w}_{real})$ بالمقدار (ma) .

- أما إذا كان المصعد ساقطاً سقوطاً حراً , افرض انقطاع أسلاك المصعد , فأن تعجيل المصعد يساوي التعجيل الأرضي $(a=g)$ فيكون صافي القوة :-

الشكل (11d)

$$\sum \vec{F}=m\vec{a}$$
$$\sum \vec{F}=m\vec{g}$$
$$\vec{w}_{real}-\vec{N}=m\vec{g}$$
$$\vec{w}_{app.}=w_{real}-m\vec{g}$$
$$\vec{w}_{app.}=m\vec{g}-m\vec{g}$$
$$\boxed{\vec{w}_{app.}=0}$$

وهذه العلاقة تبين انعدام الوزن الظاهري للجسم في حالة السقوط الحر .

مثال 2

يقف شخص كتلته (60kg) على ميزان (لقياس الوزن) في مصعد ، ما مقدار قراءة الميزان (الوزن الظاهري) عندما يكون المصعد :

الشكل (12)

a- يتحرك شاقولياً بسرعة ثابتة .

b- نازلاً شاقولياً بتعجيل $2m/s^2$.

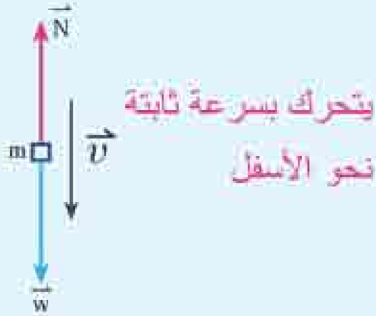
c- صاعداً شاقولياً بتعجيل $2m/s^2$.

على إفتراض أن التعجيل الارضي للسقوط الحر $(g = 10\ m/s^2)$

الحل /

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المحور (y) نرسم المخطط الحر للجسم لبيان القوى المؤثرة فيه كما في الشكل (12) .

a- حينما يتحرك المصعد شاقولياً بسرعة ثابتة في اتجاه المحور (y) فأن التعجيل (a) = صفر

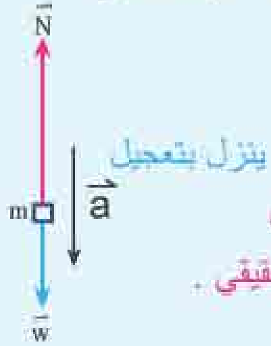


$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = 0$$

$$N - w = 0 \Rightarrow N - m\vec{g} = 0$$

$$N = mg = 60 \times 10 = 600N$$

b- حينما ينزل المصعد شاقولياً بتعجيل $2m/s^2$ فأن :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$w - \vec{N} = m\vec{a}$$

$$mg - \vec{N} = m\vec{a}$$

$$60 \times 10 - \vec{N} = 60 \times 2$$

$$N = 600 - 120$$

$$= 480\text{Newton}$$

أي ان الوزن الظاهري للشخص يساوي **480Newton** وهو اقل من وزنه الحقيقي .

c- حينما يصعد المصعد شاقولياً بتعجيل $2m/s^2$ فأن :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{N} - m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$N - 60 \times 10 = 60 \times 2$$

$$N = 720\text{Newton}$$

أي ان الوزن الظاهري للشخص **720Newton** وهو اكبر من وزنه الحقيقي .

س1 / اختر العبارة الصحيحة لكل من العبارات الاتية:

(1) جسم يتحرك على مسار دائري بانطلاق ثابت يكون اتجاه تعجيله .

a- باتجاه الحركة . b- باتجاه مركز الدوران .

c- بعيداً عن مركز الدائرة . d - اي واحد مما ذكر يعتمد ذلك على موضع الجسم .

(2) سيارة تتحرك على مسار دائري على طريق أفقية فان القوة المركزية المؤثرة في السيارة :

a- القصور الذاتي . b- الجاذبية الارضية .

c- قوة الاحتكاك الشروعي بين اطارات السيارة والطريق.

d - رد فعل الطريق العمودي على السيارة .

(3) القوة المركزية التي تبقي الارض في مسارها حول الشمس تتوافر .

a- بوساطة القصور الذاتي . b- بوساطة دوران الارض حول محورها .

c- جزءاً بوساطة جاذبية سحب . d - بوساطة جاذبية الشمس .

(4) يتحرك جسم على مسار دائري بانطلاق ثابت فاذا تضاعف نصف قطر مساره الدائري فان القوة المركزية اللازمة لبقائه في ذلك المسار تصير :

a-ربع مما كانت عليه . b- نصف مما كانت عليه .

c- مرتين اكبر مما كانت عليه . d - اربع مرات اكبر مما كانت عليه .

(5) سيارة كتلتها (1200kg) وانطلاقها (6m / s) عند مرورها في منعطف دائري افقي نصف قطره (30m) فأن القوة المركزية العاملة على السيارة هي :

a- 48N . b- 147N .

c- 240N . d- 1440N .

(6) عند انتقال شخص من موقعه عند خط الاستواء الى موقع عند احد القطبين الجغرافيين فان الوزن المؤثر للجسم .

a- يصير اصغر من وزنة الحقيقي . b- يصير اكبر من وزنه الحقيقي .

c- يساوي وزنه الحقيقي . d - يساوي صفراً .

س2

1- اكتب معادلة القوة المركزية واثبت ان وحدة قياسها تقدر بالنيوتن .

2- هل يمكن لجسم ان يتحرك على مسار دائري من غير وجود قوة مركزية مؤثرة فيه ؟ ولماذا ؟

3- هل يمكن ان يتزن الجسم المتحرك حركة دائرية منتظمة ؟ ولماذا ؟

4- تحت اي شرط يمكن لجسم ان يتحرك على مسار دائري فيمتلك تعجيلاً مركزياً ولا يمتلك تعجيلاً مماسياً وضح ذلك .

5- ما سبب انفصال قطرات الماء عن الملابس المبللة الموضوعة في آلة تجفيف الملابس ذات الحوض الدوار اثناء دورانه ؟

مسائل

س1 / أحسب التعجيل المركزي لجسم عند نقطة على سطح الأرض تبعد عن محور دوران الأرض **5000km** .

س2 / قمر صناعي يتحرك بانطلاق ثابت في مسار دائري نصف قطر مداره عن مركز الارض **7000km** جد :-

1. انطلاق القمر الصناعي في مداره .
2. زمن الدورة الواحدة عند هذا المدار .

علماً أن ثابت الجذب العام = $6.67 \times 10^{-11} \dfrac{N.m^2}{(kg^2)}$

كتلة الأرض = $M_E = 5.98 \times 10^{24} kg$

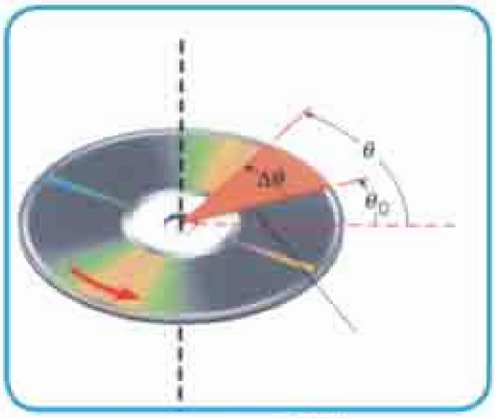
س3 / سيارة تسير على منعطف افقي دائري نصف قطره **200m** بإنطلاق ثابت **30m / s** فإذا كانت كتلة السيارة **1000kg** .

1. جد قوة الإحتكاك اللازمة لتوافر القوة المركزية اللازمة .
2. إذا كان معامل الإحتكاك الشروعي $\mu_s = 0.8$ فما أكبر إنطلاق تسير به السيارة على المسار الدائري من غير إنزلاق .

س4 / طريق مقوسة دائرية عرضها **3.75m** مائلة عن الأفق ونصف قطر تقوسها الافقي **120m** مصممة لسير السيارات بالانطلاق المحدد لها **29.698m / s** احسب ارتفاع الحافة الخارجية للطريق عن حافتها الداخلية .

6 - 9 الحركة الدورانية (rotational motion) :-

عندما نتعامل مع جسم دائر يصبح التحليل مبسط جداً على فرض ان ذلك الجسم جاسئاً . وتعرف الحركة الدورانية للجسم الجاسئ بأنها : دوران جسم جاسئ حول محور معين مار منه أو مار من احدى نقاطه لاحظ الشكل (13) الذي يوضح المنظور من أعلى الدوران لقرص مدمج (Compact disk) يكون دائراً حول محور ثابت ماراً في النقطة (O) وعمودياً على مستوى القرص .



الشكل (13)

6 - 10 التعجيل الزاوي angular acceleration :-

إذا تغيرت السرعة الزاوية الانية لجسيم من $(\vec{\omega}_i)$ الى $(\vec{\omega}_f)$ في الفترة الزمنية Δt فالجسيم يمتلك تعجيلا زاوياً . وعليه (يعرف التعجيل الزاوي (α) بأنه المعدل الزمني لتغير السرعة الزاوية) ويعطى بالعلاقة التالية :

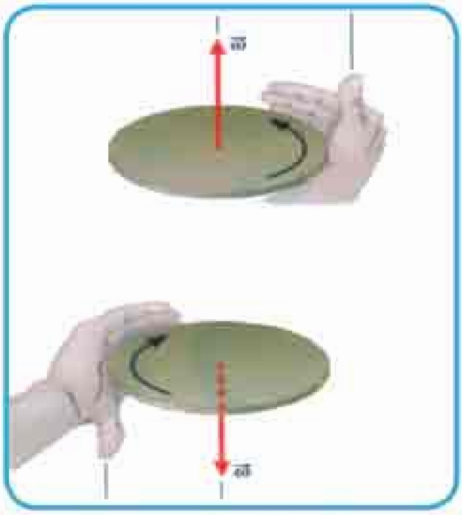
$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{\vec{\omega}_f - \vec{\omega}_i}{t_f - t_i}$$

ويقاس التعجيل الزاوي بوحدة rad/s^2 أو $rad.\ s^{-2}$.

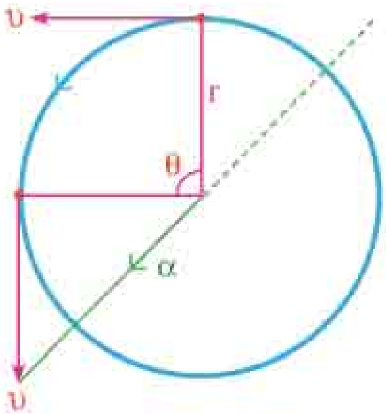
عند دوران الجسم الجاسئ حول محور ثابت فكل جسيم من جسيماته تكون ازاحته الزاوية نفسها حول ذلك المحور في الفترة الزمنية نفسها إي له السرعة الزاوية نفسها وله التعجيل الزاوي نفسه .

نطبق قاعدة الكف اليمنى لتعيين اتجاه السرعة الزاوية (فيكون لف الأصابع الأربعة للكف اليمنى باتجاه الدوران . فالإبهام يشير إلى اتجاه السرعة الزاوية) لاحظ الشكل (14) .

اتجاه التعجيل الزاوي $\vec{\alpha}$ لجسم جاسئ حول محور دورانه الثابت يكون باتجاه السرعة الزاوية نفسها $\vec{\omega}$



الشكل (14)



الشكل (16)

عند تزايدها مع الزمن (في حالة التسارع) وباتجاه معاكس لهاعند تناقصها مع الزمن (في حالة تباطؤ) .

لنتصور جسيماً واحداً من الجسم الجاسئ الذي يدور حول محوره بسرعة زاوية منتظمة فانه يتحرك على مسار دائري نصف قطره (r) حول محور الدوران الثابت لاحظ الشكل(16) ولكون الجسيم يتحرك على مسار دائري فأن متجه سرعته المماسية ، ذو مقدار ثابت واتجاهه متغير باستمرار بثبوت (r) .

ومنها :

$$S = r\theta$$

$$\upsilon = r\omega$$

وتكون بذلك السرعة المماسية للجسيم تساوي بعد الجسيم عن محور الدوران مضروباً في السرعة الزاوية للجسم الجاسئ ، يمكن ايجاد العلاقة بين التعجيل الزاوي للجسيم وتعجيله المماسي (a_t) حيث ان مركبة التعجيل المماسية تكون :

$$a_T = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow a_T = \frac{\Delta(r\omega)}{\Delta t}$$

$$a_T = r\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

بما ان :-

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

فيكون :-

$$a_T = r\alpha$$

وهذا يعني ان المركبة المماسية للتعجيل الانتقالي(a_T) للجسيم الذي يقضي حركة دائرية يساوي بعد الجسيم عن محور الدوران (r) مضروباً في التعجيل الزاوي (α) .

6 - 11 معادلات الحركة الزاوية ذات التعجيل الزاوي المنتظم :-

أن معادلات الحركة الزاوية للجسم الجاسئ بتعجيل زاوي منتظم يعبر عنها بالصورة الرياضية نفسها للحركة المستقيمة للجسيم بتعجيل خطي منتظم فهي تعطى كما في الجدول الآتي :

معادلات الحركة الخطية	معادلات الحركة الزاوية
$\upsilon_f = \upsilon_i + at$ 1	$\omega_f = \omega_i + \alpha t$ 1
$\upsilon^2_f = \upsilon^2_i + 2ax$ 2	$\omega_f^2 = \omega^2_i + 2\alpha\theta$ 2
$x = \upsilon_i t + \frac{1}{2}at^2$ 3	$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ 3
$x = \frac{\upsilon_i + \upsilon_f}{2} \cdot t$ 4	$\theta = \frac{\omega_i + \omega_f}{2} \cdot t$ 4

مثال 3

تدور عجلة بتعجيل زاوي منتظم $\alpha = 3.5 rad/s^2$ اذا كانت السرعة الزاوية $2rad/s$ عند الزمن $t_{in} = 0$ ، ما الازاحة الزاوية التي تدورها العجلة بين الزمن $t = 0$ و $t = 2s$

1- بالزوايا نصف القطرية ،وبالدورات

2- ما مقدار السرعة الزاوية للعجلة عند الزمن $t_f = 2\,sec$

الحل /

-1

$$\theta = \omega_i + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3.5 \times (2)^2$$

$$\theta = 4 + 7$$

$$\theta = 11\ rad$$ الازاحة الزاوية بـ (radian)

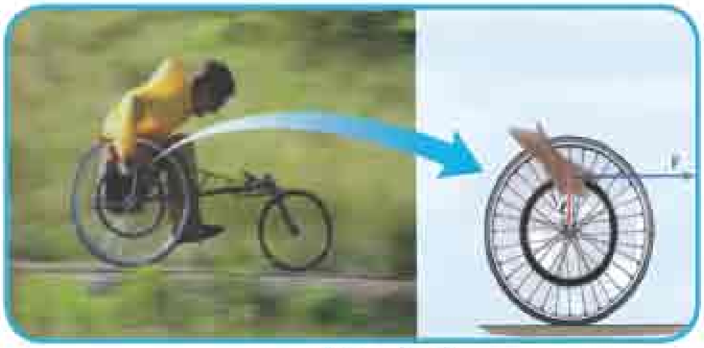
$$\frac{11\ rad}{2\pi\ rad/rev} = 1.75\ rev$$ بالدورات

$$t = 2s$$
$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$
$$\omega_f = 2 + 3.5 \times 2$$
$$\omega_f = 9\ rad / s$$

6 - 12 عزم القصور الذاتي (I) وطاقة الدوران :-

سبق وان درست عزيزي الطالب في موضوع الحركة الخطية ، أن الاجسام تميل الى المحافظة على حالتها الحركية وتكون قاصرة من تلقاء ذاتها عن تغيير حالتها الحركية مالم تؤثر في الجسم محصلة قوى خارجية تغير تلك الحالة ، وقد سميت هذه الخاصية بالقصور الذاتي .

ونجد ما يماثل هذه الخاصية في الحركة الدورانية ، فالعجلة الدوارة الموضحة بالشكل (15) تكون قاصرة ذاتياً عن تغيير حالتها الحركية الدورانية الا بتأثير محصلة عزوم خارجية فيها .... وهذا يدل على وجود قصور ذاتي دوراني لها .



الشكل (15)

أما عزم القصور الذاتي لجسيم كتلته (m) يبعد بالبعد r عن محور الدوران هو :-

$$I = mr^2$$

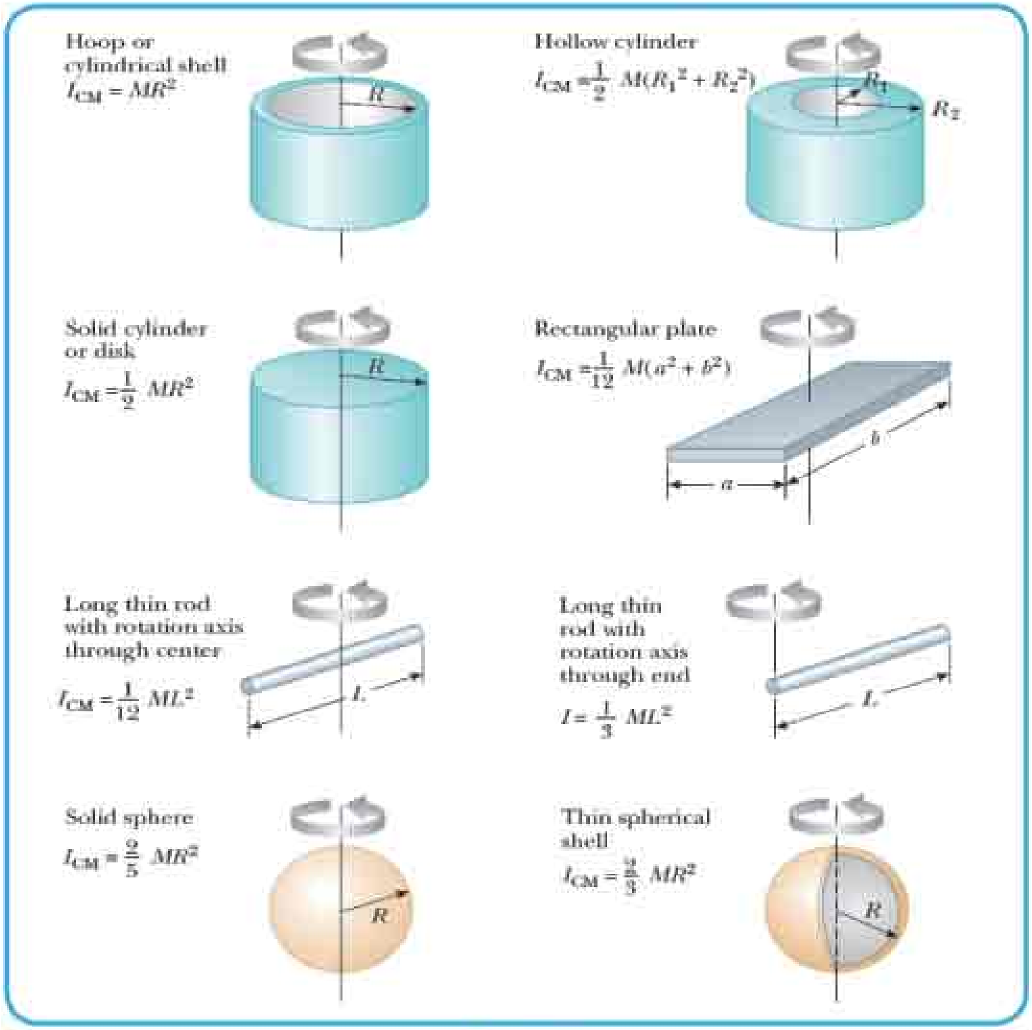
أما عزم القصور الذاتي لجسم جاسئ حول محور معين فأنه يساوي المجموع الجبري لعزوم القصور الذاتية لجميع الجسيمات المكونة له حول المحور نفسه .

$$I_{body} = I_1 + I_2 + I_3 + ...$$

ويقاس عزم القصور الذاتي بوحدات ($kg.m^2$) في النظام الدولي للوحدات (SI) ومن الجدير بالذكر أن عزم القصور الذاتي (I) يعد مقياساً لمقاومة الجسم الجاسئ للتغير في سرعتة الزاوية .

