سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات التطبيقية

(تطبيقات في الاقتصاد والتجارة)

للصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الأول

الطبعة الأولى ١٤٣٥هـ - ٢٠١٤م

سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات التطبيقية

(تطبيقات في الاقتصاد والتجارة)

للصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الأول

الطبعة الأولى ١٤٣٦ هـ - ٢٠١٥م

قـررت وزارة التربية والتعليم تدريس هذا الكتاب
في جميع مدارس السلطنة اعتبارا من العام الدراسي
١٤٢٦/١٤٢٧ هـ ـ ٢٠٠٥/٢٠٠٦م

جميع حقوق الطبع والنشر والتوزيع محفوظة
لوزارة التربية والتعليم

أُلف هذا الكتاب من قبل لجنة شُكلت بالقـرار
الوزاري رقم ١٨٠/ ٢٠٠٤م

حضرة صاحب الجلالة السلطان قابوس بن سعيد المعظم

قائمة المحتويات

الموضوع | الصفحة

المقدمة ٧

الوحدة الأولى

الأسس واللوغاريتمات

الأسس ١١
الصورة العلمية للعدد الحقيقي ١٤
الأسس النسبية والجذور ١٨
القوانين الأساسية للجذور. ٢٠
تمارين ومسائل ١ ..... ٢٢
الدالة الأسية ٢٣
تمارين ومسائل ٢ ..... ٢٧
اللوغاريتم ٢٨
خواص العمليات في اللوغاريمتات ٣٠
تمارين ومسائل ٣ ..... ٣٣
اللوغاريتم الاعتيادي ٣٤
استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد اللوغاريتم الاعتيادي للعدد. ٣٥
إيجاد عدد علم لوغارتيمه. ٣٦
تمارين ومسائل ٤ ..... ٣٨
تمارين ومسائل عامة ٣٩

الوحدة الثانية

المتباينات والبرمجة الخطية

التمثيل البياني لمتباينه خطية في متغير واحد. ٤٣
التمثيل البياني لمتباينه خطية في متغيرين. ٤٧
تمارين ومسائل ١ ..... ٥٢
التمثيل البياني لمجموعة حل نظام من المتباينات الخطية ٥٣
تمارين ومسائل ٢ ..... ٥٧
البرمجه الخطية. ٥٨
تمارين ومسائل ٣ ..... ٦٦
تمارين ومسائل عامة ٦٨

الموضوع الصفحة

المعاملات في الأسواق المالية

النظام ٧٣
النظام المالي ٧٣
مكونات النظام المالي ٧٤
المعاملات في الأسواق المالية ٧٧
الأوراق المالية ٧٧
الاسهم ٧٧
الاكتتاب والتخصيص ٨١
تمارين ومسائل (١) ٨٤
السندات ٨٦
تقييم السندات ٨٨
الكمبيالة ٩٢
تمارين ومسائل (٢) ٩٥
اسعار العملات ٩٦
تمارين ومسائل (٣) ٩٨
تمارين ومسائل عامة ٩٩

الوحدة الثالثة

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على أشرف المرسلين سيدنا محمد صلى الله عليه وعلى آله وصحبه التابعين ... وبعد ،،،

عزيزي الطالب / عزيزتي الطالبة :

تجسيداً للتطوير الشامل الذي تبنته الوزارة للارتقاء بالعملية التعليمية في جميع مجالاتها ، وتنويعها في مناهجها الدراسية النابع من حرص حكومة حضرة صاحب الجلالة السلطان قابوس بن سعيد - حفظه الله ورعاه- على مواكبة التقدم العلمي والتقني الذي يشهده العالم في شتى نواحي الحياة . وحرصا منا على ربط المناهج التعليمية بمتطلبات الحياة المختلفة من معارف ومهارات وانسجاما مع الاتجاهات الحديثة في تنويع مناهج التعليم وتوسيع مصادره ، وانطلاقا من التوجيهات السامية بتطوير سياسات التعليم العام بما يتناسب ومتطلبات التنمية التي تشهدها السلطنة .

نقدم لك كتاب (الرياضيات التطبيقية '' تطبيقات في الاقتصاد والتجارة'' للصف الحادي عشر للفصل الدراسي الأول بعد أن تم تطويره وتحديثه بالمواضيع ذات الصلة بالعلوم الاقتصادية والتجارية مما جعله يتميز بالخصائص التالية :

١) ارتباط محتواه بمتطلبات سوق العمل في المهن وقطاع الأعمال.

٢) تنوع أساليب تدريسه وطرق تقويمه ، والتي تتمثل في :

أ) التركيز على عملية التعلم الذاتي.

ب) التنويع في الأنشطة المرافقة ذات الطبيعة العملية.

جـ) التركيز على المهارات العملية المرتبطة بالمهن وقطاع الأعمال.

د) تشجيع الطلاب على النقد والتحليل وإصدار الأحكام من خلال دراسة حالات معينة ذات طبيعية عملية.

هـ) تنمية التفكير العلمي والبحث والتقصي وتشجيع الابتكار.

و) تنمية القدرة على تطوير الخطط والبرامج المتعلقة بالأعمال وتقدير المخاطر التي قد تواجه أي مشروع في ذلك القطاع.

ز) تشجيع أسلوب التعلم التعاوني من خلال العمل في مجموعات وتبادل الأفكار وتقييم المواقف.

ح)التجديد في أساليب التقويم بحيث تعتمد على الفهم والممارسة العملية بعيدا عن الحفظ الآلي والتذكر.

إن دائرة تطوير مناهج الرياضيات والعلوم الاقتصادية والإدارية وهي تقدم هذا الكتاب لتأمل من أبنائنا الطلاب أن يستفيدوا منه الاستفادة القصوى ، وأن يبذلوا قصارى جهدهم لتطبيق الأنشطة المتنوعة ، وأن يعتمدوا الدراسة الذاتية الناقدة ، وأن يطلعوا على مصادر أخرى ذات علاقة بهذا المجال بحيث يوسعوا مداركهم وينمو مهارتهم ويبتكروا أنشطة مفيدة ذات تطبيقات حيوية ملموسة.

والله ولي التوفيق

المؤلفون

الوحدة الأولى

الأسس واللوغاريتمات
Exponents and Logarithms

أهداف الوحدة

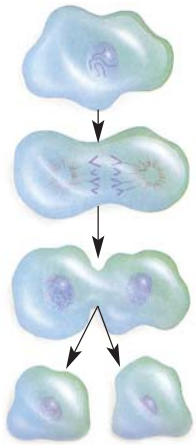
١) التعرف على قوانين الأسس والعمليات عليها.
٢) التعرف على القوة الصفرية وقيمتها.
٣) اكتساب مهارة معالجة الأس السالب.
٤) اكتساب مهارة تحويل الأس السالب إلى أس موجب.
٥) التعرف على معنى الأس الكسري والتدرب على التحويل من الصورة الأسية إلى الصورة الجذرية والعكس.
٦) التعرف على قوانين الأسس النسبية والجذور.
٧) التعرف على الصورة اللوغاريتمية.
٨) العمليات على اللوغاريتمات.
٩) التحويل من الصورة الأسية إلى الصورة اللوغاريتمية.

الأسس Exponents

لقد سبق وأن درست سابقا بأن خلية الأميبا تتكاثر بطريقة الانقسام المباشر أي تنقسم كل خلية إلى خليتين في كل مرة بعد فترة زمنية معينة نفترض مقدارها ساعة واحدة وفي المرة الثانية تنقسم الخليتين إلى أربع خلايا وهكذا باستمرار .

نشـاط ١

لاحظ : تنقسم خلية الأميبا في كل مرة إلى ٢ وعليه يمكن تسمية العدد ٢ بـ(عامل الزيادة لكل انقسام)



الأدوات : قلم ، ورق ، آلة حاسبة

الخطوات :

١) كوّن جدولا توضح فيه زمن الانقسام لخلية الأميبا وعدد الخلايا الناتجة عنها. كما يأتي :

الزمن بالساعة	٠	١	٢	٣	٤	٥	؟
عدد الخلايا	١	٢	؟	؟	١٦	؟	؟

٢) انقل الجدول السابق في دفترك ثم أكمله .

٣) أضف صفا آخر للجدول تعبر فيه عن عدد خلايا كل انقسام بالصورة الأسية للأساس ٢ (عامل الزيادة لكل انقسام) .

٤) توقع عدد الخلايا الناتجة بعد مرور عشر ساعات.

٥) اكتب عدد الخلايا الناتجة بعد الانقسام (ن) لخلية الأميبا في الصورة الأسية .

٦) إذا كان لدينا سائل به خليتان من الأميبا ، فكم عدد الخلايا الناتجة بعد ٦ ساعات للخلية الأولى وبعد ٧ ساعات للخلية الثانية .

٧) عبر عن عدد الخلايا الناتجة عن انقسام خليتين من الأميبا الأولى بعد (س) ساعة ، والثانية بعد (ص) ساعة بالصورة الأسية .

٨) قارن بين ما توصلت إليه مع ما توصل إليه زملاؤك .

تدريب ١

انقل الجدول الآتي ، ثم أكمل بما يناسب :

القيمة	٦٤	؟	٤	١	$\frac{١}{٤}$	؟	؟
الصورة الأسية	$(٤)^{٣}$	؟	؟	$(٤)^{٠}$	$(٤)^{-١}$	؟	؟

مثال ١

ضع في أبسط صورة أسية :

أ) $\frac{٩^{٥}}{٩^{٤}}$

ب) $(٣^{٢})^{٤}$

جـ) $(\frac{٦}{٧})^{-٢}$

تذكر

إذا كانت م، ن ∈ صـ ، أ، ب ∈ ح ، ب ≠ ٠ فان:

١) $(أ)^{م} \times (أ)^{ن} = (أ)^{م+ن}$

٢) $(أ ب)^{ن} = (أ)^{ن} \times (ب)^{ن}$

٣) $((أ)^{م})^{ن} = (أ)^{م ن}$

٤) $(\frac{أ}{ب})^{م} = (أ)^{م} \div (ب)^{م}$

٥) $(أ)^{-ن} = (\frac{١}{أ})^{ن}$

٦) $(أ)^{م} \div (أ)^{ن} = (أ)^{م-ن}$

٧) $(أ)^{٠} = ١$

الحل

أ) $\frac{٩^{٥}}{٩^{٤}} = ٩^{(٥-٤)}$

$= ٩$

ب) $(٣^{٢})^{٤} = ٣^{٢ \times ٤}$

$= ٣^{٨}$

جـ) $(\frac{٦}{٧})^{-٢} = \frac{١}{(\frac{٦}{٧})^{٢}} = (\frac{٧}{٦})^{٢}$

تدريب ٢

ضع في أبسط صورة أسية :

أ) $(\frac{٢}{٣})^{-٣}$ ب) $(\frac{٤}{٩})^{-\frac{٣}{٢}}$

تعميم

$(\frac{أ}{ب})^{-ن} = (\frac{ب}{أ})^{ن}$ حيث أ، ب ∈ ح و أ، ب ≠ ٠، ن ∈ صـ+

مثال ٢

ضع المقادير الآتية في أبسط صورة :

١) $(\frac{٣}{٥})^{-٣} \times (\frac{٥}{٣})^{-٢}$

٢) $\frac{٣^{-٢} \times (٣^{٢})^{٤}}{٣^{-٤} \times ٢٧}$

٣) $(٤ص^{٢} س^{-٣}) (٢ص^{-١} س^{٢})^{٢}$

الحل

١) $(\frac{٣}{٥})^{-٣} \times (\frac{٥}{٣})^{-٢} = (\frac{٥}{٣})^{٣} \times (\frac{٥}{٣})^{-٢}$

$= (\frac{٥}{٣})^{١}$ لماذا ؟

(هل يمكن حل المقدار بطريقة أخرى ؟)

٢) $\frac{٣^{-٢} \times (٣^{٢})^{٤}}{٣^{-٤} \times ٢٧} = \frac{٣^{-٢} \times ٣^{٨}}{٣^{-٤} \times ٣^{٣}}$ لماذا ؟

$= ٣^{٧}$

٣) $(٤ص^{٢} س^{-٣}) (٢ص^{-١} س^{٢})^{٢} = (٤ص^{٢} س^{-٣}) (٤ص^{-٢} س^{٤})$

$= ١٦ س$

تدريب ٣

ضع المقادير التالية في أبسط صورة :

١) $(٢^{٤} \times ٢^{٨}) \div ٢^{٩}$

٢) $\frac{س^{٢}}{ص^{٢}} \times \left(\frac{س^{٢٢}}{ص^{٩}}\right)^{٢}$ حيث ص $\neq ٠$

٣) $\frac{٤^{-٣}}{٦^{-٣}}$

٤) $\frac{٤ س ص^{-٥}}{ع^{-٢}}$

٥) $\frac{٤^{-٣} \times (٤^{٢})^{٢}}{٤^{-٤} \times ٦٤}$

الصورة العلمية للعدد الحقيقي Scientific Form of Real Number

هل تعلم أن بعض أجهزة الحاسب تستطيع أن تجري ١٠٠٠٠٠٠٠٠ عملية جمع في الثانية الواحدة.

هل تعلم أن ضوء البرق يصل إلى الأرض في زمن قدره ٠,٠٠٠٠٠٧١٤ من الثانية (بالمتوسط).

في كثير من الأحيان يصعب التعامل مع بعض المسائل الحياتية ذات الأعداد الكبيرة جدا والأعداد الصغيرة جدا حتى مع استخدام الآلة الحاسبة إلا أنه من خلال دراسة موضوع الأسس يمكن التعامل معها بعد تحويلها على الصورة الآتية : –

$$أ \times ١٠^{ن} \text{ حيث } أ \text{ عدد حقيقي ، } ١ \leqslant أ < ١٠ \text{ ، } ن \in صـ$$

وتسمى هذه الصيغة بالصورة العلمية للعدد الحقيقي .

وعليه يمكن كتابة الأعداد ١٠٠٠٠٠٠٠٠ ، ٠,٠٠٠٠٠٧١٤ كالآتي:

$$١٠٠٠٠٠٠٠٠ = ١ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠$$
$$= ١ \times ١٠^{٨}$$

$$٠,٠٠٠٠٠٧١٤ = ٧,١٤ \times ٠,٠٠٠٠٠١$$
$$= ٧,١٤ \times ١٠^{-٦}$$

مثال ٣

اكتب الأعداد الآتية بالصورة العلمية :

١) ٦٢٣٥,٤

٢) ١٢٥٠٠٠٠٠

٣) ٠,٠٠٠٠٧٣

الحل

١) $٦٢٣٥,٤ = ٦,٢٣٥٤ \times ١٠^{٣}$ لماذا ؟

٢) $١٢٥٠٠٠٠٠ = ١,٢٥ \times ١٠^{٧}$ لماذا ؟

٣) $٠,٠٠٠٠٧٣ = ٧,٣ \times ١٠^{-٥}$ لماذا ؟

تدريب ٤

عبر عن الأرقام الآتية بالصورة العلمية ($أ \times ١٠^{ب}$) :

أ) تقدّر درجة حرارة باطن الشمس بـ ١٥٠٠٠٠٠٠ درجة تقريبا .

ب) يقدّر طول قطر الشمس بـ ١٣٩٢٥٣٠ كم تقريبا .

جـ) يقدّر بعد المريخ عن الشمس بمقدار ٢٢٨٠٠٠٠٠٠ كم .

مثال ٤

وضح خطوات إدخال العدد $١,٢٥ \times ١٠^{٧}$ في الآلة الحاسبة .

الحل

1	0	2	5	x	shift	x^{10}	7	=

فيظهر على الشاشة

12500000

تدريب ٥

وضح خطوات إدخال الأعداد الآتية في الآلة الحاسبة :

١) $٦,٢٣٥٤ \times ١٠^{٣}$

٢) $٧,٣ \times ١٠^{-٥}$

مثال ٥

القمر هو أقرب جرم سماوي للأرض وهو تابع لها حيث يبعد عنها بمقدار (٤×١٠^{٥}) كم تقريبا ، فإذا كانت سرعة الضوء (٣×١٠^{٥})كم/ ث احسب الزمن الذي يستغرقه ضوء الشمس المنعكس من سطح القمر إلى الأرض .

الحل

$$\frac{٤ \times ١٠^{٥}}{٣ \times ١٠^{٥}} = \frac{٤}{٣} \times (١٠^{٥-٥})$$

$$= \frac{٤}{٣} \times (١٠)^{٠}$$

$$= ١,٣٣ \text{ ثانية تقريبا .}$$

تدريب ٦

أجب عما يأتي :

أ) تبعد الأرض عن الشمس تقريبا بمقدار ١٥٠٠٠٠٠٠٠ كم فاحسب الزمن الذي يستغرقة الضوء المنبعث من الشمس إلى الأرض (علما بأن سرعة الضوء ٣×١٠^{٥} كم/ث) .

ب) قارن بين نتيجة المثال السابق وبين نتيجة المفردة (أ) . ماذا تلاحظ ؟

مثال ٦

إذا علمت أن محيط الكرة الأرضية يقدّر بـ(٢× π × ٦٣٧١) كم وأن محيط الشمس يقدّر بـ (٢× π × ٦٩٦٢٦٥) كم ، ما نسبة محيط الشمس إلى محيط الأرض ؟ اكتب الناتج في الصورة العلمية ؟

الحل

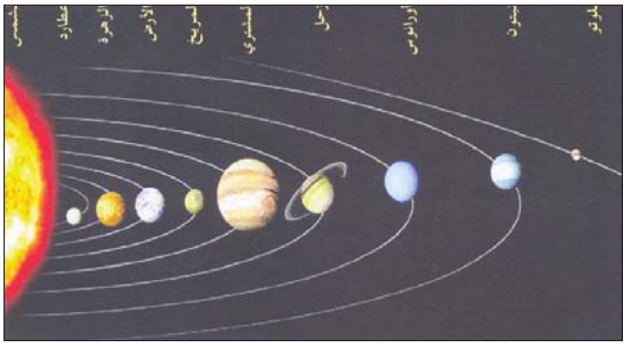
(٢× π × ٦٩٦٢٦٥)÷(٢× π × ٦٣٧١)

= ٦٩٦٢٦٥ ÷ ٦٣٧١

= ١٠٩,٢٨٦٦

≃ ١٠٩,٢٨٦٦(أي أن محيط الشمس يكبر عن محيط الأرض بمقدار ١٠٩,٣ مرة تقريبا (≃ ١,١ × ١٠ ٢ مرة) .

تدريب ٧



يقدر بعد كوكب المريخ عن الشمس بـ (٢٢,٨× ١٠ ٧) كم بينما يقدر بعد كوكب الأرض عن الشمس بـ (١٥ × ١٠ ٧) كم ما نسبة بعد كوكب المريخ عن الشمس إلى بعد كوكب الأرض عن الشمس ؟

الأسس النسبية والجذور Rational Expressions and Roots

لاحظ أن :

* $\sqrt{٩} = ٣$ لأن $٣ \times ٣ = ٩$
* $\sqrt{١٦} = ٤$ لأن $٤ \times ٤ = ١٦$
* $\sqrt{٢٥} = ٥$ لأن $٥ \times ٥ = ٢٥$

هل تستطيع كتابة $\sqrt{٢٥}$ بالصورة الأسية ؟

اتبع الآتي :

$\sqrt{٢٥} = ٥$

$(٢٥)^{م} = ٥^{١}$

$(٥^{٢})^{م} = ٥^{١}$

$(٥)^{٢ \times م} = ٥^{١}$

$\therefore ٢ \times م = ١ \Longleftarrow$ $\boxed{م = \frac{١}{٢}}$

$\therefore (٢٥)^{\frac{١}{٢}} = ٥$

أي أن $\sqrt{٢٥} = (٢٥)^{\frac{١}{٢}}$

$= ٥$

تدريب ٨

حول $\sqrt{٦٤}$ إلى الصورة الأسية .