وأن عزم القصور الذاتي للجسم يعتمد على :

1. كتلة الجسم
2. شكل الجسم
3. نمط توزيع الكتلة بالنسبة لمحور الدوران .



جدول (1)

والجدول (1) يبين عزوم القصور الذاتية للأجسام الجاسئة المتجانسة المختلفة الإشكال الهندسية :

6 - 13 الحركة المركبة (حركة انتقالية وحركة دورانية) :-

قد تتحرك بعض الأجسام حركتين في آن واحد . احداهما حركة دورانية ، والاخرى حركة انتقالية مثل تتحرج كرة دحرجة صرف (من غير انزلاق) أو حركة عجلة الدراجة او عجلة السيارة على سطح افقي خشن تكون حركة انتقالية وحركة دورانية على سطح افقي خشن فان الطاقة الحركية الكلية للجسم الجاسئ تساوي مجموع طاقتين هما طاقته الحركية الخطية ، وطاقته الحركية الدورانية .

أي ان:

$$KE_{Total} = KE_{Translational} + KE_{Rotational}$$

$$KE_{Total} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

مثال 4 تدحرجت كرة صلدة على سطح افقي خشن دحرجة صرف بانطلاق خطي ($1.5m/s$) لمركز كتلتها وكان نصف قطرها $0.1m$ وكتلتها $0.2Kg$ احسب مقدار :- 1. عزم قصورها الذاتي حول محورها الهندسي المار من مركزها .
2. طاقتها الحركية الكلية علما بان $I\ (\text{Solid sphere}) = \frac{2}{5}mr^2$

الحل /

$$I_{sphere} = \frac{2}{5}mr^2$$

$$I = \frac{2}{5} \times 0.2 \times (0.1)^2$$

$$I = 0.0008 kg.m^2$$

$$\upsilon = r\omega \Rightarrow 1.5 = 0.1 \times \omega \Rightarrow \omega = 15 rad/s$$

$$KE_{Total} = KE_T + KE_{Rot}$$

$$= \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

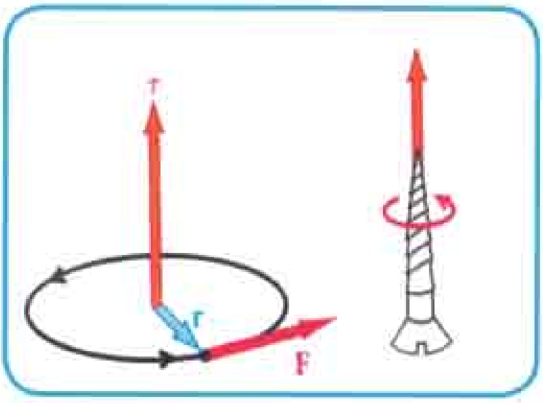
$$= \frac{1}{2} \times 0.2 \times (1.5)^2 + \frac{1}{2} \times 0.0008 kg.m^2 \times (15)^2$$

$= 0.315 Joule$ مقدار طاقتها الحركية الكلية

6 - 14 العزم المدور لجسم و التعجيل الزاوي :-

لقد تناولنا دراسة الاتزان التام للجسم الجاسئ عندما يكون مقدار محصلة العزوم الخارجية المؤثرة فيه يساوي صفراً . هنا نسأل ماذا يحصل للجسم الجاسئ إذا كان مقدار محصلة العزوم الخارجية المؤثرة فيه لا يساوي صفراً ؟ في مقارنتنا بالتشابه مع القانون الثاني لنيوتن في الحركة الانتقالية الخطية يجب ان نتوقع حصول تغيير في السرعة الزاوية للجسم الجاسئ .

فلو أثرت محصلة عزوم خارجية في دولاب قابل للدوران لاحظ الشكل (17) . وأكسبته تعجيلاً زاوياً فان هذا التعجيل الزاوي يتناسب طردياً مع محصلة العزوم المؤثرة فيه ويتجه باتجاهها ، ويتناسب عكسياً مع عزم القصور الذاتي للدولاب . إي إن مقدار محصلة العزوم المؤثرة في الجسم الجاسئ يتناسب طردياً مع تعجيله الزاوي وان ثابت هذا التناسب هو عزم القصور الذاتي .



الشكل (17)

إي إن :

$$\sum \vec{\tau} \propto \vec{\alpha}$$

$$\sum \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

ويصح تطبيق هذا القانون على الاجسام الجاسئة جميعاً في أثناء دورانها ويقاس العزم المدور بوحدات (N.m) ومن الجدير بالذكر أن العزم المدور والتعجيل الزاوي كميتان متجهتان لهما الاتجاه نفسه هو ينطبق على محور الدوران (طبقاً لقاعدة الكف اليمنى) . أمّا عزم القصور الذاتي (I) فهو كمية قياسية .

مثال 5

اسطوانة صلدة كتلتها **1kg** نصف قطر قاعدتها **0.2m** شرعت بالدوران من السكون حول محورها الهندسي الطويل المار من مركزي وجهيها عندما أثرت فيها قوة مماسية مقدارها **10N** احسب:-

1- مقدار سرعتها الزاوية بعد مرور (**5s**) من بدء الدوران .

2- وما عدد الدورات.

الحل/ 1-

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

$$r \times F = \frac{1}{2} mr^2 \, . \, \alpha$$

$$0.2 \times 10 = \frac{1}{2} \times 1 \times (0.2)^2 \times \alpha$$

$$4 = 0.04\,\alpha$$

$$\alpha = \frac{4}{0.04} = 100 \text{ rad/s}^2$$

$$w_f = w_i + \alpha \Delta t$$

$$w_f = 0 + 100 \times 5$$

$$w_f = 500 \text{ rad/s}$$ مقدار السرعة الزاوية للاسطوانة

2-

$$\theta = \frac{w_f + w_i}{2} \times \Delta t$$

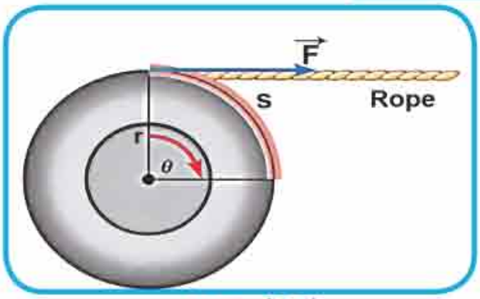
$$\theta = \frac{500+0}{2} \times 5 = 1250 \text{ rad}$$

$$n_{rev} = (1250\text{rad}) \times \left(\frac{1}{2\pi} \frac{\text{rev}}{\text{rad}}\right)$$

$$= \frac{625}{\pi} \text{rev} = 199\text{rev}$$

6 - 15 الشغل والقدرة في الحركة الدورانية :-

نعتبر قرص نصف قطره (r) يمكنه الدوران حول محور افقي يمر من مركز وجهيه . اثرت في حافته قوة مماسية ($\vec{F}$) لاحظ الشكل (18) وبعد مرور فترة زمنية (t) دار القرص بزاوية (θ) وقد دارت نقطة تأثير القوة (a) وقطعت قوساً طوله (s) وبذلك انجزت القوة (F) شغلا مقداره :



الشكل (18)

$$Work = force \ . \ disatance$$

$$W = F \ . \ S$$

$$S = r \, \theta$$

$$\therefore W = (r \times F) \, \theta$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\therefore \ W = \vec{\tau} . \vec{\theta}$$

اي ان الشغل الدوراني المنجز يساوي حاصل ضرب العزم المدور ($\vec{\tau}$) في الازاحة الزاوية ($\vec{\theta}$) . ويقدر الشغل المنجز بوحدة (**Joule**). بينما يقدر العزم المدور بوحدات (**N.m**) والازاحة الزاوية تقدر بـ (**rad**) (الزاوية نصف القطرية) وبماان مقدار الشغل الدوراني المبذول (**W**) يكافئ مقدار التغير في الطاقة الحركية الدورانية ΔEK_{Rot} .

اي ان :

$$W = \Delta KE_{Rot} = KE_{Rot(f)} - KE_{Rot(i)}$$

$$W = \frac{1}{2} I \, \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \, \omega_i^2$$

$$W = \frac{1}{2} I \, (\omega_f^2 - \omega_i^2)$$

بما ان القدرة الدورانية (**Rotational Power**) (P_{ro}) هي المعدل الزمني للشغل المنجز وعليه فان :

$$P_{ro} = \frac{W_{ro}}{t} \Rightarrow P_{ro} = \frac{\tau \theta}{t}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\vec{\omega}_{avg} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \Rightarrow P_{ro} = \tau \ . \ \vec{\omega}_{avg}$$

اي ان القدرة الدورانية (p_{ro}) تساوي حاصل ضرب العزم المدور في متوسط السرعة الزاوية وتقاس بوحدات **Watt**.

مثال 6 محرك كهربائي قدرته (1.72×10^5 **watt**) يدور بسرعة زاوية متوسطة مقدارها (**500rev/min**) ما مقدار العزم المدور العامل على تدويره ؟

الحل /

تحول السرعة الزاوية من (**rev / min**) الى (**rad / s**) :-

$$\omega = 500 \times \frac{2\pi}{60} = \frac{50\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$P_{rot} = \tau \,.\, \omega_{avg} \Rightarrow P_{ro} = \tau \,.\, \frac{50\pi}{3}$$

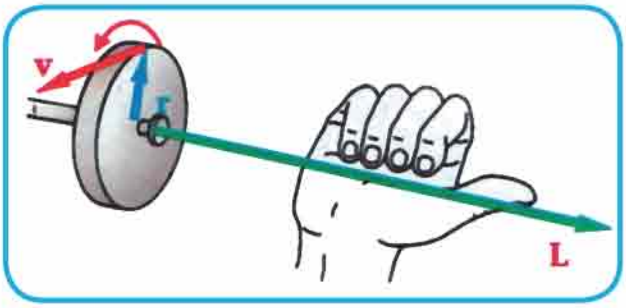
$$1.72 \times 10^5 = \tau \times \frac{50\pi}{3}$$

$$\tau = \frac{3 \times 1.72 \times 10^5}{50\pi}$$

$$\tau = 3286 \text{ N.m}$$

6 – 16 الزخم الزاوي Angular Momentum :-

الزخم الزاوي (**L**) للجسم الجاسئ حول محور دورانه هو عزم الزخم الخطي حول محور الدوران وهو كمية متجهة ويعتمد على عزم قصوره الذاتي (**I**) وسرعته الزاوية (ω) ، مثلما يعتمد زخمه الخطي (**p**) على كتلته (**m**) وسرعته الخطية (υ) . ω ويقدر الزخم الزاوي بوحدات ($kg.m^2/s$) . ومن ملاحظتك للشكل (**19**) تجد أن الزخم الزاوي يعطى بالعلاقة الآتية :



الشكل (**19**)

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{L} = \vec{r}\, m\, \vec{\upsilon}$$

$$\because \vec{\omega} = \frac{\upsilon}{r} \Rightarrow \vec{L} = mr^2\omega$$

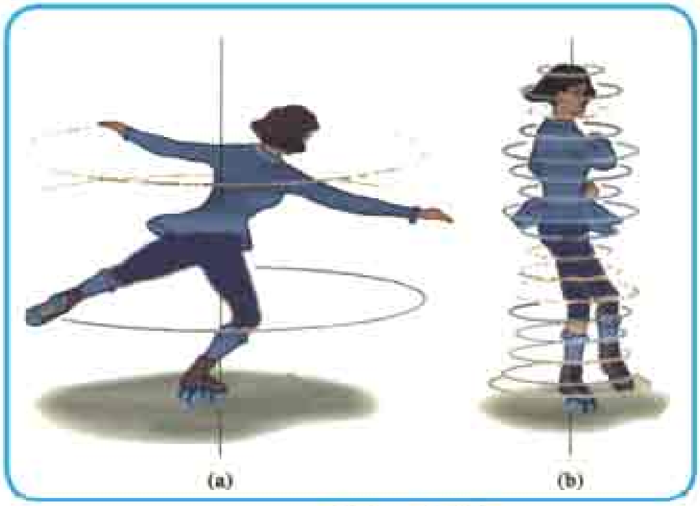
$$\therefore \vec{L} = I \,.\, \vec{\omega}$$

6 - 17 قانون حفظ الزخم الزاوي Conservation of angular momentum law

اذا تغير عزم القصور الذاتي للجسم الجاسئ من (I_1) الى (I_2) في اثناء دورانه حول محور ثابت ومن غير تأثير محصلة عزوم خارجية في الجسم فان سرعته الزاوية سوف تتغير من ω_1 الى ω_2 وذلك لان زخمه الزاوي (L) يبقى ثابتاً (في المقدار والاتجاه) في أثناء الدوران اي ان الزخم الزاوي لهذا الجسم يكون محفوظ في اثناء الدوران حول محور ثابت ونص قانون حفظ الزخم الزاوي لجسم او لمجموعة من الاجسام : -

(عندما تكون محصلة العزوم الخارجية المؤثرة في جسم جاسئ او منظومة من الجسيمات جاسئة يساوي صفراً فان الزخم الزاوي الكلي للجسم الجاسئ او منظومة الجسيمات الجاسئة يبقى ثابتاً) .

مثال ذلك المتزلج على الجليد لاحظ الشكل (20) يزيد من سرعته الزاوية عندما يخفض ذراعيه جانباً ويضم قدميه لبعضهما فيقل عزم قصوره الذاتي حول محور الدوران الثابت مع بقاء زخمه الزاوي ثابتاً .



الشكل (20)

اي ان الزخم الزاوي النهائي = الزخم الزاوي الابتدائي

$$\boxed{I_1\omega_1 = I_2\omega_2}$$

ومن التطبيقات العملية لقانون حفظ الزخم الزاوي (راقصة الباليه ، السابح يكور جسمه عندما يقفز من على لوحة السباحة (منصة القفز) ، لاعب السيرك) وغيرها .

أسئلة الفصل السادس

س1/ اختر العبارة الصحيحة من العبارات التالية .

1. اذا دار قرص حول محوره بزخم زاوي منتظم فان مقدار احدى الكميات الاتية لاتساوي صفراً

a) التعجيل الزاوي للقرص .
b) الشغل الدوراني للقرص.
c) السرعة الزاوية للقرص .
d) محصلة العزوم الخارجية المؤثرة في القرص.

2. يقف تلميذ عند حافة منصة دائرية تدور بمستوى افقي حول محور شاقولي ماراً بمركزها فاذا اقترب التلميذ ببطيء نحو مركز المنصة (من غير تأثير عزم خارجي) فان مقدار الزخم الزاوي للتلميذ

a) يزداد .
b) يبقى ثابتاً .
c) يقل .
d) يساوي الزخم الزاوي للمنصة .

3. ان (Joule . second) هي وحدات :

a) قدرة .
b) عزم مدور .
c) تعجيل زاوي .
d) زخم زاوي .

4. ان المعدل الزمني لتغير الزخم الزاوي يمثل

a) عزم مدور .
b) شغل دوراني .
c) قوة .
d) إزاحة زاوية .

5. قطار يدور على سكة دائرية بمستوى افقي بانطلاق ثابت فان الذي يتغير لعجلات القطار هو

a) زخمها الزاوي .
b) عزم قصورها الذاتي .
c) مقدار سرعتها الزاوية .
d) طاقتها الحركية الدورانية .

س2/ علل ما يلي :

1. التوازن على الدراجة المتحركة أسهل من التوازن على دراجة واقفة
2. يمكن لجسم إن يمتلك زخماً زاوياً على الرغم من ان الدفع الزاوي المؤثر فيه يساوي صفراً ؟
3. يمدّ الشخص ذراعاه (أو يحمل بيده ساقاً أفقية) عندما يمشي على حبل أفقي مشدود .

مسائل

س1/ بدأت سيارة الحركة من السكون وكان قطر كل عجلة من عجلاتها (80cm) وتسارعت بانتظام فبلغت سرعتها (20m / s) خلال (25s) فما :

1. التعجيل الزاوي لكل عجلة ؟
2. عدد الدورات التي تدورها كل عجلة خلال تلك الفترة .

س2/ عجلة تدور بسرعة زاوية منتظمة اثر فيها عزم مضاد فتوقفت عن الدوران بعد ان دارت (50rev) خلال (10s) مامقدار :-

1. سرعتها الزاوية الابتدائية .
2. التعجيل الزاوي .

س3/ قرص نصف قطره (0.6m) وكتلته (80kg) يدور بسرعة (3600rev / min) فما مقدار العزم المؤثر في القرص لايقافه عن الدوران خلال (20s) ؟

س4/ عجلة قطرها (0.72m) وعزم قصورها الذاتي ($4.8kg.m^2$) أثرت في حافتها قوة مماسية مقدارها (10N) فبدأت الحركة من السكون : فما

1. التعجيل الزاوي ؟
2. معدل القدرة الدورانية الناتجة عن الشغل الزاوي المبذول خلال (4s) ؟

س5/ قرص عزم قصوره الذاتي ($1kg.m^2$) كان يدور بسرعة زاوية منتظمة اثر فيه عزم مماسي مضاد فأوقفه عن الدوران بتعجيل زاوي منتظم بعد (4s) فكان الشغل الدوراني المبذول (200J) فما مقدار العزم المؤثر المضاد؟

س6/ كرة صلدة كتلتها (0.5kg) ونصف قطرها (0.2m) تتدحرجت من السكون من قمة سطح مائل خشن ارتفاعه الشاقولي (7m) بدحرجة صرف ما مقدار طاقته الحركية الكلية في اسفل السطح المائل علما بأن عزم القصور الذاتي للكرة الصلدة $I = \frac{2}{5}mr^2$ (Isolid sphere = 2 / 5 mr^2) .