تعميم

$\sqrt[ن]{أ^{م}} = (أ)^{\frac{م}{ن}}$ لكل أ ∈ ح ، + ، م ∈ صـ + ، م ≤ ٢ ، ن ∈ ح

لاحظ أنه في :

الصيغة $\sqrt[ن]{أ}$ يسمى (ن) دليل الجذر و (أ) المجذور و($\sqrt{\ }$) علامة الجذر وعندما ن=٢ فإنه لا تكتب على الجذر ($\sqrt{\ }$) ويقرأ الجذر التربيعي .

مثال ٧

حول من الصورة الجذرية إلى الصورة الأسية كلا مما يأتي :

١) $\sqrt[٤]{٨}$ ٢) $\sqrt[٣]{٦٤}$

الحل

١) $\sqrt[٤]{٨} = (٨)^{\frac{١}{٤}}$

٢) $\sqrt[٣]{٦٤} = ٦٤^{\frac{١}{٣}}$

مثال ٨

حول من الصورة الأسية إلى الصورة الجذرية لكل مما يأتي :

١) $٦^{\frac{٣}{٥}}$ ٢) $٧^{-\frac{٢}{٣}}$

الحل

١) $٦^{\frac{٣}{٥}} = \sqrt[٥]{٦^{٣}}$ ٢) $٧^{-\frac{٢}{٣}} = \frac{١}{\sqrt[٣]{٧^{٢}}}$

القوانين الأساسية للجذور Root Basic Rules

إذا كان $\sqrt[ن]{أ}$ ، $\sqrt[ن]{ب}$ عددين حقيقيين ، ن ∈ صـ+ ، ن ⩾ ٢ فإن :

١) $\sqrt[ن]{أ \times ب} = \sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[ن]{ب}$

٢) $\sqrt[ن]{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt[ن]{أ}}{\sqrt[ن]{ب}}$ ، ب ≠ ٠

مثال ٩

أوجد قيمة كل مما يأتي :

١) $\sqrt{\frac{٨١}{٣٦}}$ ٢) $\sqrt[٤]{-٣٥٠}$

٣) $\sqrt[٤]{٨٥٢٣}$

الحل

١) $\sqrt{\frac{٨١}{٣٦}} = \frac{\sqrt{٨١}}{\sqrt{٣٦}}$

$= \frac{٩}{٦}$

$= ١,٥$

٢) $\sqrt[٤]{-٣٥٠} \notin ح$ لماذا ؟

٣) باستخدام الآلة الحاسبة نجد قيمة $\sqrt[٤]{٨٥٢٣}$ كالآتي :

→

4	shift	$\sqrt[x]{\ }$	8	5	2	3	=

فيظهر على الشاشة 9.6083

∴ $\sqrt[٤]{٨٥٢٣}$ = ٩,٦٠٨٣ تقريبا .

تدريب ٩

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة كل مما يأتي :

أ) $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$ ب) $(٠,١٢٥)^{\frac{١}{٣}}$ جـ) $\frac{\sqrt[٥]{٣٢}}{\sqrt[٣]{٦٤}}$

مثال ١٠

أوجد قيمة كل مما يأتي : –

١) $٤^{\frac{٢}{٥}} \times ٤^{\frac{١}{٥}}$

٢) $\frac{٦^{\frac{٢}{٣}}}{٦^{-\frac{١}{٣}}}$

الحل

١) $٤^{\frac{٢}{٥}} \times ٤^{\frac{١}{٥}} = ٤^{\frac{٢}{٥}+\frac{١}{٥}}$

$= ٤^{\frac{٣}{٥}}$

$= \sqrt[٥]{٦٤}$

٢) $\frac{٦^{\frac{٢}{٣}}}{٦^{-\frac{١}{٣}}} = ٦^{\frac{٢}{٣}} \times ٦^{\frac{١}{٣}}$

$= ٦$ لماذا ؟

تدريب ١٠

أوجد قيمة كل مما يأتي :

١) $\frac{-٨^{-\frac{١}{٣}}}{١٦^{-\frac{١}{٤}}}$

٢) $٢٥^{-\frac{١}{٢}} + ٨١^{\frac{١}{٢}}$

تمارين ومسائل ١

١) أوجد قيمة كل مما يأتي :

أ) $٢^{٥} \times ٢^{٨} \times ٢^{٣}$ ب) $(-٦)^{٤}$

جـ) $\frac{٣^{م+٤}}{٣^{م}}$ حيث م عدد صحيح د) $٩^{(س+١)} \div ٩^{(س-١)}$

٢) اكتب الأعداد في الصورة العلمية ثم أوجد الناتج لكل مما يأتي :

أ) $\frac{١٠٠٠٠٠٠ \times ١٠٠٠٠}{١٠٠٠٠٠٠}$

ب) $\frac{٠,٠٠٠٠٠٧١}{٠,٠٠٠٠٠٣}$

جـ) $\frac{٠,٠٠٠٠٢٤ \times ٣٢٠٠}{٢٠ \times ٤٠٠٠}$

د) $\frac{٠,٠٠٠٠٨١ \times ٧,٨ \times ٠,٠٠٤٢}{٠,٠١٨ \div ٣٠٠}$

٣) ضع المقادير الآتية في أبسط صورة :

أ) $٢\sqrt[٤]{٣ص} + \sqrt[٤]{٣ص}$

ب) $(\sqrt{٢} + \sqrt{٣٤٣}) \div \sqrt{٧}\sqrt{٦٣}$

جـ) $٥\sqrt[٣]{١٢٥ س^{-٣}} \times ٥\sqrt{س^{٤}}$

د) $٣س^{٢} \times \frac{٤}{س}$

هـ) $٢س^{٣} \times ٦ص^{٣}$

و) $\frac{٢س^{٣}ص}{٤} \times \frac{٩ص}{٤س^{٢}}$

ز) $(٢٧ س^{-٦} ص^{٣})^{\frac{٣}{٦}}$

٤) اكتب كلا مما يأتي في أبسط صورة :

أ) $(\frac{٨}{٢٧})^{\frac{٢}{٣}}$ ب) $٤٩^{-\frac{١}{٢}}$ جـ) $(٠,٠٠١)^{\frac{١}{٣}}$

د) $(\frac{١}{٦٤})^{-\frac{١}{٢}}$ هـ) $(-٨)^{\frac{١}{٣}}$

و) $(٢١٦)^{-\frac{١}{٣}} \div (٩)^{-\frac{١}{٢}}$

٥) تقدّر سرعة الكنغر بـ ٦ ٢ كم / ساعة ، بينما تقدّر سرعة الدب بـ ٢ ٥ كم/ ساعة ، فأيهما أسرع ؟ ولماذا ؟

الدالة الأسية Exponential Function

نشاط

يقدّر متوسط الإنتاج القومي لبلد ما في عام ١٩٧٠م ١٥ مليون ريال ويزداد متوسط معدل الإنتاج القومي للبلد بمقدار ١٠٪ سنويا .

الخطوات :

١) انقل الجدول الآتي في دفترك ثم أكمل بمايناسب :

الزمن بالسنوات (ن)	٠	١	...	...	...	ن
متوسط الإنتاج (ص) بالمليون	١٥(١,١)^{٠}	١٥(١,١)^{١}	...	...	...	...

- اكتب عبارة جبرية توضح متوسط الإنتاج القومي بعد ن من السنوات .
- استخدم العبارة الجبرية للتعبير عن متوسط الإنتاج القومي في عام ١٩٧٠م .

٢) اكتب متوسط الإنتاج القومي عند نهاية العام العاشر في صورة جـ $ب^{ن}$ حيث جـ الإنتاج القومي في عام ١٩٧٠م ، ب عامل الزيادة ، ن الزمن بالسنوات .

٣) إذا كان متوسط الإنتاج القومي عام ١٩٧٠م ٥٠ مليون ريال فاكتب متوسط الإنتاج القومي بعد ٩سنوات ، على صورة جـ$ب^{ن}$.

٤) لاحظ ما الذي يتغير في جملة متوسط الإنتاج القومي في كل سنة ؟

٥) هل العلاقة التي تربط بين الزمن وجملة متوسط الإنتاج لكل سنة تمثل دالة ؟

٦) اقترح تسمية للعبارة الجبرية ص = جـ × $ب^{ن}$.

تدريب ١

إذا كان متوسط الإنتاج القومي لبلد ما في عام ٢٠٠٠م يقدّر بـ ١٠٠مليون ريال ، جد جملة متوسط الإنتاج القومي (ص) في صورة ب $س^{ن}$ بعد ٢٠ سنة ، ٥٠ سنة ، ٨٠ سنة (علما بأن متوسط معدل الزيادة ٥٪ سنويا) .

تعريف :

الدالة الأسية هي الدالة التي يكون فيها المتغير المستقل أسا ومجالها ح ومداها ح$^+$ ، وتكتب على الصورة :

$$ص = د(س) = جـ \times ا^{س} \quad \text{حيث } ا \in ح^+ \ ، \ ا \neq ١$$

مثال ١

إذا كان عدد خلايا الأميبا (ع) في تجمع معين بعد مرور (ن) ساعة يعطى حسب العلاقة الآتية:

ع $= ٣٠ \times ٢^{ن}$ فأوجد عدد الخلايا بعد مرور :

١) ٥ ساعات

٢) ١٠ ساعات

الحل

١) ع $= ٣٠ \times ٢^{٥}$

$= ٣٠ \times ٣٢$

$= ٩٦٠$ خلية

٢) ع $= ٣٠ \times ٢^{١٠}$

$= ٣٠ \times ١٠٢٤$

$= ٣٠٧٢٠$ خلية

تدريب ٢

يمتلك أحمد مشروع لبيع المواد الغذائية بحيث يكون جملة ما يملكه أحمد من المشروع يحسب بالعلاقة الآتية $س_{ن} = ٤٠٠٠ (١,٠٦)^{ن}$ حيث ن الزمن بالسنوات ، احسب دخل المشروع في نهاية :

١) السنة الرابعة.

٢) السنة العاشرة.

مثال ٢

الجدول الآتي يبين مؤشرات قطاع النفط خلال الفترة (١٩٧٠ – ١٩٩٩) في سلطنة عمان.

م	السنة / المؤشر	١٩٧٠	١٩٩٩	متوسط معدل النمو السنوي (٪)
١	متوسط الإنتاج السنوي (مليون برميل)	١٢١	—	٣,٥
٢	متوسط الإنتاج اليومي (ألف برميل)	٣٣٢	—	٣,٥
٣	صادرات النفط (مليون برميل)	—	٣٠٩	٣,٣

أ) قدر متوسط الإنتاج السنوي (مليون برميل) عام ١٩٩٩م

ب) قدر متوسط الإنتاج اليومي (ألف برميل) عام ١٩٩٩م .

جـ) قدر إجمالي صادرات النفط عام ١٩٧٠م .

الحل

أ) متوسط الإنتاج السنوي في عام ١٩٩٩م يحسب كالآتي :

∵ الإنتاج السنوي ١٩٧٠ = ١٢١

∴ الإنتاج السنوي ١٩٧١ = ١٢١ + ١٢١(٠,٠٣٥)

= ١٢١(١,٠٣٥)

١٩٧٢ = ١٢١(١,٠٣٥) + ١٢١(١,٠٣٥)(٠,٠٣٥)

= ١٢١ (١,٠٣٥)(١,٠٣٥)

= ١٢١(١,٠٣٥)^{٢}

١٩٧٣ = ١٢١ (١,٠٣٥)^{٣}

. . .

ص = ١٢١(١,٠٣٥)^{س} حيث ص معدل الإنتاج السنوي،

س عدد السنوات

∴ متوسط الإنتاج = ١٢١(١,٠٣٥)^{س}

الإنتاج السنوي ١٩٩٩ = ١٢١(١,٠٣٥)^{٢٩}

متوسط الإنتاج السنوي = ٣٢٨,١٤ مليون برميل .

ب) متوسط الإنتاج اليومي(ص) لعام ١٩٩٩م

$= ٣٣٢(١,٠٣٥)^{٢٩}$

$\simeq$ ٩٠٠ ألف برميل .

جـ) يمكن التعبير عن دالة صادرات النفط (ص) $= \frac{٣٠٩}{(١,٠٣٣)^{س}}$ لماذا ؟

إجمالي صادرات النفط خلال ١٩٧٠م $= \frac{٣٠٩}{(١,٠٣٣)^{٢٩}}$

$\simeq$ ١٢٠,٥ مليون برميل .

تدريب ٣

الجدول الآتي يوضح المؤشرات الخاصة بالرعاية الاجتماعية في سلطنة عمان

م	السنة / المؤشر	١٩٧٣	١٩٩٩	متوسط معدل النمو السنوي (٪)
١	عدد حالات الضمان الاجتماعي	—	٤٤٢٥٥	٢٥,١
٢	المساعدات السنوية للضمان الاجتماعي (مليون ريال)	٠,٢	—	٢٠

أ) كم عدد حالات الضمان الاجتماعي لعام ١٩٧٣م ؟

ب) ما قيمة المساعدات السنوية للضمان الاجتماعي بالمليون ريال عماني لعام ١٩٩٩م؟

مثال ٣

إذا علمت أن عدد سكان إحدى الدول يقدّر بـ ٢٠٠٠٠٠٠٠ مليون نسمة في عام ٢٠٠٠م فإذا كان المتوقع زيادة عدد السكان بمعدّل ٢,٥ ٪ خلال العقد الواحد (١٠ سنوات) ، فكم يكون عدد السكان المتوقع في عام ٢٠٢٠ م باستخدام الدالة الأسية .

الحل

الفترة من ٢٠٠٠م إلى ٢٠٢٠م تمثل عقدين .

$د(س) = جـ \times ب^{س}$

د(٢) = ٢٠٠٠٠٠٠٠ × (١,٠٢٥)^{٢}

= ٢١٠١٢٥٠٠ مليون .

تدريب ٤

من المثال السابق ، احسب عدد السكان المتوقع في عام ٢٠٣٥م .

تمارين ومسائل ٢

١) أوجد قيمة س لكل مما يأتي :

أ) $٦^{٣س+٥}$ = ٢١٦

ب) $٣^{(س+٢)}$ − $\frac{١}{٢٤٣}$ = ٠

جـ) $٧^{٦٤س}$ = ٢٤٠١

٢) إذا كانت ع = ٨(٢)^{ن} العلاقة بين عدد البكتيريا (ع) وزمن الانقسام (ن) بالساعات، فاحسب الزمن اللازم للانقسام حتى يصل عدد البكتيريا في التجمع ٥٤٢.

٣) استثمر شخص مبلغا وقدره ٢٠٠٠ ريال عماني بمعدّل فائدة مركبة ٧٪ سنويا في إحدى مؤسسات الاستثمار ، احسب جملة المبلغ في نهاية السنة العاشرة ، علما بأن جملة المبلغ تحسب وفقا للعلاقة التالية : جـ = م(١ + ع)^{ن} حيث م : المبلغ المستثمر ، ع : معدّل الفائدة ، ن: عدد السنوات .

٤) الجدول الآتي يوضح تطور المؤشرات في قطاع التجارة والصناعة (١٩٧٠ – ١٩٩٩م)

م	السنة / المؤشر	١٩٧٠	١٩٩٩	متوسط معدل النمو السنوي (٪)
١	عدد المنشآت التجارية المسجة في السجل التجاري	ـــ	١٠١٢٧٠,٢	١٧,٤
٢	عدد المنشآت الصناعية في السجل الصناعي	٢	ـــ	٢٤,٤

أ) قدّر عدد المنشآت التجارية عام ١٩٧٠م ؟

ب) قدّر عدد المنشآت الصناعية لعام ١٩٩٩م ؟

اللوغاريتم Logarithm

تأمل الجدول الآتي :

الصورة الأسية للعدد	الأساس	الأس	تعبير آخر للأس
٢٥ = ٥^{٢}	٥	٢	العدد ٢ هو لوغاريتم ٢٥ للأساس ٥
٦٤ = ٤^{٣}	٤	٣	العدد ٣ هو لوغاريتم ٦٤ للأساس ٤
٣٢ = ٢^{٥}	٢	٥	العدد ٥ هو لوغاريتم ٣٢ للأساس ٢

تدريب ١

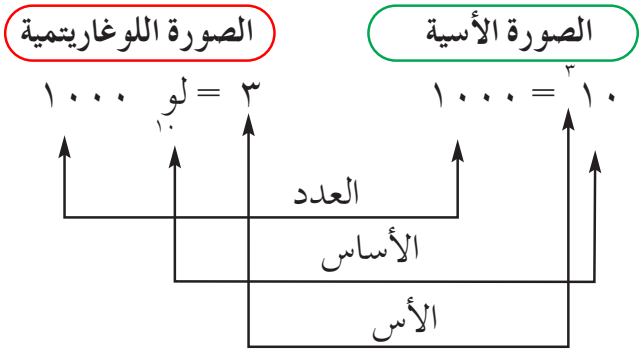
عبر عن الأس بطريقة أخرى في كل مما يلي :

١) ٨ = ٢^{٣} ٢) ١٦ = ٤^{٢}

لاحظ

يمكن تسمية الأس بـ (اللوغاريتم) عند كتابة أي عدد بالصورة الأسية ، ويرمز له بالرمز(لو).
أي أنه يمكن كتابة أي عدد في الصورة الأسية بطريقة أخرى تسمى بـ (الصورة اللوغاريتمية).

فمثلا :



تدريب ٢ اكتب ١٢٥ = ٥^{٣} في الصورة اللوغاريتمية .

تعريف

إذا كان ص = $(أ)^{ن}$ حيث أ ∈ ح$_{+}$ ، أ > ٠ ، أ ≠ ١ ، ن ∈ ح فإننا نسمي (ن) لوغاريتم العدد (ص) للأساس أ

ويعبر عنه رياضيا : $لو_{أ}$ ص = ن

ويقرأ : لوغاريتم ص للأساس أ يساوي ن.

أي أن لوغاريتم العدد هو القوة التي يجب أن يرفع إليها الأساس لينتج ذلك العدد.

مثال ١

أوجد ناتج كل مما يأتي :

١) $لو_{٤}$ ٦٤ ٢) $لو_{\frac{١}{٨}}$

الحل

١) ٦٤ = $٤^{٣}$ ⟺ $لو_{٤}$ ٦٤ = ٣

٢) $\frac{١}{٨}$ = $٨^{-١}$ ⟺ $لو_{\frac{١}{٨}}$ = −١

تدريب ٣

أكمل الجدول الآتي بما يناسب :

الصورة الأسية	$٢^{٤}$ = ١٦	؟	$٣^{-٢}$ = $\frac{١}{٩}$	؟
الصورة اللوغاريتمية	؟	$لو_{١٠}$ ١٠٠٠ = ٣	؟	$لو_{٩}$ ٣ = $\frac{١}{٢}$

مثال ٢

أوجد قيمة س في كل مما يأتي :

١) $لو_{س}$ ١٢٥ = ٣ ٢) $لو_{٢}$ س = ١

الحل

١) نضع $لو_{س}$ ١٢٥ = ٣ في الصورة الأسية

$س^{٣}$ = ١٢٥

∴ س = ٥ لماذا ؟

٢) $٢^{١} = س$

$\therefore س = ٢$

تدريب ٤

أوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي :

١) $س = لو_{٧} ٧$ ٢) $لو_{٣} ع = ٠$

٣) $لو_{٥} م = -٣$ ٤) $لو_{٢١٦} \frac{١}{٣} = ص$

خواص العمليات في اللوغاريتمات Logarithms Properties

نشاط

الأدوات : ورقة ، قلم

الخطوات :

استعن بالجدول الآتي لإكمال خطوات النشاط :

س	٣	٩	٢٧	٨١	٢٤٣	٧٢٩
$لو_{٣} س$	١	٢	٣	٤	٥	٦

١) إذا كان $لو_{٣} (٣\times٩) = لو_{٣} ٢٧$ ، استخدم هذه الصيغة والجدول أعلاه لإكمال كل مما يأتي:

أ) $لو_{٣} (٣\times٩) = ؟$ ، $لو_{٣} ٣ + لو_{٣} ٩ = ؟$

ب) $لو_{٣} (٣\times٢٧) = ؟$ ، $لو_{٣} ٣ + لو_{٣} ٢٧ = ؟$

جـ) $لو_{٣} (٣\times٨١) = ؟$ ، $لو_{٣} ٣ + لو_{٣} ٨١ = ؟$

٢) في الخطوة السابقة ، ما العلاقة بين العبارة الأولى والعبارة الثانية في كل مفردة ؟

٣) استخدم هذا النمط لتكوين قاعدة أو تعميم حول الصيغة لون(س×ص).