7 الفصل السابع

الحركة الاهتزازية و الموجية و الصوت

Wave and Vibration Motion and Sound

مفردات الفصل

7 – 1 الحركة الدورية .

7 – 2 الحركة الاهتزازية .

7 – 3 الحركة التوافقية البسيطة .

7 – 4 العلاقة بين الحركة الدائرية المنتظمة و الحركة التوافقية البسيطة .

7 – 5 البندول البسيط .

7 – 6 الحركة التوافقية المضمحلة .

7 – 7 الحركة الموجية .

7 – 8 النبضات في وتر .

7 – 9 مبدأ التراكب .

7 – 10 الموجات الدورية .

7 – 11 انواع الموجات .

7 – 12 الصوت .

7 – 13 تداخل الموجات .

7 – 14 الرنين .

7 – 15 الضربات .

7 – 16 الموجات الواقفة .

7 – 17 خصائص الصوت .

7 – 18 حساب مستويات الصوت .

7 – 19 الموجات فوق السمعية .

7 – 20 تأثير دوبلر .

7 – 21 موجة الرجة (الموجة الصدمية) .

المصطلحات العلمية .

الحركة التوافقية البسيطه	Simple harmonic motion
السعة	Amplitude
التردد	Frequency
الزمن الدوري	Period
الموجة الميكانيكية	Mechanical wave
قمة	Crest
قاع	Trough
مبدأ تراكب الموجات	Super position Principle
التداخل البناء	Constructive Interference
التداخل الهدام	Destructive Interference
البطن	Antinode
العقدة	Node
التضاغط	Compression
التخلخل	Rarefaction
درجة الصوت	Pitch of the sound
نوع الصوت	Quality of sound
تأثير دوبلر	Doppler Effect
الرنين	Resonance
الموجة الواقفة	Standing wave
موجة الرجة (الصدمية)	Shock wave

الاهداف السلوكية

بعد دراسة الفصل ينبغي ان يكون الطالب قادراً على ان :-

- يعرف مفهوم الحركة الدورية .
- يعرف مفهوم الحركة الاهتزازية .
- يذكر تعريف الحركة التوافقية البسيطة .
- يقارن بين الحركة الدائرية المنتظمة والحركة التوافقية البسيطة .
- يوضح مفهوم البندول البسيط .
- يعرف مفهوم الحركة التوافقية المضمحلة .
- يتعرف على الحركة الموجية .
- يميز بين مفهوم النبضات في وتر مثبت ووتر حر .
- يعرف مبدأ التراكب .
- يذكر خواص الموجات الدورية .
- يعدد انواع الموجات .
- يعرف مفهوم التداخل في الموجات الصوتية .
- يذكر مفهوم الرنين .
- يوضح مفهوم الضربات .
- يعدد خصائص الصوت .
- يذكر التطبيقات العملية للموجات فوق السمعية .
- يعرف مفهوم تأثير دوبلر .
- يتعرف موجة الرجة .

7 الحركة الاهتزازية والموجية والصوت
Wave and Vibration Motion and Sound

7-1 الحركة الدورية :-

لابد انك شاهدت حركة بندول الساعة الجدارية وحركة الاوتار في الالات الموسيقية وحركة أرجوحة الأطفال وحركة البندول البسيط وحركة الثقل المعلق بطرف نابض لاحظ الشكل (1)

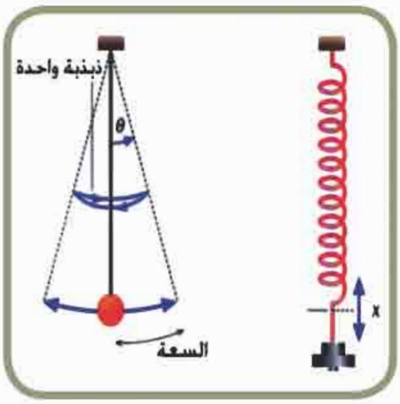
الشكل (1)

الحركات السابقة جميعها تعيد نفسها مراراً وتكراراً بفترات زمنية منتظمةحول مواضع استقرارها ومثل هذه الحركة تسمى بالحركة الدورية **Periodic motion** .
ففي الحركة الدورية عندما يزاح الجسم عن موضع استقراره او عندما يتحرك مبتعداً عنه تظهر قوة تعيد الجسم الى موضع استقراره تسمى بالقوة المعيدة

7-2 الحركة الاهتزازية :-

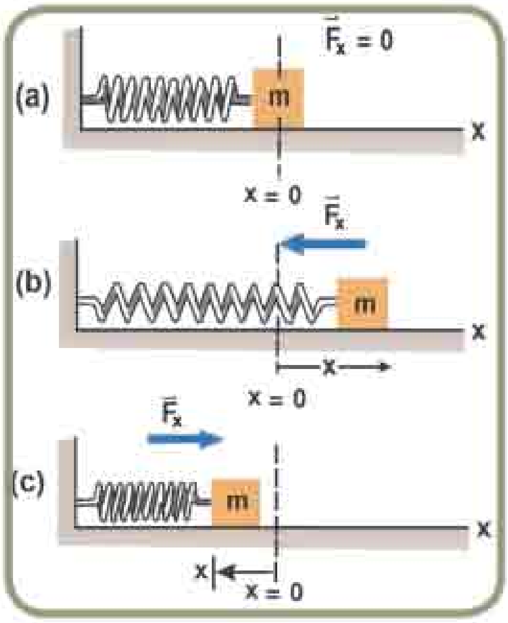
ان حركة الجسم ذهاباً واياباً (باتجاهين متعاكسين) على جانبي موقع استقراره تسمى بالحركة الاهتزازية لاحظ الشكل (2) وتخمد (تتلاشى سعة اهتزازها) تدريجياً نتيجة لوجود قوى مبددة للطاقة (مثل قوى الاحتكاك مع الوسط الذي تهتز فيه) , والحركة الاهتزازية هي حالة خاصة من الحركة الدورية ولتوليد واستمرار الحركة الاهتزازية يشترط وجود :-

- القوة المعيدة .
- الاستمرارية .
- مصدر مجهز للطاقة .



الشكل (2)

7-3 الحركة التوافقية البسيطة :-



الشكل (3)

للتعرف على الحركة التوافقية البسيطة وهل ان كل حركة اهتزازية تعد حركة توافقية بسيطة ؟ للاجابة عن هذا السؤال نناقش حركة جسم الموضح في الشكل (3) والموضوع على سطح افقي مهمل الاحتكاك كتلته (m) و مربوط بأحد طرفي نابض محلزن والطرف الأخر للنابض مثبت بجدار والكتلة في حالة سكون عند موضع الاستقرار ($x = 0$) .

عندما تؤثر قوة السحب ($\vec{F}$) في الكتلة (m) فانها تزيحها عن موضع استقرارها بالازاحة ($\vec{x}$) نحو اليمين الشكل (3b) . وبهذا فقد تم انجاز شغل على النابض و يخزن هذا الشغل بشكل طاقة كامنة للمرونة ، وبالنتيجة فان النابض التي سيؤثر بقوة ($\vec{F}_x$) هي قوة مرونة النابض تحاول ارجاع الكتلة (m) الى موضع استقرارها وقوة مرونة النابض هذه تساوي في المقدار القوة المؤثرة في الجسم ومعاكسة لها بالاتجاه تسمى بالقوة المعيدة .

وعند كبس النابض و بقوة ($\vec{F}$) نحو اليسار فان الكتلة تزاح بازاحة ($\vec{x}$) نحو اليسار وتظهر عندئذ قوة معاكسة لها بالاتجاه ومساوية لها في المقدار هي قوة مرونة النابض ($\vec{F}_{res}$) نحو اليمين لاحظ الشكل (3c) ويعبر عن القوة المعيدة للنابض بقانون هوك وكما يأتي :

$$\text{Spring force}(\vec{F}) = -(\text{spring constant}) \times \text{displacement}$$

$$\vec{F}_{res} = -k\vec{x}$$

حيث تمثل :

$\vec{F}_{res}$ = القوة المعيدة تقاس بـ (Newton) .

k = ثابت النابض يقاس بـ (N / m) .

$\vec{x}$ = الازاحة تقاس بـ (meter) .

و مقدار القوة المعيدة هذه يتناسب طردياً مع مقدار الازاحة وتكون باتجاه معاكس لها (الاشارة السالبة) وعند اهمال قوى الاحتكاك فان الكتلة ستتحرك يميناً ويساراً بالسعة نفسها لذا :

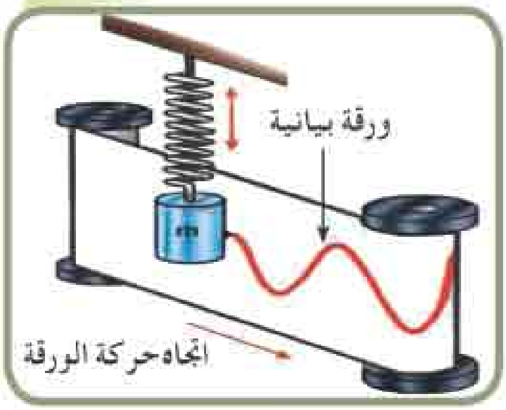
فان الحركة التوافقية البسيطة تعرف بأنها حركة اهتزازية على خط مستقيم تتناسب فيها القوة المعيدة والتعجيل الناتج عنها طردياً مع الإزاحة الحاصلة للجسم المهتز عن موضع استقراره وباتجاه معاكس لها .

$$\vec{F}_{res} \propto -\vec{x}$$

$$\vec{a}_{T} \propto -\vec{x}$$

نشاط عملي

تمثيل الحركة التوافقية البسيطة بيانياً .



الشكل (4)

ادوات النشاط :

جسم كتلته (m) ، نابض محلزن قلم يتحرك على شريط ورقي بياني ملفوف حول اسطوانة محورها شاقولي وكما موضح في الشكل (4).

خطوات النشاط :

- نربط الكتلة m في الطرف الحر للنابض ثم نثبت قلم رصاص صغير بالكتلة بحيث يلامس رأسه شريطاً بيانياً ورقياً . لاحظ الشكل (4) .
- اسحب الكتلة بقوة صغيرة إلى أسفل واتركها تتحرك بحرية حركة عمودية . ثم دور الاسطوانة لكي ينسحب الشريط البياني افقياً .
- ما شكل الخط الذي سيرسمه قلم الرصاص والذي سنحصل عليه .... ؟
- سيظهر على الورقة التمثيل البياني للحركة التوافقية البسيطة والذي يشبه منحنى $\sin\theta$ أو منحنى $\cos\theta$ والذي درسته سابقا في الرياضيات .

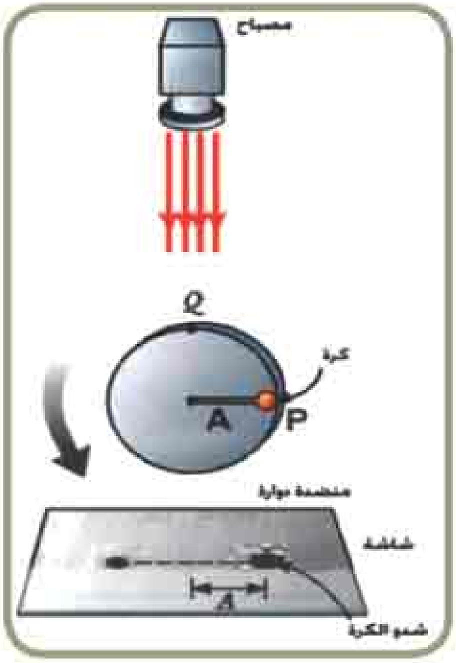
وبالرجوع للشكل (2) يتبين أن الهزة الكاملة هي حركة الجسم المهتز عند مروره بنقطة معينة على مسار حركته مرتين متتاليتين وبالاتجاه نفسه ، إما سعة الاهتزاز فهي أعظم إزاحة للجسم المهتز عن موضع استقراره ويسمى الزمن اللازم لاتمام هزة كاملة بالزمن الدوري (Period) ويرمز له بالرمز T إذ أن :

$$\text{Period(T)} = \frac{\text{Time of many Vibration}}{\text{Number of Vibration}}$$

ويعرف التردد (frequency) :- بانه عدد الاهتزازات التي يهتزها الجسم في الثانية الواحدة ويقاس بوحدة تسمى هيرتز (Hz) .

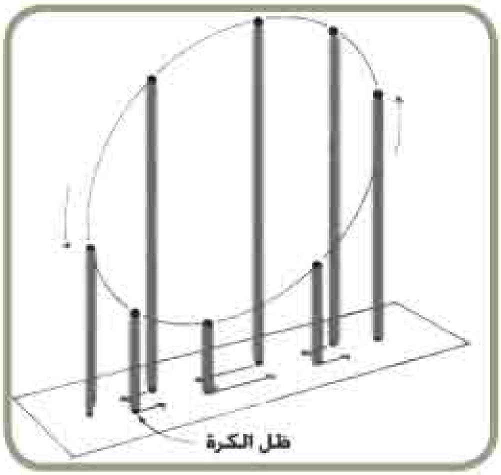
7- 4 العلاقة بين الحركة الدائرية المنتظمة والحركة التوافقية البسيطة :-

من الممكن ملاحظة هذه العلاقة في المختبر ، من خلال أنموذج كرة صغيرة موضوعة على قرص يدور بحركة دورانية منتظمة (بسرعة زاوية منتظمة (ω) بحيث يسلط ضوء على الكرة ليسقط ظلها شاقولياً على شاشة افقية موضوعة تحت القرص لاحظ الشكل (5).



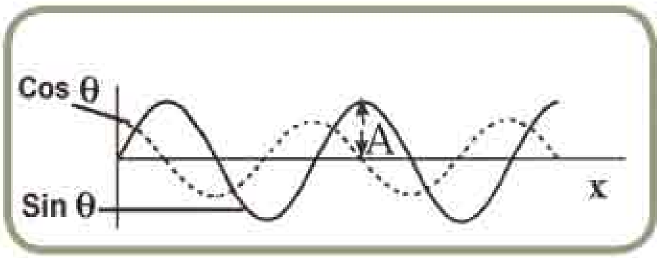
الشكل (5)

لاحظ انك سترى ظل الكرة على الشاشة في مواقع مختلفة وانه سيتخذ شكل موجة جيبية اي يتحرك الى الامام والخلف بحركة توافقية بسيطة لاحظ الشكل (6) .



الشكل (6)

وكل حركة دورية يمكن تمثيلها باقتران منحني الجيب تعد حركة توافقية بسيطة لاحظ الشكل (7) وكما ياتي:



الشكل (7)

$$x = A\sin\theta$$

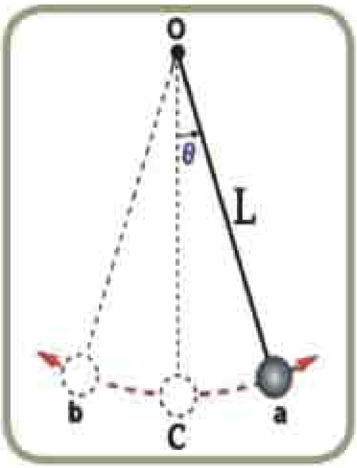
حيث ان : θ = الازاحة الزاوية .

A = سعة الموجة .

x = الازاحة .

7 - 5 البندول البسيط simple pendulum :-

يتكون البندول البسيط من كرة معلق في نهاية خيط طوله (L) مهمل الوزن و غير قابل للاستطالة ، ومثبت طرفه الأخر بنقطة ثابتة (o) . إذا سحبت الكرة جانباً وتركت تهتز فأنها تتأرجح ذهابا وإيابا حول نقطة معينة تسمى موضع الاستقرار لاحظ الشكل (8) وعند إهمال قوى الاحتكاك ،وبافتراض أن الإزاحة صغيرة والزاوية التي يصنعها الخيط مع الشاقول لا تتعدى 5^0 عندها يمكن أن نعتبر حركة الكرة حركة توافقية بسيطة حيث أن الكرة عندما تنتقل من a إلى c إلى b ثم تعود إلى c ثم a تكون قد أتمت هزة كاملة .



الشكل (8)

تأمل ألان الشكل (9) ثم اجب عن الأسئلة الآتية :

1) ما القوى المؤثرة في الكرة عند أي نقطة من مسارها ؟

2) ما القوة المحركة والمسببة لتعجيل الكرة ؟

تجد أن القوة المعيدة F_{res} (restoring force) تساوي :

$$F_{res} = -mg \sin\theta$$

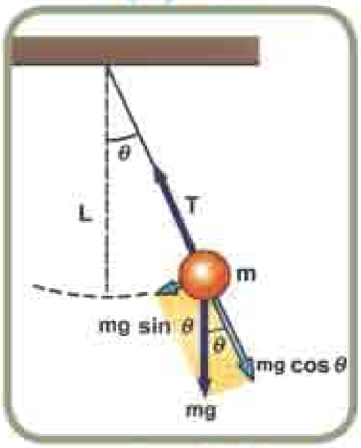
ما معنى الإشارة السالبة ؟

بما ان القوة المعيدة للبندول F_{res} تشبه القوة المحركة لنظام (نابض – جسم) وبالتالي فان $\vec{F}_{res} = -k\vec{x}$

فان: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

حيث أن : L طول خيط البندول ، g تعجيل السقوط الحر .

T : الزمن الدوري .



الشكل (9)

مثال 1 ساعة بندولية طول خيطها 1m. أحسب الزمن الدوري لها اذا كان بندولها يتأرجح ذهاباً وإياباً بحركة توافقية بسيطة ،علماً ان $g = 9.8m/s^2$.