٤) إذا كان $لو_{٣} (\frac{٨١}{٣}) = لو_{٣} ٢٧$، استخدم هذه الصيغة والجدول أعلاه لإكمال كل مما يأتي :

أ) $لو_{٣} (\frac{٢٧}{٣}) = ؟$ ، $لو_{٣} ٢٧ - لو_{٣} ٩ = ؟$

ب) $لو_{٣} (\frac{٨١}{٣}) = ؟$ ، $لو_{٣} ٨١ - لو_{٣} ٣ = ؟$

جـ) $لو_{٣} (\frac{٢٤٣}{٢٧}) = ؟$ ، $لو_{٣} ٢٤٣ - لو_{٣} ٢٧ = ؟$

٥) ماذا تلاحظ ؟ ما العلاقة بين العبارة الأولى والعبارة الثانية في كل مفردة ؟

٦) استخدم هذا النمط لتكوين قاعدة أو تعميم حول الصيغة $لو_{ن} (\frac{س}{ع})$.

تدريب ٥

استخدم الاستنتاج الذي توصلت إليه من خلال النشاط لإيجاد قيمة كل مما يأتي :

١) لو$_{٣}$ (٣×٣)　　٢) لو$_{٣}$ ٣

٣) لو$_{٢}$($\frac{٢١٨}{٢}$)　　٤) لو$_{٣}$ ($\frac{٢١٨٧}{٢٧}$ × ٣)

نتيجه :

إذا كانت س، ص، ن ∈ ح ، ن ≠ ١ فإن :

١) لو$_{ن}$ (س × ص) = لو$_{ن}$ س + لو$_{ن}$ ص

٢) لو$_{ن}$ $\frac{س}{ص}$ = لو$_{ن}$ س − لو$_{ن}$ ص

٣) لو$_{ن}$ ١ = صفر

٤) لو$_{ن}$ ن = ١

٥) لو$_{ن}$ س = لو$_{ن}$ ص إذا و فقط إذا كان س = ص

٦) لو$_{ن}$ س^{م} = م لو$_{ن}$ س

تدريب ٦

أوجد قيمة كل مما يأتي :

١) لو$_{٣}$ ١　　٢) لو$_{٤}$ ٤　　٣) لو$_{٢}$ ١　　٤) لو$_{٦}$ ٦

مثال ٣

أوجد قيمة س في كل مما يأتي :

١) لو$_{٣}$ ٢٧ + لو$_{٣}$ ٣ = لو$_{٣}$ س

٢) لو$_{٤}$ س − ٢لو$_{٤}$ ٢ = لو$_{٤}$ ٢٤

٣) لو$_{٦}$ س = لو$_{٦}$ ٤ + لو$_{٦}$ ٦٣ − لو$_{٦}$ ٧

الحل

١) لو$_{٣}$ ٢٧ + لو$_{٣}$ ٣ = لو$_{٣}$ س

لو$_{٣}$ ٨١ = لو$_{٣}$ س

س = ٨١

٢) $\text{لو}_{٤}\text{س} - ٢\text{لو}_{٤}٢ = \text{لو}_{٤}٢٤$

$\text{لو}_{٤}\text{س} = \text{لو}_{٤}٢٤ + ٢\,\text{لو}_{٤}٢$

$= \text{لو}_{٤}٢٤ + \text{لو}_{٤}٤$

$= \text{لو}_{٤}٩٦$

$\therefore$ س $= ٩٦$

٣) $\text{لو}_{٦}\text{س} = \text{لو}_{٦}٤ + \text{لو}_{٦}٦٣ - \text{لو}_{٦}٧$

$\text{لو}_{٦}\text{س} = \text{لو}_{٦}٤ + \text{لو}_{٦}\frac{٦٣}{٧}$

$\text{لو}_{٦}\text{س} = \text{لو}_{٦}٤ + \text{لو}_{٦}٩$

$\text{لو}_{٦}\text{س} = \text{لو}_{٦}٣٦$

س $= ٣٦$

تدريب ٧

أوجد قيمة س فيما يأتي :

١) لو س $= \text{لو}_{١٠}٧,٠٨٥$ ٣

٢) $\text{لو}_{٥}١٥ + ٠,٥\,\text{لو}_{٥}٥ - \text{لو}_{٥}٣ = \text{لو}_{٥}\text{س}$

مثال ٤

إذا كان لو ٧ $\simeq$ ٢,٨٠٧٤ استخدم هذه القيمة في إيجاد القيمة التقريبية لكل من :

١) $\text{لو}_{٢}٢٨$ ٢) $\text{لو}_{٢}(٣,٥)^{٢}$

الحل

١) $\text{لو}_{٢}٢٨ = \text{لو}_{٢}(٤ \times ٧)$

$= \text{لو}_{٢}٤ + \text{لو}_{٢}٧$

$= ٢ + ٢,٨٠٧٤$

$= ٤,٨٠٧٤$

٢) $\text{لو}_{٢}(٣,٥)^{٢} = ٢\,\text{لو}_{٢}٣,٥$

$= ٢\,\text{لو}_{٢}\frac{٧}{٢}$

$= ٢(\text{لو}_{٢}٧ - \text{لو}_{٢}٢)$

$= ٢\times(٢,٨٠٧٤ - ١)$

$= ٢\times(١,٨٠٧٤)$

$= ٣,٦١٤٨$

تدريب ٨

أوجد قيمة كل من :

١) $\text{لو}_{٣}٨١^{١٠٠}$ ٢) $\text{لو}_{\frac{١}{١٦}}٤^{٤}$

تمارين ومسائل ٣

١) حول من الصورة الأسية إلى الصورة اللوغاريتمية لكل مما يأتي:

أ) $٢^{٤} = ١٦$

ب) $١٠^{-٢} = ٠,٠١$

جـ) $(\frac{١}{٢})^{-٣} = ٨$

د) $٢^{-٥} = \frac{١}{٣٢}$

هـ) $(٦٤)^{-\frac{٢}{٣}} = \frac{١}{١٦}$

و) $(\frac{١}{٢٧})^{\frac{١}{٣}}$

٢) حول من الصورة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسية لكل مما يأتي :

أ) $لو_{٦} ١ = ٠$

ب) $لو_{٥} \frac{١}{٢٥} = -٢$

جـ) $لو_{١٠} ٠,٠٠١ = -٣$

د) $لو_{\sqrt{٨}} ٥١٢ = ٦$

٣) أوجد قيمة س لكل مما يأتي :

أ) $لو_{٣} س = ٢$

ب) $لو_{٥} س = -٣$

جـ) $لو_{٢} ١٦ = س$

د) $لو_{١٠} \sqrt{١٠}^{٣} = \frac{س}{٢}$

هـ) $لو_{٢} ٢ = س$

و) $لو_{٨} س = ١$

حـ) $لو_{٥} ٦٢٥ = س$

ط) $لو_{٣} س = \frac{٢}{٣}$

ي) $لو_{س} ١٢٥ = ٣$

٤) استخدم الجدول الآتي في الإجابة على الأسئلة التي تلية :

$لو_{٢} ٧ \simeq ٢,٨٠٧٤$	$لو_{٢} ٥ \simeq ٢,٣٢١٩$	$لو_{٢} ٣ \simeq ١,٥٨٥٠$

أ) $لو_{٢} ١٠٥$

ب) $لو_{٢} ٢٨$

جـ) $لو_{٢} ٣٥$

د) $لو_{٢} \frac{٧}{١٠}$

٥) أوجد قيمة كل من :

أ) $لو_{٣} ٣ + لو_{٣} ٩ + لو_{٣} ٢٧$

ب) $لو_{٣} ٩ + لو_{٣} ٢٤ - ٣ لو_{٣} ٢$

جـ) $لو_{٥} ١٥ + \frac{٧}{١٠} لو_{٥} ٥ - لو_{٥} ٣$

د) $لو_{١٠} ٢ + لو_{١٠} ٥$

٦) أوجد قيمة س في كل مما يأتي :

أ) $لو_{٢} ٧س = لو (س^{٢} + ١٢)$

ب) $لو_{١٠} (٥س^{٢} - ٣) - لو_{١٠} (س^{٢} + ١) = ٠$

جـ) $٢^{(٢س - ٧)} = ٣٢$

د) $لو_{٢} ٤ + لو_{٢} ١٦ = س$

اللوغاريتم الاعتيادي Normal Logarithm

بعد أن درست اللوغاريتمات وخواصها لأي أساس ينتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة، فإنه من المناسب أن نستخدم اللوغاريتم للأساس ١٠ نظرا لكثرة استخدامه في العمليات الحسابية للعلوم النظرية والتطبيقية حيث أطلق على هذا النوع من اللوغاريتم بـ(اللوغاريتم الاعتيادي) ويرمز له بالرمز لو س .

مثال ١ أوجد قيمة كلا من :

١) لو ١٠٠٠ ٢) لو $\frac{١}{١٠}$ ١٠$^{-٢}$

الحل

١) لو ١٠٠٠ = لو ١٠^{٣}

= ٣

٢) لو ١٠$^{-٢}$ = −٢

تدريب ١

أوجد قيمة كل من :

١) لو(٢ × ٥٠٠) ٢) لو (٤٠ × ٢٥٠)$^{-١}$

مثال ٢

يتناقص ثمن بيع آلة ميكانيكية سنويا وفقا للعلاقة الآتية س$_{ن}$ = س$_{١}$(٠,٩٢)^{ن} نتيجة الاستهلاك ، حيث س$_{ن}$ الثمن بعد ن سنة ، س$_{١}$ الثمن الأصلي ، أحسب بعد كم سنة يصبح ثمن بيعها نصف ثمنها الأصلي .

الحل

نفرض أن س$_{ن}$ = $\frac{١}{٢}$ س$_{١}$

$\frac{١}{٢}$ س$_{١}$ = س$_{١}$(٠,٩٢)^{ن}

$\frac{١}{٢}$ = (٠,٩٢)^{ن}

لو $\frac{1}{2}$ = ن لو ٠,٩٢

$-$ ٠,٣٠١٠ = ن $\times -$ ٠,٠٣٦

∴ ن = ٨,٣٦١ أي بعد ثمان سنوات وثلاثة أشهر تقريبا .

تدريب ٢

إذا كان المعدّل السنوي للإنتاج الصناعي بإحدى الدول يحسب وفقا للعلاقة التالية :

$س_ن = س_1 (١,٠٦)^ن$ حيث $س_ن$ الإنتاج بعد ن سنة ، $س_1$ الإنتاج الحالي ، احسب الفترة الزمنية التي بانقضائها يتضاعف هذا الإنتاج .

استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد اللوغاريتم الاعتيادي للعدد
Using Calculator To Find The Normal Logarithm of a Number

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد اللوغاريتم الاعتيادي لعدد معلوم وذلك باستخدام المفتاح Log قبل إدخال العدد المطلوب إيجاد لوغاريتمه.

مثال ٣

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد ما يأتي :

١) لو ١٣٧ ٢) لو ٧,٣

الحل

تنبيه : تختلف طريقة استخدام الآلة الحاسبة حسب نوع الآلة.

١) ⟹

Log	1	3	7

فيظهر على الشاشة 2.1367

∴ لو ١٣٧ ≃ ٢,١٣٦٧

٢) ⟹

Log	7	.	3

فيظهر على الشاشة 0.8633

لو ٧,٣ ≃ ٠,٨٦٣٣

تدريب ٣

استخدم خواص العمليات على اللوغاريتمات لإيجاد قيمة س :

$(\frac{٢}{٥})^{س} = ١,١٩٤$

إيجاد عدد علم لوغاريتمه Finding a Number When Its Logarithm is Known

يمكن استخدام المفتاح shift ثم المفتاح log في الآلة الحاسبة لإيجاد عدد معلوم لوغاريتمه الاعتيادي .

مثال ٤

إذا كان لو س = ٠,٧٤٨٢ وضح خطوات استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة س .

الحل

0	.	7	4	8	2	shift	log	=

فيظهر على الشاشة 5.6

∴ س ≃ ٥,٦

تدريب ٤

وضح خطوات استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي :

١) لو ٠,٠٢٧٦ ٢) لو ٥٦٠

٣) لو س = ٢,١٥٦٧ ٤) لو س = ٢,٨٨٠٢

مثال ٥

اشترى أحمد آلة ميكانيكية لمصنعه بمبلغ ٣٠٠٠٠ ريال ، وكان ثمن الآلة يتناقص نتيجة الاستخدام بمعدل ٢٠٪ سنويا فإذا كان ثمنها بعد (ن) سنة يعطى بالعلاقة الآتية :

(س = أ $(٠,٨)^{ن}$) حيث أ الثمن الأصلي للآلة ، ن عدد سنوات الاستخدام ، س الثمن بعد ن سنة ، فبعد كم سنة يصبح ثمنها ٧٨٦٤,٣٢ ريالا ؟

الحل

س = أ $(٠,٨)^{ن}$

$٧٨٦٤,٣٢ = ٣٠٠٠٠ (٠,٨)^{ن}$

$(٠,٨)^{ن} = \frac{٧٨٦٤,٣٢}{٣٠٠٠٠}$

$٠,٢٦٢١٤٤ = (٠,٨)^{ن}$

لو $٠,٢٦٢١٤٤ =$ لو$(٠,٨)^{ن}$ بأخذ لوغاريتم الطرفين

لو $٠,٢٦٢١٤٤ =$ ن لو$(٠,٨)$

ن = لو $٠,٢٦٢١٤٤$ ÷ لو $٠,٨$ باستخدام الآلة الحاسبة ينتج

ن ≃ ٦

أي أن ثمن الآلة بعد ٦ سنوات يصبح ٧٨٦٤,٣٢ ريالا .

تدريب ٥

إذا كانت شدة الإضاءة (ش) لجسم تحدد بالعلاقة الآتية : لو ش = (٠,٣٦١٧ – ف) حيث ف بعد الجسم (بالبوصة) ، فأوجد شدة الإضاءة لجسم يبعد عن نقطة معينه بمقدار ٢(بوصة) .

مثال ٦

باستخدام قوانين اللوغاريتمات أوجد مساحة سطح دائرة نصف قطرها ٦٧,٨سم علما بأن مساحة سطح الدائرة (م) = π نق^{٢} ، π = ٣,١٤

الحل

م = π نق^{٢}

م = ٣,١٤ × (٦٧,٨)^{٢}

لو م = لو(٣,١٤ × (٦٧,٨)^{٢})

لو م = لو٣,١٤ + ٢ لو٦٧,٨

= ٠,٤٩٦٩ + ٢ × ١,٨٣١٢

= ٠,٤٩٦٩ + ٣,٦٦٢٤

لو م = ٤,١٥٩٣

∴ م = ١٤٤٣١,١١٨٧ سم^{٢}

≃ ١٤٤٣١ سم^{٢}

تدريب ٦

أوجد قيمة س لكل مما يلي :

أ) لو (١٥٩ + س) = ٢,٢٩

ب) لو (س – ١١) = ٢

ج) لو (٥ – س) = ٤

تمارين ومسائل ٤

١) إذا كان لو س = ٢,٨٧٥٤ فأوجد قيمة س .

٢) العلاقة التالية (لو ع = ن لو ٨) تبين عدد الخلايا البكتيرية في تجمع ما بعد مرور (ن) ساعة ، أوجد عدد خلايا البكتيريا بعد ٣ ساعات .

٣) يعرف الأس الهيدروجيني(PH) للمحلول بالعلاقة PH = - لو(+ H) أحسب كل من :

أ) (PH) لعصير الطماطم إذا علم أن $(H^+) = ٢,٦ \times ١٠^{-٥}$

ب) (H^+) لمحلول أسه الهيدروجيني (PH) = ٧,٨

(حيث (H^+) تمثل تركيز أيون الهيدروجين في لتر من السائل)

٤) يزداد عدد سكان إحدى الدول بمعدّل ٢,٥ ٪ سنوياً بينما يزداد عدد الوفيات بها بمعدّل ٠,٥٪ ، أحسب بعد كم سنة يكون عدد السكان ضعف عدد السكان الأصلي.(يمكنك حساب ذلك بالعلاقة الآتية: س = ص(١+م)^{ن} حيث س: عدد السكان بعد الزيادة، ص: عدد السكان الأصلي(قبل الزيادة)، م:الفرق بين معدّل الزيادة ومعدّل الوفيات، ن: الزمن بالسنوات.

٥) إذا كانت العلاقة التي تربط بين مستوى التفاوت (د) للصوت مع مستوى شدته (ش) تعطى بالصيغة الآتية:(د= لو(ش ÷ $١٠^{-١٣}$)) أوجد مستوى التفاوت (د) عندما يكون مستوى الشدة يساوي $١٠^{-١٣}$.

٦) باستخدام قوانين اللوغاريتمات أوجد حجم اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطرها (نق) = ٨,١٦ سم وارتفاعها (ع) =١٤,٦ سم. علما بأن الحجم يوجد بالعلاقة الآتية: ح = π نق^{٢} × ع حيث π = ٣,١٤ .

٧) يتناقص ثمن بيع آلة ميكانيكية سنويا وفقا للعلاقة الآتية: $س_{ن}$ = $س_{١}$(٠,٩٤)^{ن} نتيجة الاستهلاك، حيث $س_{ن}$ الثمن بعد ن سنة، $س_{١}$ الثمن الأصلي، أحسب بعد كم سنة يصبح ثمن بيعها ربع ثمنها الأصلي؟

٨) إذا كانت العلاقة بين شدة التيار(ت)أمبير والزمن(ن) ثانية تحدد بالصيغة الآتية:

ت = (٢)$^{-ن}$، فاحسب الزمن إذا كانت شدة التيار ٠,٤ أمبير.

تمارين ومسائل عامة

١) حول الصورة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسية والعكس:

أ) لو ٠,٠٠٠٠١ = −٣ ب) $٣٦^{\frac{٣}{٢}} = ٢١٦$

جـ) $لو_{\frac{١}{٨}}\ ٢ = -٣$ د) $٤^{\frac{١}{٢}} = ٢$

٢) أوجد قيمة كل مما يأتي :

أ) لو ٣٦ − لو ٩ ب) $لو_{٤}\ (٥^{٢})^{٢}$

جـ) $لو_{٨}\sqrt{٣٢} + لو_{٨}\sqrt{٢}$ د) لو ٢٥٦ − ٢ لو ٢

٣) استخدم الجدول الآتي في الإجابة على الأسئلة التي تلية :

لو ٧ ≃ ٢,٨٠٧٤	لو ٥ ≃ ٢,٣٢١٩	لو ٣ ≃ ١,٥٨٥٠
$لو_{٤}\ ٥^{٢}$ ≃ ١,١٦١٠	$لو_{٤}\ ٣^{٢}$ ≃ ٠,٧٩٢٥	$لو_{٢}\ ٨,٣$ ≃ ٠,٩١٩١

أ) لو ١٥ ب) $لو_{٤}\ ١٢$ جـ) لو ٦٠

د) $لو_{٤}\ \frac{٣}{٥}$ هـ) $لو_{٤}\ (\frac{٥}{٤})$ و) $لو_{٤}\ ٨٣٠$

ز) لو ٠,٠٠٠٨٣ ح) $لو_{٢}\ (\frac{٢}{٧})$

٤) إذا كانت(ت = $٢^{-٥ن}$) العلاقة بين شدة التيار (ت)أمبير، والزمن (ن) ثانية، في دائرة كهربائية، احسب مقدار الزمن علما بأن شدة التيار = ٠,٥ أمبير .