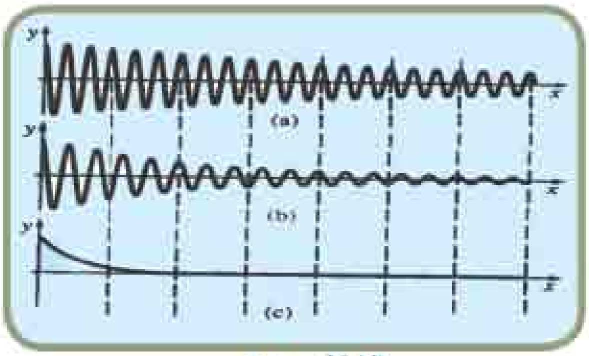
الحل /

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Longrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1m}{9.8m/s^2}}$$

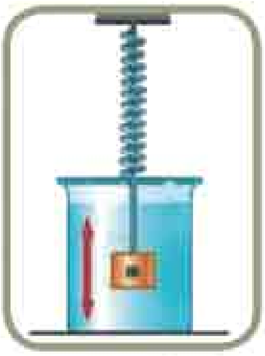
$$T = 2s$$

7 - 6 الحركة التوافقية المضمحلة :-

لقد عرفنا أن البندول الذي يتحرك حركة توافقية بسيطة ،فأن حركته تستمر مادامت طاقة المنظومة محفوظة . ولكن عند وجود قوة معرقلة كقوة الاحتكاك كما هو الحال عند غمر ثقل معلق بنابض محلزن في الماء أو في سائل ذي لزوجة عالية لاحظ الشكل (10) فأن هذه الحركة لا تستمر اذ تتلاشى سعة اهتزازه تدريجياً ، هذا النوع من الاهتزاز يسمى الاهتزاز المضمحل أو المتلاشي (Damping Vibration) كما هو موضح في الشكل (11) .



الشكل (11)



الشكل (10)

من الواضح انه لكي يهتز اي نظام لفترة معينة من الزمن لابد من تزويده بالطاقة باستمرار لتعويض الطاقة المفقودة خلال كل ذبذبة وذلك ببذل شغل ضد قوى الاحتكاك كما في حالة دفع ارجوحة الاطفال باستمرار لتزويد النظام بما يخسره من طاقة في كل ذبذبة لاحظ الشكل(12) .

الشكل (12)

والاهتزاز المضمحل له فوائد عملية تطبيقية ايضا ففي منظومة امتصاص الصدمات في السيارة (suspen-sion) تقوم ماصات الصدمات (الدبلات) بتخميد الاهتزازات الناتجة عن مرور السيارة على مطبات الطريق لاحظ الشكل (13) .

الشكل (13)

7 - 7 الحركة الموجية Wave Motion :-

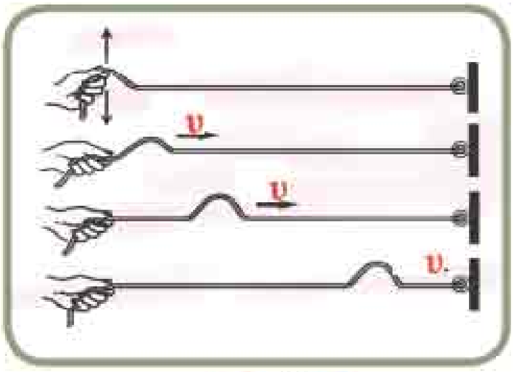
لو تأملت ما حولك لوجدت الكثير من الظواهر الموجية التي تشاهدها يومياً مثل :

اضطراب سطح الماء الساكن عند إلقاء حجر فيه وتكون الموجات الناقلة للطاقة على شكل دوائر متحدة المركز من نقطة سقوط الحجر إلى الأطراف وكذلك حركة الموجات الزلزالية في القشرة الأرضية ناقلة الطاقة على سطح الارض وكذلك انتشار صوت اوتار الالات الموسيقية المهتزة في الهواء عبر اهتزازات جزيئات الهواء . وتعد الموجات وسائل للنقل الطاقة بإشكالها كافة لاحظ الشكل (14) .

الشكل (14)

فالحركة الموجية هي اضطراب ناتج عن مصدر طاقة وسنبدأ دراستنا للموجات بمناقشة نوع يمكن ادراكه وهو الموجة المتولدة في وتر مشدود .

7 - 8 النبضات في وتر Pulses in a string :-



الشكل (15)

لو ثبتت نهاية وتر بشكل محكم وحركت طرفه الأخر بيدك بسرعة كبيرة إلى الأعلى أو للاسفل سيتولد اضطراب يسمى نبضة **pulse** وتنتقل هذه النبضة إلى أجزاء الوتر جميعها ناقلة معها الطاقة (كامنة وحركية) من غير ان تنتقل جزيئات الوتر معه ، لاحظ الشكل (15) ان النبضة تنتقل خلال الوتر بسرعة ($\vec{\upsilon}$) قاطعة إزاحة ($\vec{x}$) $\left[\vec{x} = \vec{\upsilon}t\right]$ وعندما يهتز الوتر فان كل جسيم فيه يهتز بحركة توافقية بسيطة إلى أعلى وأسفل وتسمى أقصى إزاحة للجزيئات عن مواضع استقرارها بالسعة (سعة النبضة) وتنتقل النبضة خلال الوتر بانطلاق υ يطلق عليه انطلاق النبضة لذا فان الموجة المتولدة في الوتر هي سلسلة من النبضات .

يعتمد انطلاق الموجة في الوتر على قوة الشد في الوتر (T) وكتلة وحدة الطول من الوتر (الكثافة الطولية) μ .

حيث ان :

$$\mu = \frac{m}{L}\,(kg/m)$$

$$\textbf{Wave speed} = \sqrt{\frac{\textit{Tension}\text{ in the string}}{\textit{Linear}\text{ mass density}}}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{T}{m/L}}$$

حيث ان : T تمثل قوة الشد في الخيط .

μ : تمثل كتلة وحدة الطول وتقاس بوحدات $\frac{kg}{m}$

ويكون البعد بين كل قمتين متتاليتين او قعرين متتاليين يساوي طول موجة كاملة (λ) وان زمن الدورة الواحدة T للموجة هو الزمن اللازم لاهتزاز اي نقطة في مسار الموجة (هزة) دورة واحدة وان التردد f هو :

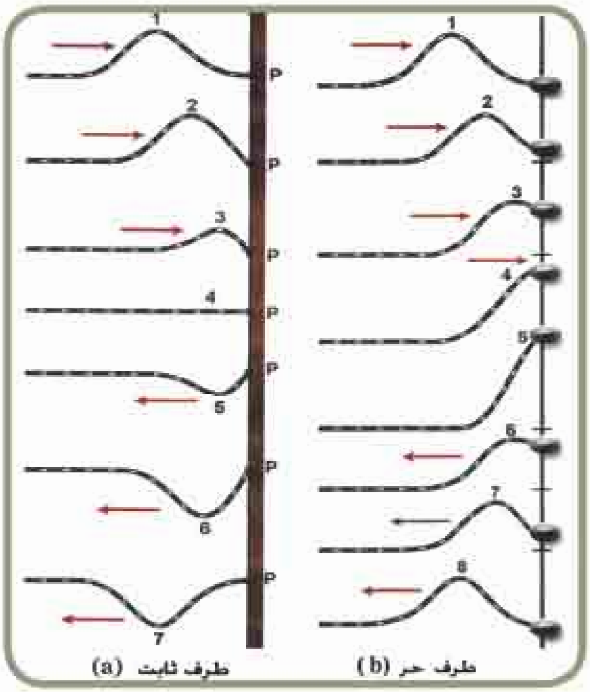
$$f = \frac{1}{T}$$

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T}$$

$$\lambda = \upsilon T$$

ومن الجدير بالذكر ان العلاقات الواردة في اعلاه تكون صحيحة لجميع الموجات ، كما ان تردد الموجة يعين بتردد المصدر المولد لها وان مقدار سرعة الموجة يتوقف على خواص الوسط الذي تنتقل فيه (مثل المرونة والكثافة) .

فعند توليد نبضة في طرف وتر وطرفه الاخر مثبت في حاجز فان النبضة ستنتقل خلال الوتر نحو اليمين وتصل الى الحاجز وتؤثر عليه بقوة الى الأعلى ولكن الحاجز سيؤثر على الوتر بقوة رد الفعل مساوية لها بالمقدار ومعاكسة لها بالاتجاه الى الأسفل وهذه القوة سوف تسبب في حركة الوتر الى أسفل لينخفض عن موضع استقراره فتنعكس النبضة (القمة تنعكس قعراً والقعر ينعكس قمة) ويسمى هذا بالانقلاب وبهذا فان النبضة المنعكسة تختلف بفرق طور 180° عن النبضة الساقطة واذا كان طرف الوتر حراً فانه يتحرك إلى أعلى والى أسفل ، فالنبضة المنعكسة لا يحصل لها انقلاب في الطور (اي بالطور نفسه) لاحظ الشكل (16) .



الشكل (16)

مثال 2

وتر جيتار كتلته **20g** وطوله **60cm** ما مقدار قوة الشد اللازمة في الوتر لكي تكون سرعة الموجة فيه **30m / s** ؟

الحل/

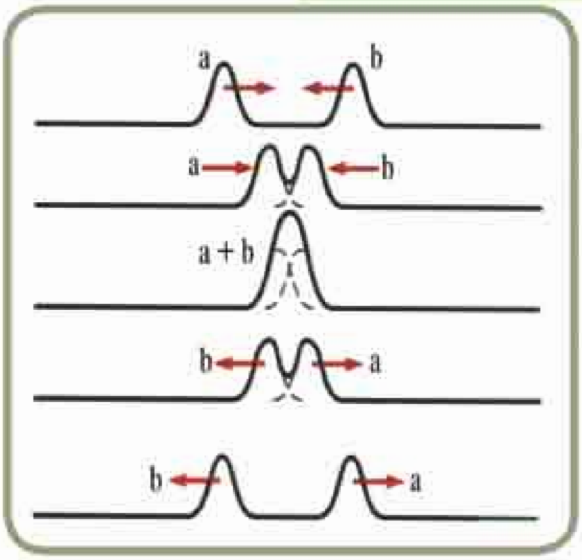
$$\upsilon = \sqrt{\frac{T}{m/L}}$$

$$T = \frac{m\upsilon^2}{L} \Rightarrow = \frac{\frac{20}{1000} \times (30)^2}{\frac{60}{100}}$$

$$= \frac{0.02 \times 900}{0.6}$$

$T = 30N$ الشد في الوتر

7 - 9 مبدأ التراكب Principle of Superposition :-

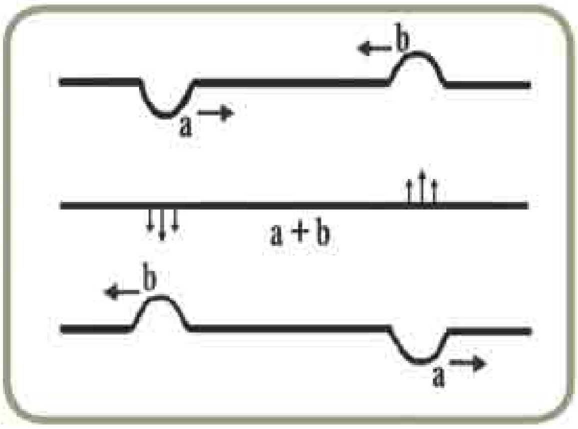


الشكل (17)

معظم الحركات الموجية التي نسمعها او نراها او نحس بها في حياتنا تحتوي على عدد كبير من الموجات مثل ضوء الشمس الذي يتكون من ألوان الطيف السبعة والأصوات التي نسمعها التي ممكن ان تنتشر بطريقة مستقلة قد تلتقي وتعطي حركة موجية واحدة تسمى هذه الظاهرة بمبدأ تراكب الموجات ويمكن توضيح مبدأ التراكب كالأتي :

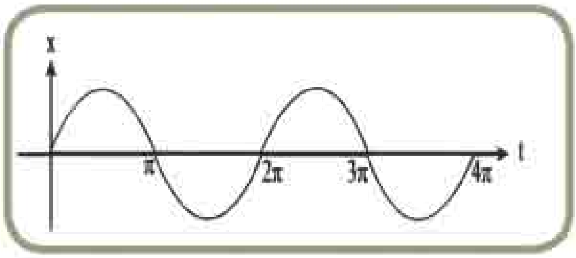
عندما تتحرك نبضتان خلال نقطة في وتر وفي الوقت نفسه ستكون أزاحتهما المحصلة في نقطة الالتقاء تساوي المجموع الاتجاهي لأزاحتي النبضتين الناتجة كل على انفراد في الوتر نفسه فلو فرضنا انتقال نبضتان في وتر تتحركان باتجاهين متعاكسين فعند التقاء هاتين النبضتين نحصل على نبضة محصلة، ومن ثم تظهر النبضات مرة اخرى بعد موقع الالتقاء وتستمر في مسارها الاصلي بغض النظر عن وجود النبضة الاخرى لاحظ الشكل (17) هذا السلوك للنبضات عند التقائها يسمى بمبدأ التراكب **Principle of Superposition** .

وعندما تنتقل نبضتان باتجاهين متعاكسين وبالسعة نفسها (بينهما فرق بالطور 180°) فحسب مبدأ التراكب تكون محصلة إزاحتهما في نقطة الالتقاء مساوية الى الصفر ومن ثم تعود النبضات في مسارها الأصلي بعد نقطة الالتقاء لاحظ شكل (18)



الشكل (18)

7 - 10 الموجات الدورية :-



الشكل (19)

الموجات الدورية هي موجات تعيد نفسها بفترات زمنية منتظمة, وكل أنواع الموجات الدورية لها شكل الموجة الجيبية (sin wave-forms) اي يمكن تمثيلها بمنحني (الجيب) sine curve او منحنى (جيب تمام) cosine curve مثل موجات الماء وموجات الضوء

ولمعرفة الموجات الدورية لاحظ الشكل (19) .

بما ان جسيمات المادة المتحركة في الوسط المهتز تتحرك حركة توافقية بسيطة باتجاه عمودي على اتجاه الموجة والتي لها شكل الموجة الجيبية وممكن ان توصف الموجات الدورية بثلاث كميات هي انطلاق الموجة υ, وطولها الموجي λ والتردد f . والتي ترتبط مع بعضها بالعلاقة الآتية:

$$\text{wave speed} = \text{frequency} \times \text{wave length}$$

$$\upsilon = f\,\lambda$$

مثال 3

رادار يرسل موجات راديوية بزمن 0.08s وبتردد 9400MHz اذا علمت ان سرعة الموجات الراديوية $c = 3 \times 10^8 m/s$ جد :

a) الطول الموجي . b) عدد الموجات .

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^{8} m/s}{9.4 \times 10^{9} Hz}$$

$$\lambda = 3.19 \times 10^{-2} m = 3.19 cm$$

عدد الموجات

$$n = ft = (9.4 \times 10^{9} Hz)(8 \times 10^{-2} s) = 75.2 \times 10^{7}$$

7- 11 أنواع الموجات kindes of waves :

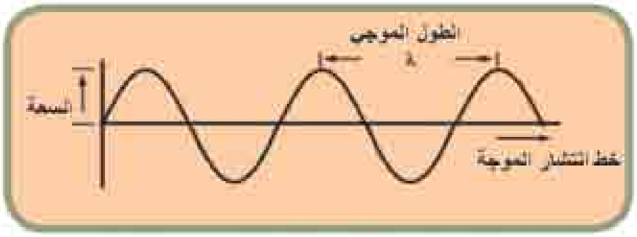
سبق وان تعرفت في دراستك السابقة على أنواع الموجات، وعرفت ان الموجات على نوعين:

1) الموجات المستعرضة transverse waves :

كما في الموجات الحاصلة في الحبل المشدود من طرف واحد والنابض المحلزن والتي تهتز فيه جسيمات الوسط باتجاه عمودي على خط انتشار الموجة ، لاحظ الشكل (20) .

الشكل (20)

ويمكن تمثيل الموجة المستعرضة بمنحنى **sine , cosine** حيث يمثل المحور **x** مواضع الاستقرار لجسيمات الوسط المهتز ويمثل المحور **y** إزاحات الجسيمات عن موضع استقرارها لاحظ الشكل (21).

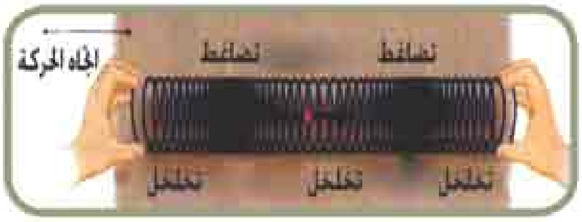


الشكل (21)

الموجات الميكانيكية المستعرضة يمكنها النفاذ فقط في الاوساط المرنة التي تتوافر بين جسيماتها قوى تماسك كافية مثل الاجسام الصلبة والسطوح الحرة للسوائل اذ يتمكن الجسيم المهتز من تحريك الجسيمات المجاورة له عموديا على اتجاه انتشار الموجة . والموجات المستعرضة التي لا تحتاج الى وسط مادي لانتقالها هي الموجات الكهرومغناطيسية .

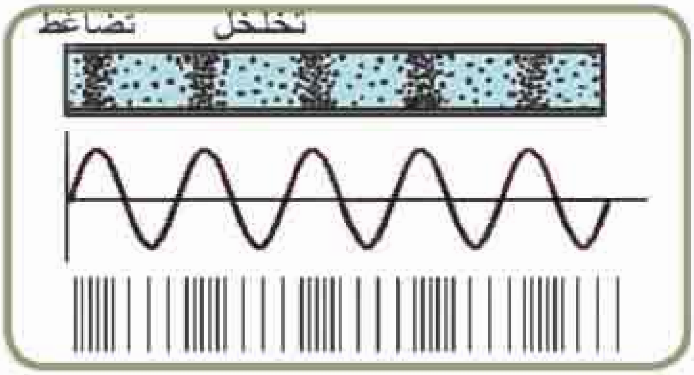
2) الموجات الطولية longitudinal wave

والتي تهتز فيها جسيمات الوسط بموازاة خط انتشار الموجة وكما في الشكل (22) كما في الموجه الحاصلة في نابض محلزن والموجات الصوتية إذ إن اهتزاز شوكة رنانة في الهواء تولد سلسلة من التضاغطات والتخلخلات دوريا مع الزمن منتشرة في الهواء .



الشكل (22)

ويمكن تمثيل الموجة الطولية بالرسم اما بخطوط مستقيمة متقاربة تمثل مناطق التضاغط وأخرى متباعدة تمثل مناطق التخلخل او أنها تمثل بيانيا بمنحنى الجيب **sine curve** ويسمى بمنحنى التضاغط والتخلخل للموجة الطولية لاحظ شكل (23).