٥) تلسكوب بصري قطر عدسته (ق) بوصة، والقوة المحددة للإبصار (ل) تعطى بالعلاقة الآتية: ل = ٨,٨ + ٥,١لو ق ، أحسب القوة المحددة للإبصار لتلسكوب قطر عدسته ٧ بوصه.

٦) يتناقص ثمن آلة ميكانيكيةبحيث يعطى ثمنها بعد (ن) سنة بالعلاقة : س=م $(٠,٩٣)^{ن}$ حيث م الثمن الأصلي، س ثمن الآلة بعد ن سنة ، م المعدل السنوي لنقصان الثمن ، أحسب بعد كم سنة يصبح ثمن الآلة :

أ) نصف ثمنها الأصلي .

ب) ثلث ثمنها الأصلي .

٧) يعرف الأس الهيدروجيني(PH) للمحلول بالعلاقة PH = - لو(+ H) حيث(+ H) تمثل تركيز أيون الهيدروجين في لتر من السائل ، أوجد الأس الهيدروجيني لكل مما يلي :

أ) ماء المطر حيث (+ H) = $١,٦ \times ١٠^{-٧}$

ب) الخل حيث (+ H) = $٢,٩ \times ١٠^{-٣}$

٨) تتناقص كتلة مادة مشعة مع مرور الزمن حسب العلاقة

$م_{٢} = م_{١} (١٠)^{ل ن}$ حيث $م_{١}$ الكتلة الأصلية ، $م_{٢}$ الكتلة بعد (ن) ساعة ،

ل = (– ٠,٠٢٤)/ ساعة ، أحسب الزمن الذي عنده الكتلة تساوي ثلث الكتلة الأصلية.

٩) استخدم اللوغاريتمات لإيجاد قيمة كل مما يأتي :

أ) $٣^{س} = ٦٣$ ب) $١١,٢ = ٤^{س}$

١٠) إذا كان (PH) لعصير البرتقال = ٦,٨ فأوجد تركيز أيون الهيدروجين (H^{+}). علما بأن

PH = – لو (H^{+})

١١) إذا كانت مساحة سطح الكرة تساوي ٤ π $نق^{٢}$ ، فأوجد مساحة سطح كرة طول نصف قطرها ١٩,٢٥ سم (π = ٣,١٤) باستخدام اللوغاريتم .

١٢) إذا كان حجم الهرم يساوي ثلث مساحة القاعدة في الارتفاع، فأوجد حجم هرم مساحة قاعدته ٩٨,٤٤٣ $سم^{٢}$، وارتفاعه ٧,١ سم.

١٣) إذا كانت جملة مبلغ (م) يوضع بحساب الربح المركب بسعر فائدة ع ٪ في السنة ويضاف الربح بشكل مستمر تعطى بالعلاقة الآتية:جـ = (م هـ) $^{ن ع}$ حيث ن الزمن ، هـ ثابت ٢,٧١٨، ع سعر الفائدة فما هو سعر الفائدة الذي يوضع به مبلغ ١٠٠ ريال حتى يتضاعف بعد ١٠ سنوات ؟

الوحدة الثانية

المتباينات والبرمجة الخطية
Inequalities and Linear Programming

الأهداف

١) تمثيل المتباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد على خط الأعداد .

٢) التعرف على صورة المتباينة الخطية في متغيرين :

أ) أ س + ب ص > جـ ب) أ س + ب ص ≥ جـ

جـ) أ س + ب ص < جـ د) أ س + ب ص ≤ جـ

٣) حل متباينة خطية أو أكثر في متغيرين .

٤) تحديد منطقة حل نظام من المتباينات الخطية في متغيرين .

٥) إيجاد قيمة دالة الهدف .

٦) التعرف على معنى البرمجة الخطية وعلاقتها ببعض التطبيقات الحديثة .

٧) تحويل سؤال البرمجة الخطية إلى بيانات مجدولة .

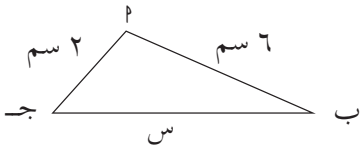
٨) كتابة المتباينات لسؤال البرمجة الخطية بالاستعانة بجدول البيانات.

٩) تمثيل المتباينات الخطية لمسألة البرمجة الخطية على مستوى الاحداثيات .

١٠) تحديد منطقة حل المتباينات وتحديد رؤوس مضلع البرمجة.

التمثيل البياني لمتباينة خطيه في متغير واحد Graphing Linear Inequality in One Variable

من الشكل المقابل حدد أطوال الضلع ب جـ الممكنة ، وذلك باستخدام المتباينات ، ثم مثِّل مجموعة الحل على خط الأعداد.
(إرشاد : مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث)



خواص العمليات على المتباينات

لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ إذا كان :

١) أ > ب ⇐ أ ± جـ > ب ± جـ

٢) أ > ب ⇐ أ جـ < ب جـ إذا كانت جـ < ٠

٣) أ > ب ⇐ أ جـ > ب جـ إذا كانت جـ > ٠

٤) أ > ب ⇐ $\frac{١}{أ} < \frac{١}{ب}$ إذا كان أ، ب موجبين معا أو سالبين معا .

مثال ١

أوجد مجموعة حل المتباينة في كل مما يأتي ومثلها على خط الأعداد :

١) س + ٨ > ٢

٢) ٢ س + ٤ ⩽ ٤ س + ١

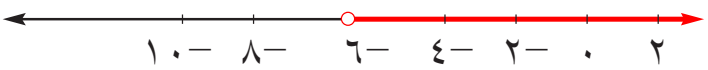
الحل

١) س + ٨ > ٢

س + ٨ − ٨ > ٢ − ٨

س > − ٦

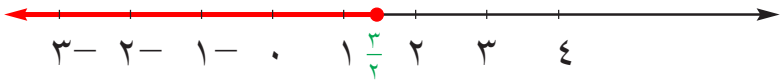
∴ مجموعة الحل (م . ح) = { س : س ∈ ح ، س > − ٦ }



٢) ٢ س + ٤ ⩽ ٤ س + ١

$س \geqslant \frac{٣}{٢}$ (لماذا ؟)

م . ح = { س : س ∈ ح ، $س \geqslant \frac{٣}{٢}$ }



تدريب ١

أوجد مجموعة الحل في كل مما يأتي ، ثم مثلها على خط الأعداد :-

١) ٤ س − ٣ ⩽ س −٦

٢) ٠ ⩽ ٢ س −٢ < ٨

مثال ٢

يقدم أحد البنوك خدمة استخراج دفتر شيكات بدون رسوم للحسابات التي لا تقل إيداعاتها عن ٥٠٠ ريال .افترض أن حسابك به مبلغ ٥٢٠ ريالاً وأنك حررت شيكاً بمبلغ ٣٥ ريالاً . ما المبلغ الذي عليك إيداعه لتتفادى دفع الرسوم ؟ مثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

الحل :

نفرض أن المبلغ الذي يجب عليك إيداعه = س

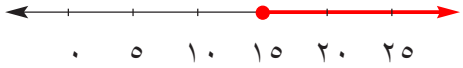
(رصيدك الحالي − قيمة الشيك + مبلغ الإيداع) على الأقل ٥٠٠ ريال .

∴ ٥٢٠ − ٣٥ + س ⩾ ٥٠٠

∴ ٤٨٥ + س ⩾ ٥٠٠

∴ س ⩾ ١٥ لماذا ؟

∴ أقل مبلغ يمكن إيداعه هو ١٥ ريالاً .



تدريب ٢

يشترط أحد البنوك أن لا يقل رصيدك عن ٧٥٠ ريالاً لتحصل على دفتر شيكات بدون رسوم. افترض أن حسابك به مبلغ ٨٢٠ ريالاً، قبل أن تحرر شيكاً بمبلغ ٣٠ ريالاً . ما أكبر مبلغ يمكنك سحبه على أن تبقى تتمتع بالخدمة ؟ مثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

مثال ٣

ترعى إحدى الجمعيات الخيرية سباق للدراجات لتمويل شراء أدوات مدرسية لبعض الطلاب من الأسر ذوي الدخل المحدود . فإذا كان صندوق الأدوات المدرسية يكلف ١٠ ريالات .أوجد باستخدام المتباينات ، أعداد صناديق الأدوات التي يمكن شراؤها من قبل الجمعية إذا تمكنت من جمع ٢٠٠ ريال . مثل المتباينة بيانيا .

الحل

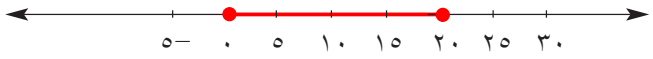
نفرض أن عدد الصناديق = س

∴ ١٠ × س ⩾ ٢٠٠

∴ س ⩾ ٢٠ لماذا؟

∴ أكبر عدد من الصناديق يمكن للجمعية شراؤه هو ٢٠ صندوقاً .

التمثيل على خط الأعداد :



لماذا لم نأخذ الأعداد الأصغر من الصفر ؟

تدريب ٣

قام صاحب إحدى ورش تصليح السيارات بشراء آلة لفحص السيارات بمبلغ ١٢٠٠ ريال ، وقرر أن يتقاضى مبلغ ٦ ريالات لفحص السيارة الواحدة . فما أقل عدد من السيارات يجب فحصه لتغطية تكلفة الشراء ، إذا علمت أن تكلفة فحص السيارة الواحدة لا يقل عن ريالين ؟ مثِّل مجموعة الحل بيانيا .