الشكل (23)

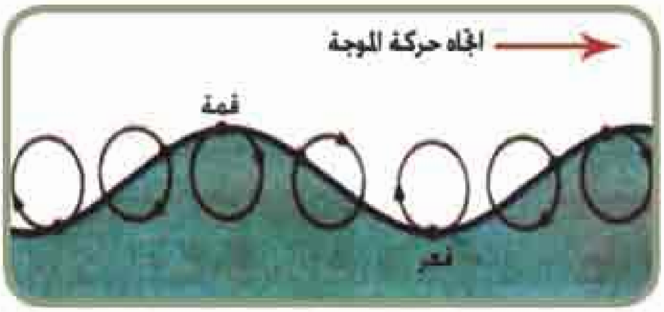
انطلاق الموجة يمثل المسافة التي تبتعد فيها قمة الموجة او قعرها او مركز تضاغطها او مركز تخلخلها عن مركز التموج في الثانية الواحدة ويتوقف على :

1. نوع الموجة .
2. طبيعة الوسط الناقل من حيث مرونته وكثافته .

ان انطلاق الموجة الطولية في الاوساط المختلفة يتوقف على معامل المرونة β والكثافة الكتلية للوسط ρ أي ان :

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$$

تظهر بعض الموجات في الطبيعة مثل موجات الماء باتحاد نوعين من الموجات: موجات طولية وموجات مستعرضة مثل موجات الماء ، لاحظ الشكل (24) فعندما تنتشر الموجات المائية على سطح ماء عميق تتحرك الجزيئات الموجودة



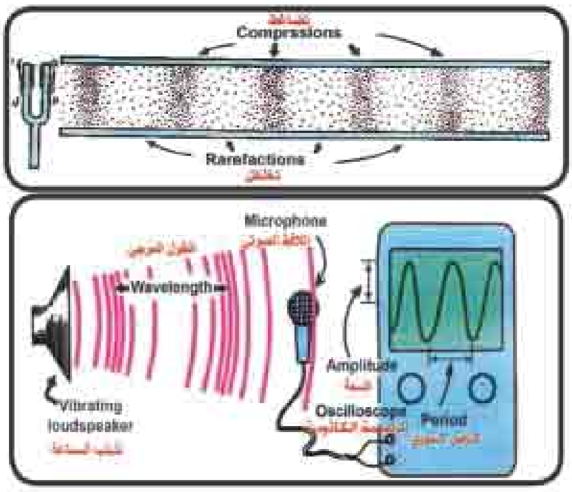
الشكل (24)

على السطح بمسار دائري . فالإزاحات المستعرضة عبارة عن تغير في الوضع العمودي لجزيئات الماء . والازاحات الطولية تحصل عندما تمر الموجة على سطح الماء ، تتحرك جزيئات الماء عند القمم باتجاه حركة الموجة بينما تتحرك الجزيئات عند القيعان بعكس اتجاه الحركة بحيث ان الجزيء الموجود على القمة سوف يكون على القعر بعد نصف الدورة لذلك سوف تتلاشى حركته باتجاه حركة الموجة نتيجة للحركة في الاتجاه العكسي . وينطبق هذا على جميع الجزيئات المضطربة بوساطة الموجة وبذلك تنتشر الموجات على سطح الماء . كما ان الموجات الثلاثية الابعاد الناتجة عن الزلزال تحت سطح الكرة الارضية متكونة من كلتا نوعي الموجة (الموجةالمستعرضة والموجة الطولية) .

7 - 12 الصوت sound :-

وكما مر بك عزيزي الطالب عزيزتي الطالبة في المرحلة السابقة من دراستك عن طبيعة الصوت ان الصوت شكل من أشكال الطاقة ينتقل من نقطة الى أخرى كموجة طولية في الاوساط المادية والتي تصل الاذن وتتحسس بها ، ولتوليد الصوت يتطلب وجود مصدر مهتز في وسط مادي ينقل الاهتزاز قد يكون غازاً او سائلاً او جسماً صلباً والموجات الصوتية لا يمكنها الانتقال خلال الفراغ ويبين الشكل (25) مصدرين يرسلان موجات صوتية في الهواء .

ان تردد الموجات الصوتية التي تتحسسها الاذن البشرية يتراوح بين (20-20000)Hz (الموجات الصوتية المسموعة) فالصوت المتولد عن اهتزاز غشاء مولدة الصوت Loud speaker (تحول الجهد الكهربائي المتغير الى ذبذبة صوتية) يسبب تغيرات في ضغط الهواء المجاور للغشاء ، فتهتز جزيئات الهواء حول موضع استقرارها , وبما ان الضغط غير منتظم فان جزيئات الهواء تكتسب قوة نتيجة لتغير ضغط الهواء ويكون اتجاه القوة دائما بعيداً عن مناطق التضاغط وباتجاه مناطق التخلخل فجزيئات الهواء تتحرك يساراً او يميناً باتجاه مناطق التضاغط وبعيداً عن مناطق التخلخل وانطلاق الصوت يعتمد على طبيعة الوسط الذي ينتقل فيه ، فانطلاقه في الجوامد اكبر من انطلاقه في السوائل وانطلاقه في السوائل اكبر من انطلاقه في الغازات وتستطيع ان تلاحظ من الجدول (1) السرع المختلفة للصوت في الاوساط المختلفة .



الشكل (25)

الجدول (1)

سرعة الصوت في الاوساط المختلفة $\upsilon (m/s)$	
الغازات	
الهيدروجين (0C)	1286
الهليوم (0C)	972
الهواء (20C)	343
الهواء (0C)	331
الاوكسجين (0C)	317
السوائل عند درجة 25C	
ماء البحر	1533
الماء	1493
الزئبق	1450
الكيروسين	1324
الكحول المثيلي	1143
رباعي كلوريد الكربون	926
الجوامد	
الماس	12000
زجاج البيركس	5640
الحديد	5130
الالمنيوم	5100
النحاس الاصفر Brass	4700
فلز النحاس copper	3560
الرصاص Lead	1322
المطاط	1600

يعتمد انطلاق الصوت في الأجسام الصلبة على مرونة الوسط وعلى كثافته ،فانطلاق الصوت (في درجة $0^\circ C$ وضغط $1atm$) في الالمنيوم مقداره $5100m/s$ ، بينما انطلاق الصوت في الهواء في الدرجة نفسها مقداره $331m/s$.

وعلى هذا الاساس يمكن صياغة انطلاق الصوت بالعلاقة الاتية :

$$\upsilon_s = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

إذ ان:

υ_s تمثل انطلاق الصوت .

Y تمثل معامل يونك .

ρ تمثل كثافة الوسط .

مثال 4 اذا طرق احد طرفي ساق من الألمنيوم بواسطة مطرقة فانتشرت عبر الساق موجة طولية احسب انطلاق الصوت في ساق الألمنيوم. علما ان معامل يونك للالمنيوم يساوي $7\times10^{10}N/m^2$ ، وان كثافة الألمنيوم $2.70\times10^3kg/m^3$

الحل/

$$\upsilon_s = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{7\times10^{10}\ N/m^2}{2.7\times10^3\ kg/m^3}}$$

انطلاق الصوت في الألمنيوم $=5091\ m/s$

وهذه النتيجة اكبر بكثير من مقدار سرعة الصوت في الغازات وكما مبين في الجدول (1) ذلك أن جزيئات المواد الصلبة مرتبطة ببعضها بطريقة أكثر تماسكاً فتكون الاستجابة للاضطراب اكثر سرعة .

وانطلاق الصوت في الغازات يتوقف على نوع الغاز ودرجة حرارته فعند ارتفاع درجة الحرارة درجة سيليزية واحدة يزداد انطلاق الصوت في الهواء بمقدار $0.6m/s$ فانطلاق الصوت في الهواء عند درجة حرارة T :-

$$\upsilon = 331 + 0.6T$$

يزداد انطلاق الصوت بزيادة الرطوبة في الجو لان كثافة الهواء الرطب اقل من كثافة الهواء الجاف وانطلاق الصوت في السوائل يعطى بالعلاقة :

حيث ان β تمثل معامل مرونة السائل وتقاس N/m^2

$$\upsilon_s = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$$

مثال 5

احسب انطلاق الصوت في الماء الذي معامل مرونته $2.1 \times 10^9 N/m^2$ وكثافته $1 \times 10^3 kg/m^3$.

الحل/

$$\upsilon_s = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$$

انطلاق الصوت في الماء

$$= \sqrt{\frac{2.1 \times 10^9 N/m^2}{1 \times 10^3 kg/m^3}} = 1449 m/s$$

7 - 13 تداخل الموجات Interference of wave :-

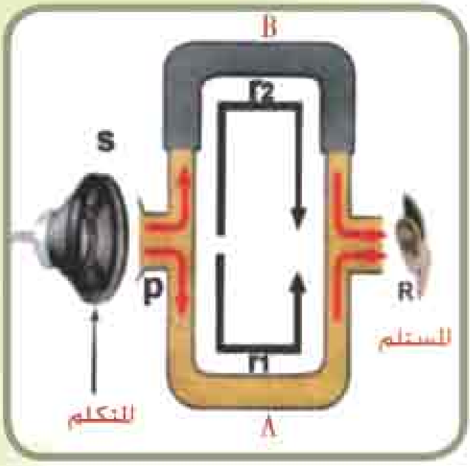
لعلك أحسست انه يمكنك سماع صوت شخص بوضوح على الرغم من أن صوته تقاطع مع أصوات أخرى فهل تساءلت ماذا يحدث حينما تلتقي موجتان أو أكثر في الوسط نفسه ؟ وما التأثير الذي سيحدثه هذا الالتقاء؟ هذه الأسئلة وغيرها يمكننا الإجابة عنها بعد إجراء النشاط الأتي:

نشاط

بيان ظاهرة التداخل في الصوت

أدوات النشاط :

أنبوبة كوينك (تتركب من أنبوبة معدنية A ذات فرعين تحتوي على فتحتين جانبيتين R, P وتنزلق هذه الأنبوبة داخل أنبوبة اخرى B يستعمل الأنبوبة (B) لتغيير طول المسار (PBR) لاحظ الشكل (26) .



الشكل (26)

خطوات النشاط :

- اطرق شوكة رنانة او اي مصدر صوتي اخر عند الفتحة P وسيحدث تضاغط .
- حرك الانبوبة B بحيث يصبح المساران PAR - PBR متساويين أي ان التضاغطين سيصلان الفتحة R في اللحظة نفسها ، نسمع الصوت عند الفتحة R بوضوح .
- اسحب الانبوبة B تدريجياً الى الخارج فيزيد طول المسار (PBR) عن المسار PAR وباستمرار سحب الأنبوب ،ينعدم الصوت عند وضع معين وباستمرار السحب تزداد شدة الصوت من جديد .
- عند تساوي طول المسارين (PAR)(PBR) فان الموجات تصل من المسارين من الفتحة

P ويكونان متفقين في الطور فيتقابل تضاغط من المسار الاول مع تضاغط من المسار الثاني وايضاً يتقابل تخلخل من المسار الاول مع تخلخل من المسار الثاني فيحدث تقوية للصوت اي تداخل بناء .

- عند تغير طول احدى الأنبوبتين عن طول الأخرى يكون فرق المسار $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ عندئذ تداخل تضاغط من المسار الأول مع تخلخل من المسار الثاني فيحدث تداخل إتلافي يؤدي الى خفوت بالصوت اذ تزول طاقة الموجة الناتجة .

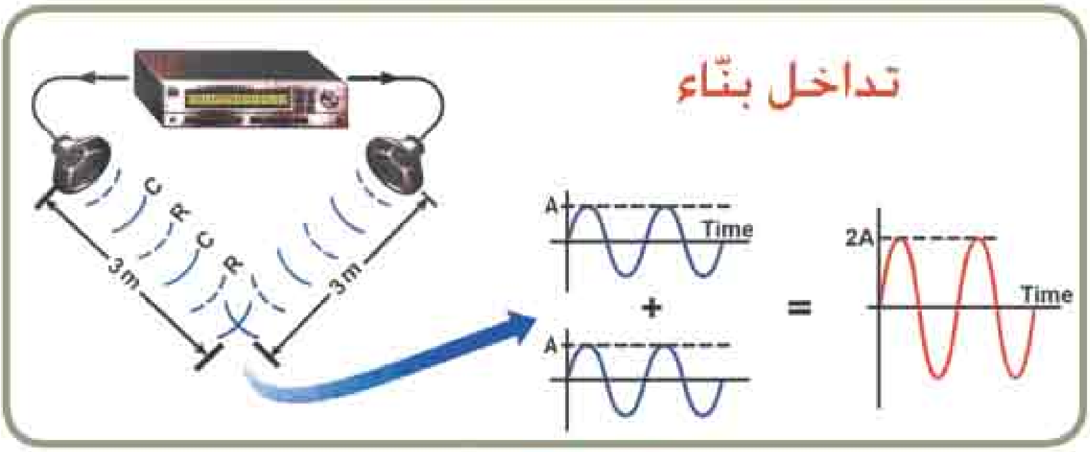
نستنتج ان :

ان عملية التقاء مجموعة من الموجات من نوع واحد في وقت واحد يدعى تداخل الموجات وللحصول على نمط تداخل واضح ومستمر لابد من ان يكون للموجات المتداخلة السعة نفسها والتردد نفسه .

وعند حدوث التقاء الموجات يتشكل نمطان من التداخل هما :

تداخل بناء constructive interference

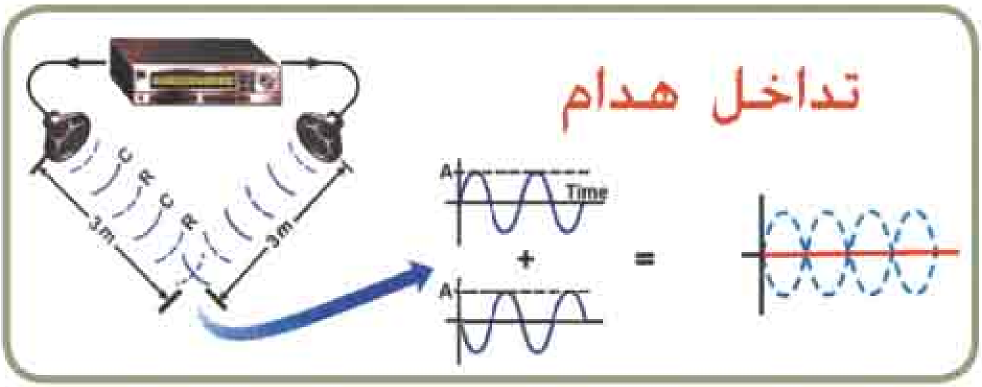
عندما تتداخل الموجات مع بعضها يحدث تقوية في الموجة الناتجة يسمى تداخل بناء عند التقاء قمة الموجة مع قمة موجة أخرى او التقاء قعري الموجتين لاحظ الشكل (27a) .



الشكل (27a) .

تداخل هدام Destructive Interference

حيث تلغي الموجات تأثير بعضها على البعض الاخر ، مثل التقاء قمة موجة مع قعر موجة أخرى.لاحظ الشكل (27b).



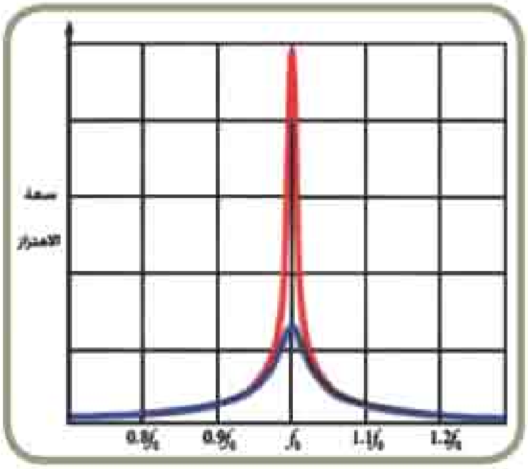
الشكل (27b)

7-14 الرنين Resonance :-

إذا اثرت قوة خارجية دورية في نظام مهتز وكان تردد القوة المؤثرة f يساوي التردد الطبيعي للنظام $f_\circ$. أي ان :

$$f = f_\circ$$

فتزداد سعة اهتزاز النظام نسبياً فيقال عندئذ بان القوة في حالة رنين مع النظام و التردد في هذه الحالة يسمى بالتردد الرنيني وان النظام عندئذ يمتلك اقصى طاقةلاحظ الشكل (28) .



الشكل (28)

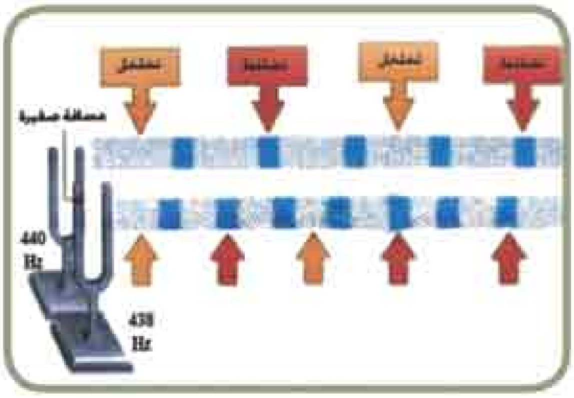
وهذه الحالة يمكن ملاحظتها إذ تـزداد سعة اهتزاز الأرجوحة عندمـا يقوم الشخص الـواقف خـلفها بدفعها بقوة باتجاه حركتها عند كل ذبذبة وبالتردد نفسه لاحظ الشكل (29).

الشكل (29)

فكر

لا يسمح لمجموعة من الجنود السير على جسر بانتظام ؟

7- 15 الضربات Beats :-



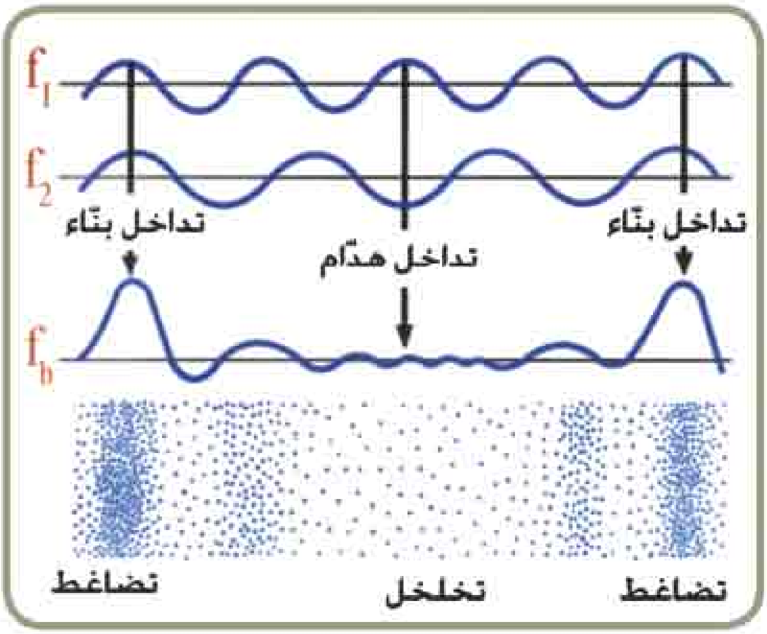
الشكل (30)

اذا طرقت شوكتان رنانتان ترددهما مختلف قليلاً لاحظ الشكل (30) عندها سنسمع صوت متغير الشدة بصورة دورية وتسمى هذه الظاهرة بالضربات وهي التغير الدوري في الشدة عند نقطة نتيجة تراكب موجتين لهما ترددان مختلفان اختلافا صغيراً .

ان تردد الضربات f_B يساوي الفرق بين ترددي المصدرين كما يأتي :

$$f_B = f_1 - f_2$$

يمكن إدراك ظاهرة الضربات بسهولة اذا كان الفرق بين ترددي الموجتين المتداخلتين صغيراً لا يتجاوز 10Hz وهذا يتوقف على قدرة الأذن البشرية على تمييز ذلك وعموماً فان الاذن البشرية لا يمكنها ان تميز بين ضربات نغمتين اذا كان فرق التردد بينهما يزيد عن 7Hz .



الشكل (31)

اما تردد الموجة (f) الناتجة من تراكب الموجتين لاحظ الشكل (31) فأنه يساوي معدل ترددهما اي ان :

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

إذ ان :

f_1 = تردد الموجة الأولى .

f_2 = تردد الموجة الثانية .

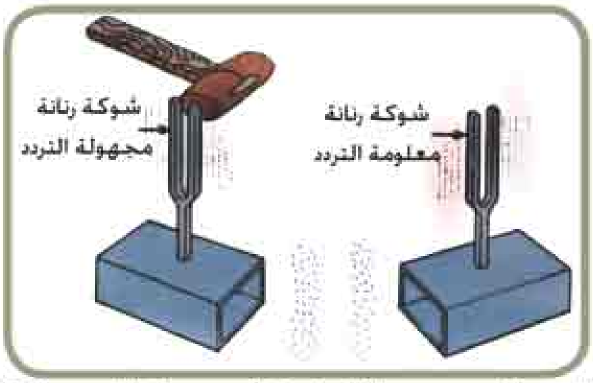
تستثمر ظاهرة الضربات لتعيين :

- تردد وتر ما في آلة موسيقية .
- تردد مجهول لشوكة رنانة بوساطة شوكة رنانة أخرى .

مثال 6

يراد تعيين تردد شوكة رنانة طرقت بالقرب من اخرى مهتزة بتردد 446Hz فسمعت منها 7beats / sec كم هو تردد الشوكة المجهولة ؟

الحل /



$f_B = f_1 - f_2$

$7 = f_1 - 446$

$f_1 = 453\ Hz$

or:-

$7 = 446 - f_2$

$f_2 = 439\ Hz$

لمعرفة ايهما التردد الصحيح ، تثقل شوكة مجهولة التردد (فيقل ترددها) فاذا :

1 - قل عدد الضربات في الثانية الواحدة فأن f_1 هو التردد الصحيح .

2 - ازداد عدد الضربات في الثانية الواحدة فان f_2 هو التردد الصحيح .

فكر كيف يمكنك الحصول على ظاهرة الضربات باستعمال شوكتين رنانتين متساويتين بالتردد .

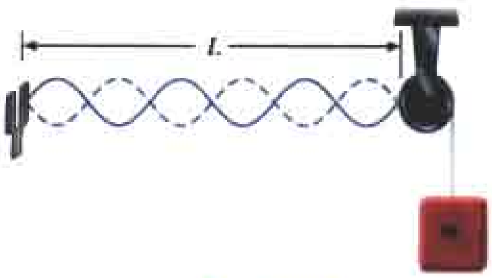
7 - 16 الموجات الواقفة Standing waves :-

لعلك تتساءل ماهي ظاهرةالموجات الواقفة ؟وكيف تحدث ؟وهل تحدث للموجات جميعها وما أهم التطبيقات العملية عليها؟ هذه الاسئلة وغيرها يمكنك الاجابة عليها بعد اجراءك النشاط الاتي :

نشاط الموجات الواقفة في وتر

أدوات النشاط :

شوكة رنانة ، وتر ، ثقل .



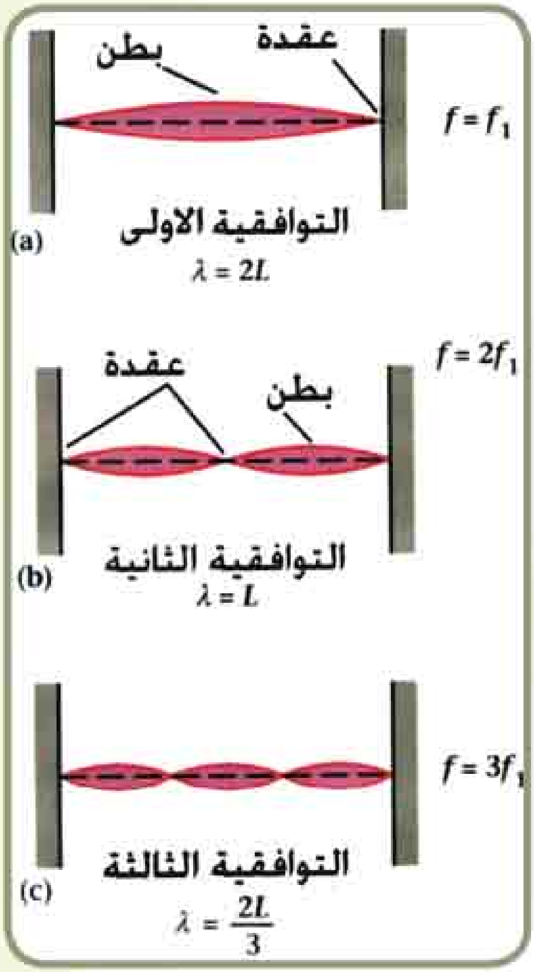
الشكل (32)

خطوات النشاط :

- ثبت احد طرفي الوتر باحد فرعي شوكة رنانة كما في الشكل (32) .
- اجعل طرف الوتر الاخر يمر على بكرة ويتدلى منه ثقل .
- عند اهتزاز الشوكة الرنانة، بعد التحكم بطول الوتر او تغير مقدار الثقل او كليهما لجعل الوتر يهتز باعداد صحيحة من انصاف طول الموجة ماذا تلاحظ ؟

سوف تتولد موجات تنعكس عند نهاية الوتر وترتد باتجاه معاكس فتلتقي مع الموجات الساقطة

مكونة ما يسمى بالموجات الواقفة فينقسم الوتر الى عدة مناطق تتكون من عقد وبطون وتنعدم كل من سعة الاهتزاز والطاقة والسرعة لجسيمات الوسط عند العقد بينما تزداد سعة الاهتزاز والطاقة والسرعة لجسيمات الوسط بين كل عقدتين وتبلغ اكبر سعة عند منتصف المسافة بين كل عقدتين متتاليتين والتي تسمى بالبطون وأماكن هذه البطون والعقد ثابتة لذلك تسمى هذه الموجات بالموجات الواقفة او الساكنة (**stationary wave**) (**standing waves**) فالموجات الواقفة هي تلك الموجات التي تنشأ من تراكب سلسلتين من الموجات المتساوية في التردد والسعة تسيران في اتجاهين متعاكسين وبالانطلاق نفسه في وسط واحد محدود .



الشكل (33)

الشكل (33) يمثل موجات واقفة متولدة في وتر مشدود بين نقطتين . ولايجاد العلاقة بين طول الوتر المهتز والطول الموجي للموجة الواقفة لاحظ الشكل (33) .

- ماعدد البطون في كل حالة ؟
- كم تساوي المسافة بين كل عقدتين من الطول الموجي للموجة الواقفة في كل حالة ؟
- ما العلاقة بين طول الموجة وطول الوتر ؟

ووفق إجابتك عن الأسئلة السابقة ، يكون :

طول الوتر (**L**) = عدد البطون (**n**) × $\frac{(\lambda)}{2}$

$$L = n \, . \, \frac{\lambda}{2}$$

حيث ان : $n = 1 , 2 , 3 ......$

ومن العلاقة : $\upsilon = \lambda f$

فان التردد يعطى بالعلاقة الاتية :

$$f = \frac{\upsilon}{\lambda} = n \, . \, \frac{\upsilon}{2L}$$

واذا كانت : $n = 1$

فان : $f_1 = \frac{\upsilon}{2L}$ ، حيث يعرف f_1 بالتردد الاساسي او النغمة التوافقية الاولى (**first harmonic**) .

واذا كانت : $n = 2$ فان f_2 يعرف بتردد النغمة التوافقية الثانية :

$$f_2 = \frac{\upsilon}{L}$$

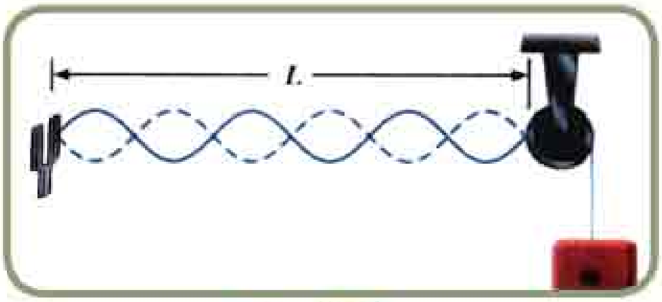
وهكذا . . .

مثال 7

في الشكل (34) وتر طوله **42cm** تولدت فيه موجة واقفة تتألف من ستة بطون وبانطلاق **84m / s** جد كلا من طول الموجة وترddاته التوافقية الاولى والثانية ؟

الحل/

بتطبيق العلاقة : $L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$



الشكل (34)

حيث ان **n** يمثل عدد البطون

$$0.42 = 6 \cdot (\frac{\lambda}{2})$$

طول الموجة الواقفة $\lambda = \frac{0.42}{3} = 0.14m$

اما تردداته الأولى والثانية فنجدها بتطبيق العلاقة $f = n \cdot \frac{\upsilon}{2L}$ ومنها نجد ان :

ترددالنغمة التوافقية الاولى $f_1 = \frac{1 \times 84}{2 \times 0.42} = 100Hz$

ترددالنغمة التوافقية الثانية $f_2 = \frac{2 \times 84}{2 \times 0.42} = 200Hz$

أي ان : $f_2 = 2f_1$

7-17 خصائص الصوت :-

تختلف الأصوات بعضها عن بعض بخصائص اساسية ثلاثة هي :

1) علو الصوت .

2) درجة الصوت.

3) نوع الصوت .

1 علو الصوت Loudness

يرتبط علو الصوت بشدة الصوت التي لها تأثير في الأذن والتي تعطينا الإحساس بعلو الصوت او خفوته. فالأصوات التي من حولنا قد تكون عالية كصوت الرعد وقد تكون خافتة كالهمس وتعرف شدة الصوت عند نقطة معينه بأنها :

((المعدل الزمني للطاقة الصوتية لوحدة المساحة العمودية من جبهة الموجة التي مركزها تلك النقطة)) لاحظ الشكل (35) .

اي ان :
$$\text{شدة الصوت} = \frac{\text{القدرة الصوتية}}{\text{المساحة}}$$

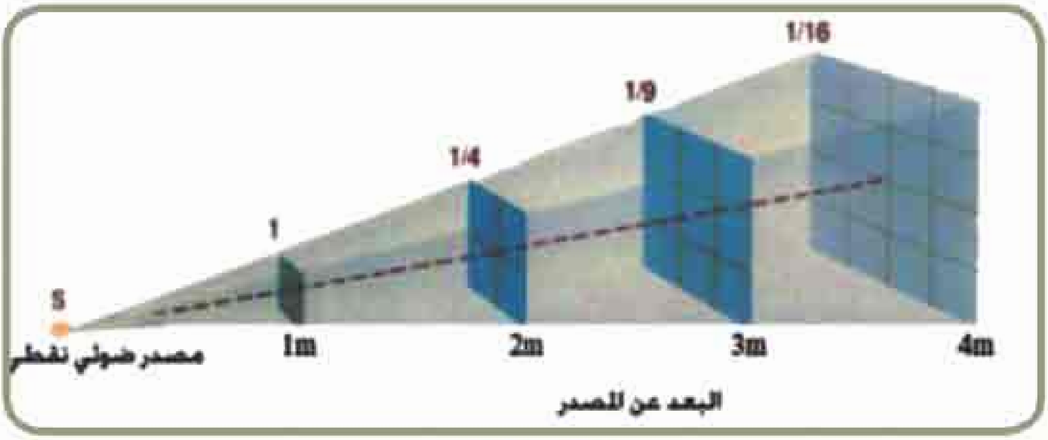
$$I = \frac{P}{A}$$

إذ ان :

P = القدرة الصوتية مقدرة بالواط (Watt) .

A = المساحة مقدرة بـ m^2 .

I = الشدة الصوتية مقدرة $Watt/m^2$.



الشكل (35)

أن شدة الصوت عند نقطة من الوسط تعتمد على :

1) بعد النقطة عن المصدر : تتناسب شدة الصوت في نقطة معينة تناسباً عكسياً مع مربع بعد النقطة عن مصدر الصوت .

2) سعه اهتزاز المصدر وتردده : تتناسب شدة الصوت طردياً مع كل من مربع سعة اهتزاز مصدر الصوت وكذلك مع مربع تردد المصدر .

3) المساحة السطحية للسطح المهتز : اذ تزداد شدة الصوت بازدياد المساحة السطحية للجسم المهتز .

4) كثافة وسط الانتشار : تزداد شدة الصوت بازدياد كثافة الوسط المهتز .

7 - 18 حساب مستويات الصوت Measuring sound levels :-

سبق وان درست عزيزي الطالب ان الترددات الصوتية التي تتحسس بها الأذن البشرية جيداً تقع بين **20Hz - 20000Hz**، ولا يسمع الصوت اذا صار تردده اقل من **20Hz** (وهي ترددات الموجات تحت السمعية) اواكبر من **20000Hz** (وهي ترددات الموجات فوق السمعية) .

ان العلاقة بين شدة الصوت وعلوه ليست علاقة طردية وإنما هي علاقة لوغارتمية كما ان الإذن البشرية لاتتحس بالتساوي الأصوات ذات الترددات المختلفة والمتساوية في شدتها .

وتتحسس الأذن البشرية شدة صوت تقارب $\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2}$ 10^{-12} ولغاية $\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2}$ 1 عندما يكون تردد الصوت **1000Hz** وقد اعتبرت الشدة $\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2}$ 10^{-12} بداية للسمع وسميت بعتبة السمع وقد وضع مقياس لوغارتمي لحساب مستوى الشدة **intensity level** (L_I) لصوت ما شدته (I) هو :

$$L_I \text{ (decibel) } = 10 \left(\log_{10} \frac{I}{I_\circ} \right)$$

وان مستوى الشدة (L_I) يمثل العلاقة اللوغارتمية بين الاحساس بعلو الصوت وشدته عند تردد معين .

حيث ان:

L_O تمثل عتبة السمع ومقدارها 10^{-12} $\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2}$

L_I يمثل مستوى الشدة ويقاس بوحدات **decibel** (**dB**) .

ومن الجدير بالذكر ان مستوى شدة الصوت عند عتبة السمع يساوي صفراً لان :

$$L_O = 10 \log \frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 10 \log_{10}(1) = 10 \times 0 = 0$$

وبما ان أعظم شدة تستطيع الأذن سماعها هي ($1 \ \frac{Watt}{m^2}$) فان اعلى مستوى شدة صوتية عند عتبة الألم هي :

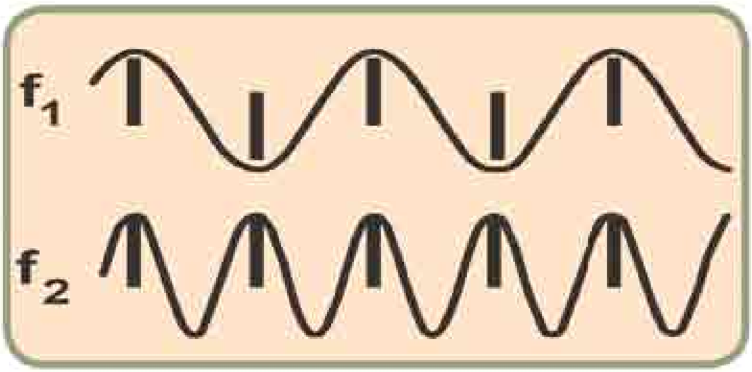
$$L_I = 10 \log \frac{1^{-12}}{10^{-12}} = 10 \log_{10} 10^{12} = 120dB$$

والجدول (2) يبين مستويات الشدة لمصادر صوتية مختلفة .

جدول (2) مستويات الشدة لمصادر صوتية مختلفة		
مصدر الصوت		مستوى الشدة للصوت (dB)
طائرة نفاثة قريبة	Nearby jet airplanc	150
صفارة انذار	Siren' rok Concert	120
مترو الانفاق وماكنة قص الحشائش	Subway , power mower	100
المرور المزدحم	Busy traffic	80
المكنسة الكهربائية	Vacuum cleaner	70
المحادثات الطبيعية	Normal conversation	50
صوت الناموس (الزن)	Mosquito buzzing	40
الهمس	Whisper	30
حفيف اوراق الشجر	Rustling Leaves	10
حد السمع	Threshold of hearing	0

2 درجة الصوت Pitch of the sound

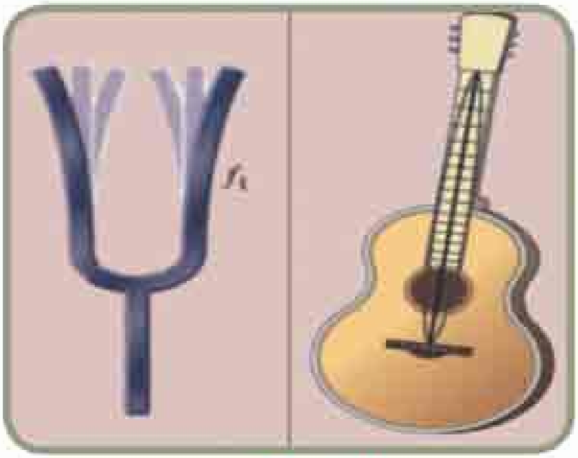
هي خاصية الصوت التي تعتمد على تردد الموجات الصوتية الواصلة للأذن والتي تميز بين الأصوات الحادة كصوت المرأة والأصوات الغليظة كصوت الرجل . فاذا كان تردد النغمة صغيراً قيل ان النغمة منخفضة الدرجة واذا كان تردد النغمة كبيراً قيل ان النغمة عالية الدرجة ، لاحظ الشكل (36) .



الشكل (36)

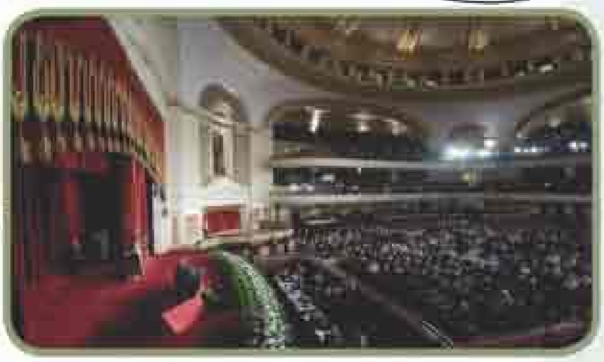
3 نوع الصوت

تلك الخاصية التي بوساطتها تميز الإذن بين النغمات المتماثلة في الدرجة والشدة الصادرة عن الآلات الموسيقية المختلفة فالنغمة الصادرة عن شوكة رنانة ترددها مثلاً **256Hz** يمكن تمييزها عن نغمة أخرى لها التردد نفسه صادرة من بيانو او كمان .ويتوقف على نوع المصدر وطريقة توليد الصوت لاحظ الشكل (37) .



الشكل (37)

هل تعلم ؟



الشكل (38)

تؤثث السقوف والجدران تبعا لهدف استخدام الغرف والقاعات فالسقوف المصممة لتردد عال هي عادة مسطحة وصلبة اما الصفوف والمكتبات والأماكن الهادئة فهي غالباً تكون ناعمة الملمس ومغطاة بمادة ممتصة للصوت لاحظ الشكل (38) .

مثال 8 وضعت آلتان متماثلتان على البعد نفسه من عامل ، شدة الصوت الواصل من كل آلة لموقع العامل هو $2\times10^{-7}\ Watt/m^2$ ، اوجد مستوى الشدة للصوت المسموع من قبل العامل **a**) عندما تعمل إحدى الآلتان . **b**) عندما تعمل الآلتان معاً .

الحل /

a) نحسب مستوى الشدة L_1 عند موضع العامل عندما تعمل إحدى الآلتان من المعادلة الآتية :

$$L_1 = 10\log_{10}\frac{I}{I_o}$$

$$L_{11} = 10\log_{10}\frac{2\times10^{-7}\,watt/m^2}{1\times10^{-12}\,watt/m^2} = 53dB$$

b) تتضاعف الشدة الى 4×10^{-7} Watt / m² لذلك يكون مستوى الشدة في هذه الحالة هو :

$$L_{12} = 10\log_{10}\frac{I}{I_o}$$

$$L_{12} = 10\log_{10}\frac{4\times10^{-7}\ Watt/m^2}{1\times10^{-12}\ Watt/m^2} = 56\ dB$$

اي عندما تتضاعف الشدة يزداد مستوى الشدة بمقدار 3dB فقط.

فكر

يعزف عازف الكمان لحنا منفرداً وبعد ذلك ينضم إليه تسع عازفين والجميع يعزفون الشدة نفسها التي عزف بها العازف الأول .

a) عندما يعزف كل العازفين معاً ، كم هو مستوى شدة الصوت للمجموعة ؟

b) أذا انضم عشرة عازفين آخرين كم يزداد مستوى شدة الصوت عن حالة العازف الواحد ؟

7 – 19 الموجات فوق السمعية Ultrasonic word :-

الموجات فوق السمعية : هي موجات ميكانيكية تنتشر بسرعة الصوت نفسها الا أنها ذات تردد عالي يزيد عن $20000H_z$ ومن تطبيقاتها العملية :

* تستثمر في تعيين الأبعاد واعماق البحار اذ يستعملها الخفاش في تجنب الاصطدام بما يعترض طريقه أثناء طيرانه اذ يصدر موجات فوق سمعية تنعكس عند اصطدامها بأي عائق ويستقبل الخفاش الموجات المنعكسة فيستدل على وجود العوائق ويتجنبها كما يستعملها الإنسان في حساب أعماق البحار وذلك بإرسال إشارة من الموجات فوق السمعية نحو قاع البحر وتستقبل الإشارة المنعكسة عنه بمستقبل خاص، وبحساب زمن الذهاب والاياب للموجة ومعرفة سرعة الموجات فوق سمعية في ماء البحر ، يمكن معرفة مقدار العمق .

- تستثمر في الفحوص الطبية والجراحية ذلك ان كل عضو من اعضاء جسم الإنسان كالانسجة و العظام والدهون تختلف في قدرتها على عكس هذه الموجات عند سقوطها عليها فعند تسليط حزمة من موجات فوق السمعية على الجزء المراد فحصه واستقبال الموجات المنعكسة على جهاز إلكتروني متصل بشاشة تلفزيونية تظهر عليها صورة المنطقة المراد فحصها و يفضل استخدام الموجات فوق السمعية على استخدام الاشعة السينية وذلك لتلافي التأثير الضار للأشعة السينية (أشعة اكس) على الجسم .
- تستثمر في التصنيع للتأكد من تجانس الآلة المعدنية وكشف العيوب .
- تستثمر في القضاء على بعض انواع البكتريا مثل بكتريا الدفتريا وبكتريا السل ، كما انها توقف بعض الفيروسات وتحد من تأثيرها .
- تستثمر في التعقيم والتنقية والصقل : عند مرور موجات فوق سمعية في سائل تزداد سرعة وتعجيل جسيمات الوسط المتذبذبة ونتيجة لذلك تحدث انقطاعات في اتصالات السائل تظهر باستمرار وهذه الانقطاعات تمثل فقاعات وعند اختفاء الانقطاعات يحدث ارتفاع لحظي في الضغط يصل آلاف المرات بقدر الضغط الجوي لذا تقوم بتفتيت ما يوجد في سائل من جزيئات او كائنات حية. كذلك تزال الدهون وطبقات الاوكسيد بهذه الطريقة فضلاً عن استثمارها في تخريم الزجاج والسيراميك .
- تستثمر في الطب للتدليك بإمرارها على الجلد فتسبب اهتزازاتها السريعة تدليك العضلات كما تستخدم في تحطيم الحصى في الكلى .

فكر

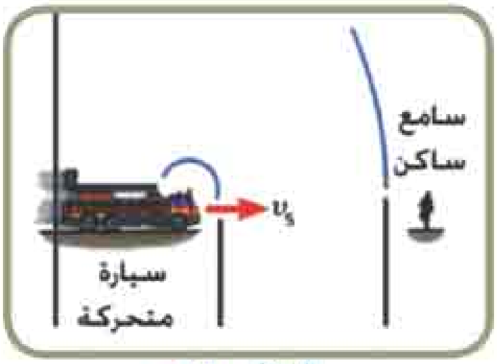
لماذا تعمل الموجات ذات التردد المرتفع (فوق السمعية) بشكل افضل من الموجات ذات التردد المنخفض عند تحديد موقع عن طريق الصدى عند الدولفين ؟

لاحظ الشكل (39) .

الشكل (39)

7 - 20 تأثير دوبلر Doppler effect :-

ربما لاحظت كيف ان صوت منبه سيارة يتغير عندما تتحرك السيارة مبتعداً عنك فيكون تردد الصوت الذي تسمعه عندما تقترب منك السيارة أعلى من الذي تسمعه عندما تتحرك السيارة بعيداً عنك .



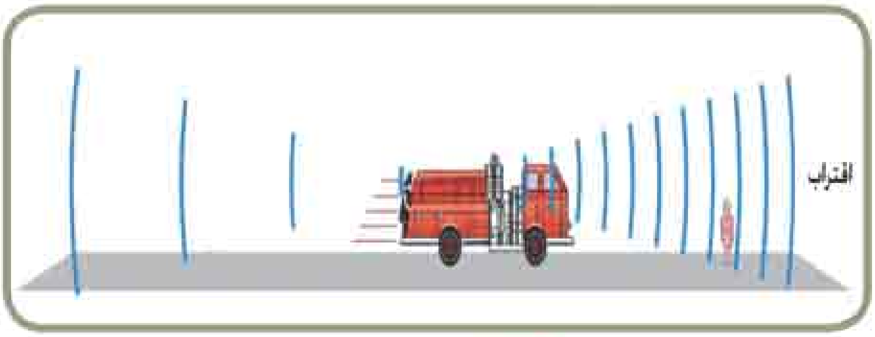
الشكل (40)

ان ظاهرة التغير في التردد المسموع عن تردد المصدر لو تحرك الوسط او السامع او المصدر بالنسبة لبعضهما يسمى تأثير دوبلر .

ويحدث تأثير دوبلر في حالة تغير تردد الموجة المسموعة التي يصدرها مصدر مصوت في حالة وجود حركة نسبية بين المصدر والسامع عندما يكون الوسط ثابتاً او متحركاً

لاحظ الشكل (40) ولتوضيح هذا التأثير نفترض أن الوسط ساكناً وان مصدر الصوت والسامع في حالتي اقتراب أو ابتعاد عن بعضهما ،مثال على ذلك صوت القطار المتحرك اذ تزداد درجة صوت الصفارة باقترابه من السامع الواقف وتقل بابتعاده عنه . وستبحث تأثير دوبلر كالأتي :

a) عندما يتحرك مصدر الصوت بسرعة منتظمة نحو سامع ساكن .



الشكل (41)

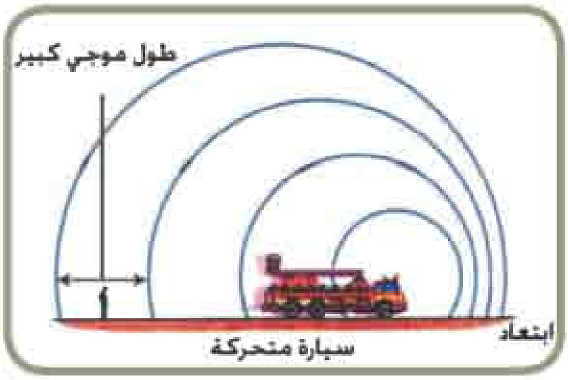
من ملاحظتنا للشكل (41) نجد ان مصدر الصوت قد تحرك بسرعة منتظمة مقدارها v_s نحو سامع ساكن . وكان التردد الحقيقي للمصدر f وان سرعة الصوت في ذلك الوسط v تردد الصوت المسموع يعطى بالعلاقة الآتية :

$$f' = \left(\frac{v}{v - v_s}\right) f$$

حيث :

$$f' > f$$

b) في حالة ابتعاد المصدر عن السامع الساكن :-



الشكل (42)

عندما يكون اتجاه سرعة المصدر (υ_s) بعكس اتجاه سرعة الصوت (υ) نحو السامع لذلك نعوض عن سرعة المصدر عندئذ باشارة سالبة ($-\upsilon_s$) اي ان :

$$f' = \left(\frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_s}\right) f$$

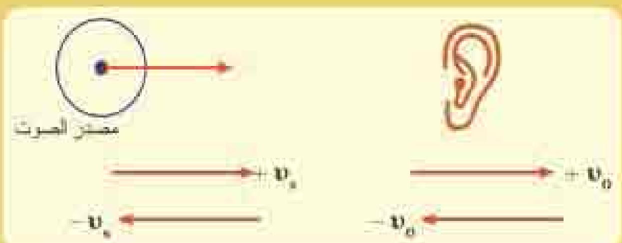
وبصوره عامة : اذا كان المصدر يتحرك بسرعة υ_s والسامع يتحرك بسرعة υ_o وسرعتها على استقامة واحدة ، فهناك صيغة عامة يمكن كتابتها كالاتي :

$$f' = \left(\frac{\upsilon - \upsilon_o}{\upsilon - \upsilon_s}\right) \times f$$

فكر :

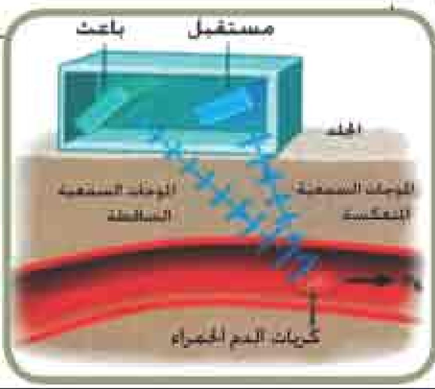
1) اذا كان المصدر يتحرك بسرعة υ_s مقترباً من السامع الساكن فنعوض عن مقدار سرعة المصدر باشارة موجبة . اما اذا كان المصدر يتحرك بسرعة υ_s مبتعداً عن السامع الساكن فنعوض عن سرعة المصدر بالاشارة السالبة .

2) اذا كان السامع يتحرك υ_o باتجاه المصدر الساكن فنعوض عن مقدار سرعة السامع باشارة سالبة . اما اذا كان السامع يتحرك بسرعة υ_o مبتعداً عن المصدر الساكن فنعوض عن سرعة السامع باشارة موجبة وهذا يشترط ان تعوض اشارة السرعة بالاتجاه من المصدر نحو السامع موجبة وتعوضها سالبة اذا كانت بالاتجاه المعاكس وسرعة (المصدر الساكن أو السامع الساكن) فانها صفراً .



هل تعلم ؟

ان احدى التطبيقات الطبية لتاثير دوبلر هو مقياس جريان الدم (Doppler flow meter) لاحظ الشكل (43) .



الشكل (43)

مثال 9

سيارة تتحرك في خط مستقيم بانطلاق ثابت ($72km/h$) نسبة الى رجل واقف على الرصيف وكان منبه الصوت في السيارة يصدر صوتاً بتردد ($644Hz$) وانطلاق الصوت في الهواء حينذاك ($342m/s$) . احسب مقدار كل من التردد الذي يسمعه الرجل والطول الموجي المسموع عندما تكون السيارة متحركة :

a) نحو الرجل .   b) بعيداً عن الرجل .

الحل /

$$f` = \left(\frac{\upsilon - \upsilon_o}{\upsilon - \upsilon_s}\right) \times f$$

a) بما ان المصدر المصوت يقترب من السامع فان سرعة المصدر تكون باشارة موجبة (لانها مع اتجاه انتشار موجة الصوت) .

$$\upsilon_s = \frac{72 \times 1000}{3600} = +20m/s$$

$$f` = \frac{342 - 0}{342 - (+20)} \times 644$$

$$= \frac{342}{322} \times 644$$

$$f` = 684\ Hz$$

نفرض ان الطول الموجي المسموع λ'

$$\lambda' = \frac{\upsilon}{f`}$$

$$\lambda' = \frac{342}{684} = 0.5m$$

b) بما ان المصدر المصوت يبتعد عن السامع فان سرعة المصدر تعوض باشارة سالبة (لانها عكس اتجاه انتشار موجة الصوت) $\upsilon_s = -20m/s$.

$$f` = \left(\frac{\upsilon - \upsilon_o}{\upsilon - \upsilon_s}\right) \times f$$

$$f` = \frac{342 - 0}{342 - (-20)} \times 644$$

$$= \frac{342}{362} \times 644$$

$$f` = 608.42\ Hz$$

$$\lambda' = \frac{\upsilon}{f`}$$

$$= \frac{342}{608.42} = 0.5621m$$

مثال 10 راكب دراجة يتحرك بسرعة ($5m/s$) بخط مستقيم نسبة الى مصدر مصوت ساكن يبعث صوتاً بتردد ($1035Hz$) وكان انطلاق الصوت في الهواء حينذاك ($345m/s$) . احسب مقدار كل من التردد والطول الموجي الذي يسمعه راكب الدراجة اذا كان متحركاً : a) نحو المصدر . b) بعيداً عن المصدر .

الحل /

$$f` = \left(\frac{\upsilon - \upsilon_o}{\upsilon - \upsilon_s}\right) \times f$$

a) بما ان السامع (راكب الدراجة) يتحرك نحو المصدر فتكون سرعة السامع باشارة سالبة (لانها باتجاه معاكس لاتجاه انتشار موجة الصوت) $\upsilon_o = (-5m/s)$.

$$f` = \frac{345 - (-5)}{345 - 0} \times 1035$$

$$= \frac{350}{345} \times 1035$$

$$f` = 1050\ Hz$$

عندما يكون المصدر ساكناً فان الطول الموجي للصوت الذي يبعثه المصدر لايتغير فتكون :

$$\upsilon = \lambda' f$$

$$\lambda' = \lambda = \frac{\upsilon}{f}$$

$$\lambda' = \frac{345}{1035} = 0.33\text{m}$$

b) بما ان السامع (راكب الدراجة) يتحرك بعيداً عن المصدر فتكون سرعة السامع $\upsilon_o = (+5\text{m/s})$ باشارة موجبة (لانها باتجاه انتشار موجة الصوت).

$$f` = \frac{345 - (+5)}{345 - 0} \times 1035$$

$$= \frac{340}{345} \times 1035$$

$$f` = 1020 \text{ Hz}$$

$$\lambda' = \lambda = \frac{\upsilon}{f}$$

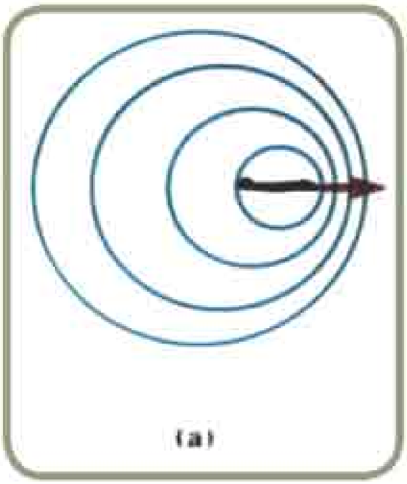
$$\lambda' = \frac{340}{1035}$$

$$= 0.33\text{m}$$

8 - 21 موجة الرجة (الموجة الصدمية) Shock Wave :-

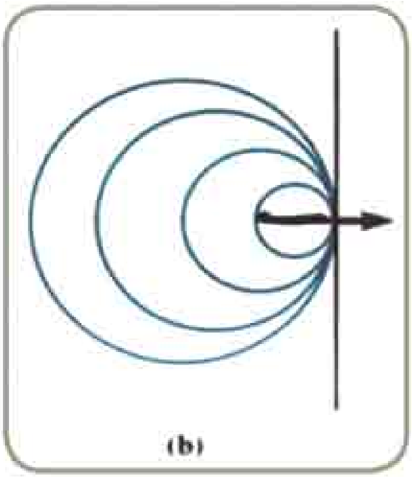
عندما تتحرك طائرة بسرعة اقل من سرعة الصوت فان جبهات الموجات التي تقع امام الطائرة تكون متقاربة فتتولد موجات ضغطية بسبب حركة الطائرة والمراقب على يمين الطائرة يقيس تردد اعلى من تردد المصدر .

لاحظ الشكل (**44a**).



الشكل (**44a**)

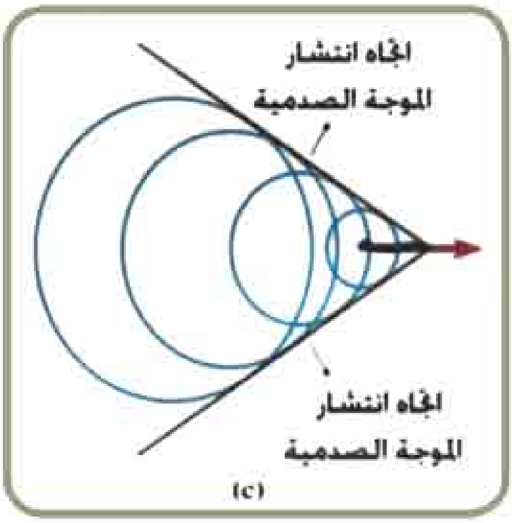
وعندما تزداد سرعة الطائرة فان جبهات الموجة امام الطائرة تتقارب اكثر فاكثر وان المراقب يسجل تردد اعلى ، وعندما تتحرك طائرة بسرعة الصوت فان جبهات الموجة تزدحم امام الطائرة وتسير بسرعة الصوت مكونة حاجز من الهواء وبضغط عالي جداً يسمى بحاجز الصوت **sound barrier** لاحظ الشكل (44b) .



الشكل (44b)

وعندما تسير الطائرة بسرعة اكبر من سرعة الصوت فان جبهات الموجة تزدحم واحدة فوق الاخرى مكونة سطحاً مخروطياً يسمى بموجات الصدم **shock waves** أو موجة الرجة وهي الموجة التي تتركز الطاقة بشدة عالية في منطقة تولدها تكون في مقدمة الطائرة واخرى في مؤخرة الطائرة وتسمع بشكل صوت مدوي .

لاحظ الشكل (44c).



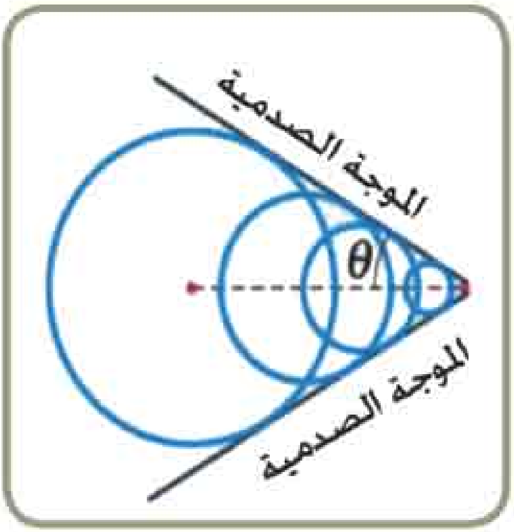
الشكل (44c)

ويكون غلاف الجبهات مخروطي الشكل لاحظ الشكل (45) ، ونصف زاوية راسه تعطى بالعلاقة :

$$\sin\theta = \frac{\upsilon t}{\upsilon_s t} = \frac{\upsilon}{\upsilon_s}$$

υ_s = سرعة المصدر (الطائرة).

υ = سرعة الموجة (الصوت).



الشكل (45)

ترمز النسبة (υ / υ_s) الى عدد ماخ (Mach Number) وجبهة الموجة المخروطية عندما $(\upsilon > \upsilon_s)$ (سرعة فوق صوتية) تعرف على انها موجة صدمية كما في حالة حركة الطائرة النفاثة بسرعة فوق الصوتية فتنتج موجات صدمية وهي التي تحدث الصوت العالي المدوي الذي نسمعه .

تحمل الموجات الصدمية مقدار ضخم من الطاقة مركزة وسط المخروط والذي يُحدث تغير كبير في الضغط ، هذه الموجات الصدمية تكون ضارة بالسمع ويمكن ان تسبب اضرار للمباني عندما تطير الطائرات بسرعة فوق صوتية على ارتفاعات منخفضة .

فكر

طائرة تحلق في الجو بسرعة ثابتة أنتقلت من كتلة هوائية باردة الى كتلة هوائية ساخنة هل أن عدد ماخ يزداد ، يقل ام يبقى ثابتاً ؟

س1/ اختر العبارة الصحيحة لكل مما ياتي :

1) أي من التالي لا يؤثر في الزمن الدوري لبندول بسيط يهتز في الهواء :

a) طول الخيط .
b) كتلة الكرة .
c) التعجيل الأرضي في موقع البندول البسيط .
d) قطر الكرة .

2) بندول بسيط طوله $2m$ والتعجيل الأرضي $10m/s^2$ فان عدد الاهتزازات الكاملة له خلال $5min$ هي:

a) 1.76
b) 21.6
c) 106
d) 236

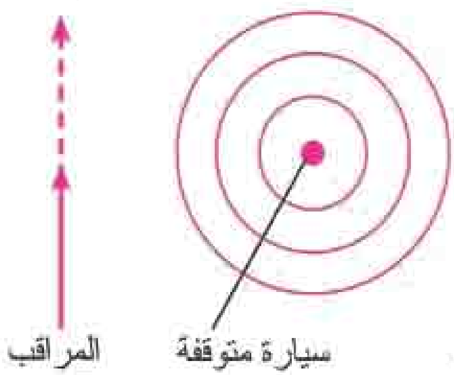
3) تمر ثمان موجات عبر نقطة معينة كل (12s) وكانت المسافة بين قمتين متتاليتين هي (1.2m) فان سرعة الموجة تكون :

a) $0.667m/s$
b) $0.8m/s$
c) $1.8m/s$
d) $9.6m/s$

4) في أي مما يلي لا يحدث تأثير دوبلر :

a) مصدر الصوت يتحرك باتجاه المراقب .
b) مراقب يتحرك باتجاه مصدر الصوت .
c) مراقب ومصدر ساكنين احدهما بالنسبة للأخر .
d) المراقب والمصدر يسيران باتجاهين متعاكسين .

5) راكب حافلة يمر بالقرب من سيارة متوقفة على جانب الطريق وقد اطلق سائق السيارة المتوقفة صوت المنبه ، ماطبيعة الصوت الذي يسمعه راكب الحافلة :



a) الصوت الاصلي للمنبه ترتفع درجته .
b) الصوت الاصلي للمنبه تنخفض درجته .
c) صوت تتغير درجته من مقدار كبير الى مقدار صغير .
d) صوت تتغير درجته من مقدار صغير الى مقدار كبير .

6) الزمن الذي يحتاجه الجسم المهتز لاكمال هزة واحدة هو :

a) الهيرتز .
b) الزمن الدوري .
c) السعة .
d) التردد .

7) الموجات الميكانيكية المستعرضة تتحرك فقط خلال :

a) الاجسام الصلبة .
b) السوائل .
c) الغازات .
d) كل ما ذكر .

8) عند زيادة شدة الصوت (10) مرات يزداد مستوى شدة الصوت الى :

a) 100dB
b) 20dB
c) 10dB
d) 2dB

9) انطلاق الصوت في الهواء هو دالة لـ :

a) الطول الموجي .
b) التردد .
c) درجة الحرارة .
d) السعة .

س2/ ما الميزة التي يجب ان تتوفر في حركة جسم لتكون حركة توافقية بسيطة ؟

س3/ كم مرة يتأرجح طفل على أرجوحة مروراً بموقع الاستقرار خلال زمن دورة واحدة .

س4/ ماذا يحصل للزمن الدوري في بندول بسيط توافقي عند :

a) مضاعفة طوله .
b) مضاعفة كتلته .
c) مضاعفة سعة اهتزازه .

س5/ هل يختلف الزمن الدوري للبندول البسيط التوافقي المهتز عند مستوى سطح البحر عن الزمن الدوري لمثيله يهتز على قمة جبل ؟ ولماذا ؟

مسائل

س1/ ما الزمن الدوري لبندول بسيط يهتز توافقياً (12دورة) خلال (2min) ؟

س2/ طائرة مروحية على بعد (10m) عن سامع تبعث صوتها بانتظام في جميع الاتجاهات فاذا كان مستوى شدة صوتها (100dB) يتحسسه هذا السامع فما :

a) مقدار القدرة الصوتية الصادرة عن هذه الطائرة .

b) ما المعدل الزمني للطاقة الصوتية الساقطة على طبلة اذن سامع مساحتها ($8\times10^{-3}m^2$).

س3/ احسب التغير في مستوى شدة الصوت المنبعث من مذياع اذا تغيرت قدرة الصوت في المذياع من ($25\times10^{-3}Watt$) الى ($250\times10^{-3}Watt$) .

س4/ تبلغ القدرة الصوتية الصادرة من صافرة 3.5π Watt ، على اي مسافة تكون شدة الصوت ($1.2\times10^{-3}Watt/m^2$) .

س5/ ما النسبة بين شدتي صوتين بالنسبة لسامع اذا كان الفرق بين مستوى شدتيهما 40dB .

س6/ ساعة جدارية تصدر دقاتها صوتاً قدرته ($4\pi\times10^{-10}Watt$) هل يستطيع شخص اعتيادي سماع هذه الدقات إذا كان يقف على بعد 15m منها ؟

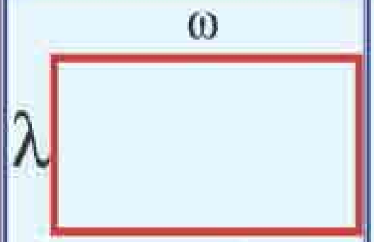
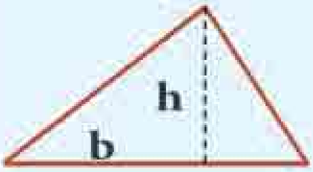
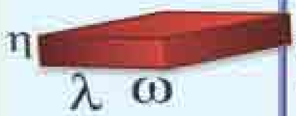
س7/ الة موسيقية وترية كتلة وترها 15g وطوله 50cm ومقدار شد الوتر 25N احسب انطلاق الموجة في هذا الوتر ؟

علماً ان انطلاق الموجات الراديوية ($3\times10^{8}m/s$) .

س8/ ما انطلاق مصدر مصوت اذا كان متحركاً بسرعة منتظمة نسبة الى فتاة واقفة عندما تسمع الفتاة تردد صوت المصدر يزداد بمقدار 5% من تردده الحقيقي وكان انطلاق الصوت في الهواء انذاك ($340m/s$) .

PHYSICAL CONSTANTS Quantity	symbol	Value
Universal gravitational constant	G	$6.674 \times 10^{-11}\ m^3 / (kg.s^2)$
Speed of light in vacuum	c	$2.998 \times 10^{8}\ m/s$
Elementary charge	e	$1.602 \times 10^{-19} C$
Planck's constant	$\hbar = h/2\pi$	6.626×10^{-34} J.S 4.136×10^{-15} eV.s 1.055×10^{-34} J.s 6.582×10^{-16} eV.s
Universal gas constant	R	8.314 J / (mol.k)
Avogadro's number	N_A	$6.022 \times 10^{23} mol^{-1}$
Boltzmann constant	K_B	1.381×10^{-23} J/k 8.617×10^{-5} eV/K
coulomb force constant	$K = \frac{1}{4 \epsilon_0}$	$8.988 \times 10^{9}\ N.m^2/C^2$
Permittivity of free space (electric constant)	ϵ_0	$8.854 \times 10^{-12}\ C^2/(N.m^2)$
Permeability of free sspace (magnetic constant)	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ T.m / A
Electron mass	m_e	9.109×10^{-31} kg 0.000548580 u
Electron rest energy	$m_e c^2$	0.5110MeV
Proton mass	m_P	1.673×10^{-27} kg 1.0072765u
Proton rest energy	$m_p c^2$	938.272MeV
Neutron mass	m_n	1.675×10^{-27} kg 1.0086649u
Neutron rest energy	$m_n c^2$	939.565MeV
Compton Wavelength of electron	λ_c	$2.426 \times 10^{-12} m$
Stefan - Boltzmann constant	σ	$5.670 \times 10^{-8} W/(m^2 . K^4)$
Rydberg constant	R	$1.097 \times 10^{7} m^{-1}$
Bohr radius of hydrogen atom	a_0	$5.292 \times 10^{-11} m$
Ionization enegry of hydrogen atom	$-E_1$	13.61eV

معلومات مفيدة في الهندسة

Shape	Area or Volume	Shape	Area or Volume
 Rectangle	Area = $\lambda\omega$	 Sphere	Surface area = $4\pi r^2$ Volume = $\frac{4\pi r^3}{3}$
 Circle	Area = πr^2 (circumference = $2\pi r$)	 Cylinder	Lateral Surface area = $2\pi r\lambda$ Volume = $\pi r^2\lambda$
 Triangle	Area = $\frac{1}{2}bh$	 Rectangular box	Surface area = $2(\lambda\eta + \lambda\omega + \eta\omega)$ Volume = $\lambda\omega\eta$

The Greek Alphabet	
Alpha	α
Beta	β
Gamma	γ
Delta	δ
Epsilon	∈
Zeta	ξ
Eta	η
Theta	θ
Kappa	K
Lambda	λ
Mu	μ
Nu	ν
Xi	ξ
Omicron	ο
Pi	π
Rho	ρ
Sigma	σ
Tau	τ
Phi	φ
Chi	χ
Psi	ψ
Omega	ω

tanθ	cosθ	sinθ	الزاوية θ	
			بالنقية	درجة
0	1	0	0	0°
0.0175	0.9998	0.0175	0.0175	1°
0.0349	0.9994	0.0349	0.0349	2°
0.0524	0.9976	0.0523	0.0524	3°
0.0699	0.9976	0.0698	0.0698	4°
0.0875	0.9962	0.0872	0.0873	5°
0.1054	0.9945	0.0175	0.1047	6°
0.1228	0.9925	0.1219	0.1222	7°
0.1405	0.9903	0.1392	0.1396	8°
0.1584	0.9877	0.1564	0.1571	9°
0.1763	0.9848	0.1736	0.1745	10°
0.1944	0.9816	0.1908	0.1920	11°
0.2126	0.9781	0.2079	0.2094	12°
0.2309	0.9744	0.2250	0.2269	13°
0.2493	0.9703	0.3419	0.2443	14°
0.2679	0.9659	0.2688	0.2618	15°
0.2767	0.9613	0.2756	0.2793	16°
0.3057	0.9563	0.2924	0.2967	17°
0.3249	0.9511	0.3090	0.3142	18°
0.3443	0.9455	0.3256	0.3316	19°
0.3640	0.9397	0.3420	0.3491	20°
0.3839	0.9336	0.3584	0.3665	21°
0.4040	0.9272	0.3746	0.3840	22°
0.4245	0.9205	0.3907	0.4014	23°
0.4452	0.9135	0.4067	0.4189	24°
0.4663	0.9063	0.4226	0.4363	25°

tanθ	cosθ	sinθ	الزاوية θ	
			بالنقية	
0.4877	0.8988	0.4384	0.4538	26°
0.5095	0.8910	0.4540	0.4712	27°
0.5317	0.8829	0.4695	0.4887	28°
0.5543	0.8746	0.4848	0.5061	29°
0.5774	0.8660	0.5000	0.5236	30°
0.6009	0.8572	0.5150	0.5411	31°
0.6249	0.8480	0.5299	0.5585	32°
0.6494	0.8387	0.5466	0.5760	33°
0.6745	0.8290	0.5592	0.5934	34°
0.7002	0.8192	0.6736	0.6109	35°
0.7265	0.8090	0.5878	0.6283	36°
0.7536	0.7986	0.6018	0.6458	37°
0.7813	0.7880	0.6157	0.6632	38°
0.8098	0.7771	0.6293	0.6807	39°
0.8391	0.7660	0.6428	0.6981	40°
0.8693	0.7547	0.6561	0.7156	41°
0.9004	0.7431	0.6691	0.7330	42°
0.9325	0.7314	0.6820	0.7505	43°
0.9657	0.7193	0.6947	0.7679	44°
1	0.7071	0.7071	0.7854	45°
1.0355	0.6947	0.7192	0.8029	46°
1.0742	0.6820	0.7314	0.8203	47°
1.1106	0.6691	0.7431	0.8378	48°
1.1504	0.6561	0.7547	0.8552	49°
1.1918	0.6428	0.7660	0.8727	50°

tanθ	cosθ	sinθ	الزاوية θ	
			بالنقية	درجة
1.2349	0.6293	0.7771	0.8901	51°
1.2799	0.6157	0.7880	0.9076	52°
1.3270	0.6018	0.7986	0.9250	53°
1.3764	0.5878	0.8090	0.9425	54°
1.4281	0.5736	0.8192	0.9599	55°
1.4826	0.5592	0.8290	0.9774	56°
1.5399	0.5446	0.8387	0.9948	57°
1.6003	0.5290	0.8480	1.0123	58°
1.6643	0.5150	0.8572	1.0297	59°
1.7321	0.5000	0.8660	1.0472	60°
1.8040	0.4848	0.8746	1.0647	61°
1.8807	0.4695	0.8829	1.0821	62°
1.9626	0.4540	0.8910	1.0996	63°
2.0503	0.4284	0.8988	1.1170	64°
2.1445	0.4226	0.9063	1.1345	65°
2.2460	0.4067	0.9135	1.1519	66°
2.3559	0.3907	0.9205	1.1694	67°
2.4751	0.3746	0.9272	1.1868	68°
2.6.51	0.3584	0.9336	1.2043	69°
2.7475	0.3420	0.9397	1.2217	70°

tanθ	cosθ	sinθ	الزاوية θ	
			بالنقية	
2.9042	0.3256	0.9455	1.2392	71°
3.0777	0.3090	0.9511	1.2566	72°
3.2709	0.2924	0.9563	1.2741	73°
3.4874	0.2756	0.9613	1.2915	74°
3.7321	0.2588	0.9659	1.3090	75°
4.0108	0.2419	0.9703	1.3265	76°
4.3315	0.2250	0.9744	1.3439	77°
4.7046	0.2079	0.9781	1.3614	78°
5.1446	0.1908	0.9816	1.3788	79°
5.6713	0.1736	0.9848	1.3963	80°
6.3138	0.1564	0.9877	1.4137	81°
7.1154	0.1392	0.9903	1.4312	82°
8.1443	0.1219	0.9925	1.4486	83°
9.5144	0.1045	0.9945	1.4661	84°
11.43	0.0872	0.9962	1.4835	85°
14.30	0.0698	0.9976	1.5010	86°
19.08	0.0523	0.9986	1.5184	87°
28.64	0.0349	0.9994	1.5359	88°
57.29	0.0175	0.9998	1.5533	89°
	0	1	1.5708	90°

المحتويات