مثال ٤

مبرد سيارة (Radiator) يحتوي على ١٦ لتراً من المادة المبردة والماء ، فإذا علمت أن الخليط يحتوي على ٣٠ ٪ من المادة المبردة ، ٧٠ ٪ من الماء وكانت المواصفات تستدعي أن تكون نسبة المادة المبردة لا تقل عن ٥٠ ٪ فما كمية الخليط التي يجب سحبها لتحل محلها المادة المبردة لتكون وفقا للمواصفات .

الحل

افرض أن الكمية المسحوبة = س (من الخليط)

∴ $\frac{٣٠}{١٠٠}$ س مادة مبردة مفقودة

كمية المادة المبردة في الخليط يجب أن تكون ٨ لترات. لماذا ؟

∴ $\frac{٣٠}{١٠٠} \times ١٦ - \frac{٣٠}{١٠٠}$ س + س ⩽ ٨

٤,٨ + ٠,٧ س ⩽ ٨

٤٨ + ٧ س ⩽ ٨٠

٧ س ⩽ ٣٢

∴ س ⩽ $\frac{٤}{٧}$ ٤

ومنه $\frac{٤}{٧}$ ٤ ⩽ س ⩽ ١٦ لماذا ؟

∴ الكمية المسحوبة لا تقل عن $\frac{٤}{٧}$ ٤ لترا

تدريب ٤

يمتلك محمد قطعة أرض ، وأراد استغلال جزءاً من هذه القطعة لبناء منزل له على شكل مستطيل. فإذا كان عرض هذا الجزء يقل عن طوله بمقدار ١٠ أمتار ، فكيف يمكنه تحديد القيم الممكنة لطول هذا الجزء إذا كان محيطه لا يزيد عن ٦٠ مترا ؟

التمثيل البياني لمتباينة خطيه في متغيرين Graphing Linear Inequality in Two Variables

نشاط ١ رسم المتباينة الخطية

الأدوات : ورق رسم بياني ، أدوات هندسية ، ألوان .

الخطوات :

١) ارسم المعادلة ٢س + ٣ص = ٦

٢) حدد عدد الأجزاء التي ينقسم إليها المستوى والتي يوضحها بيان المعادلة.

٣) حدد عدد من النقاط في كل جزء من الأجزاء السابقة .

٤) أي النقاط تحقق كلاً مما يأتي :

٢س + ٣ ص = ٦ ، ٢ س + ٣ ص > ٦ ، ٢ س + ٣ ص < ٦ ؟

٥) في المستوى الإحداثي حدِّد الجزء الذي يمثل منطقة حل كل مما يأتي :

٢س + ٣ ص = ٦ ، ٢ س + ٣ ص > ٦ ، ٢ س + ٣ ص < ٦

تدريب ١

مثِّل المتباينة ٢س - ص ⩾ ٣ بيانيا .

أ) هل يكون المستقيم متقطعا أم متصلا ؟ ولماذا ؟

ب) ما هي أسهل نقطة يمكن اختيارها لتحديد منطقة الحل ؟وهل يمكن استخدامها دائما ؟ اذكر الحالات التي لا يمكن استخدامها.

١) المستقيم يقسم المستوى إلى ثلاثة أقسام : الخط نفسه ، المنطقة على يمين الخط والمنطقة على يسار الخط .

٢) إذا كان رمز التباين يتضمن المساواة (⩽ ، ⩾) فإننا نرسم المستقيم متصلا ، وإذا كان رمز التباين لا يتضمن المساواة (< ، >) فإننا نرسم المستقيم غير متصلٍ (متقطعاً) .

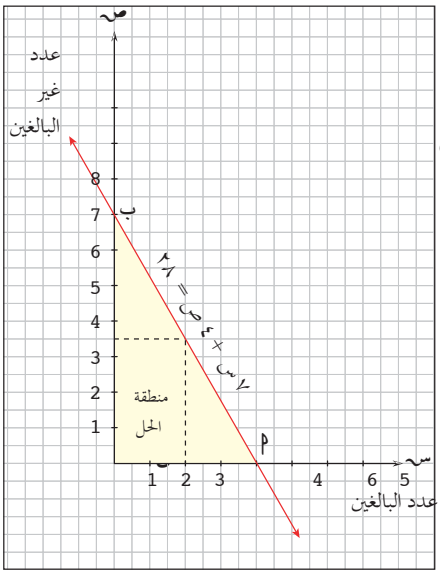
٣) إذا لم تكن نقطة الأصل واقعة على المستقيم ، فإنها تعد من أسهل النقاط لتحديد منطقة حل المتباينة المعطاة .

مثال ١

مصعد كهربائي طاقته الإستيعابية القصوى ٢٨٠ كجم . إذا كان متوسط وزن الشخص البالغ ٧٠ كجم ، ومتوسط وزن الشخص غير البالغ ٤٠ كجم .

أ) اكتب متباينة توضح عدد الأشخاص البالغين وعدد الأشخاص غير البالغين الذين يمكن أن يستخدموا المصعد معاً .

ب) مثِّل المتباينة بيانيا ، وحدد منطقة الحل .



الحل

أ) نفرض أن عدد البالغين = س ، عدد غير البالغين = ص

٧٠ س + ٤٠ ص ⩾ ٢٨٠

٧ س + ٤ ص ⩾ ٢٨

١) نرسم المستقيم ص = $\frac{٢٨ - ٧ س}{٤}$

س	٠	٢	٤
ص	٧	٣,٥	٠

٢) نحدد منطقة حل المتباينة باختيار نقطة ولتكن (٠ ، ٠) مثلا ، ومن ثم نعوض في المتباينة (٧ × ٠ + ٤ × ٠) ⩾ ٢٨

∴ (٠ ، ٠) ∋ مجموعة الحل .

∴ مجموعة حل المتباينة هي المنطقة المظللة . حيث أن أية نقطة على حدود أو داخل المنطقة المظللة يمكن أن تكون حلاً للمسألة . فعلى سبيل المثال إذا كان عدد البالغين شخصان فلا بد أن يكون عدد غير البالغين ٠ أو ١ أو ٢ أو ٣ . حيث (٧ × ٢ + ٤ × ٣ = ٢٦ < ٢٨) مثلاً . ولكن لا يصح أن يكون عدد غير البالغين أكبر من ٣ . مثلاً لا يصح أن يكونوا ٤ حيث (٧×٢+٤×٤ = ٣٠ < ٢٨).

خلاصة القول يمكننا أن نستنتج من الشكل ، أنه إذا كان جميع الركاب من البالغين فإنه بالإمكان أن يكونوا ٤ على الأكثر ، النقطة م .

أما إذا كان جميع الركاب من غير البالغين فإنه بالإمكان أن يكونوا ٧ على الأكثر، النقطة ب . أو أن يكونوا من النوعين وذلك بأخذ أية نقطة داخل المنطقة المظللة. أما إذا كان الهدف أن يحمل المصعد أكبر عدد من الركاب أو أكبر وزناً فإن هدفنا سيتحقق عند النقطة ب لا غيرها .

– في المثال السابق لماذا لم نأخذ القيم السالبة في الرسم ؟

تذكر :

إذا كانت النقطة لا تحقق المتباينة ، فإن مجموعة الحل تمثلها المنطقة الأخرى التي لا تقع فيها هذه النقطة .

مثال ٢

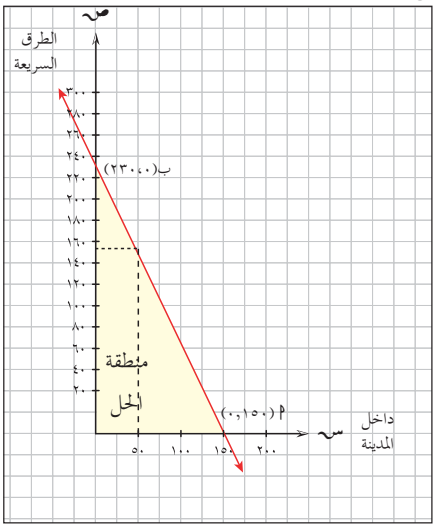
تستهلك دراجة لتراً واحداً كل ١٥ كم داخل المدينة و ٢٣ كم في الطرق السريعة . وكانت سعة خزان الوقود ١٠ لترات. أفرض أن س تمثل عدد الكيلومترات داخل المدينة ، ص عدد الكيلومترات في الطرق السريعة .

١) كم عدد الليترات التي تستهلكها الدراجة عند قطع مسافة س كم داخل المدينة؟

ص كم في الطرق السريعة ؟

٢) اكتب متباينة توضح عدد الليترات المستهلكة قبل إعادة ملء الخزان .

٣) مثل منطقة الحل بيانيا .



الحل

١) $\frac{\text{س}}{١٥}$ ، $\frac{\text{ص}}{٢٣}$

٢) $\frac{\text{س}}{١٥} + \frac{\text{ص}}{٢٣} \geqslant ١٠$

حيث من الرسم نلاحظ أنه إذا قطع مسافة ١٥٠ كم داخل المدينة فإنه لا يستطيع أن يقطع أية مسافة في الطرق السريعة لأنه سيستهلك العشرة الليترات كاملة ، وتمثل ذلك النقطة أ . وإذا قطع مسافة ٢٣٠كم في الطرق السريعة فإنه لا يستطيع أن يقطع أية مسافة داخل المدينة، وتمثل ذلك النقطة ب. وبطبيعة الحال يمكنه القيادة داخل المدينة وفي الطرق السريعة وذلك بأخذ أية نقطة على المستقيم.

فإذا افترضنا أنه قطع مسافة ٥٠ كم داخل المدينة فإنه يستطيع أن يقطع مسافة وقدرها ١٥٣كم تقريباً على الأكثر في الطرق السريعة .

تدريب ٢

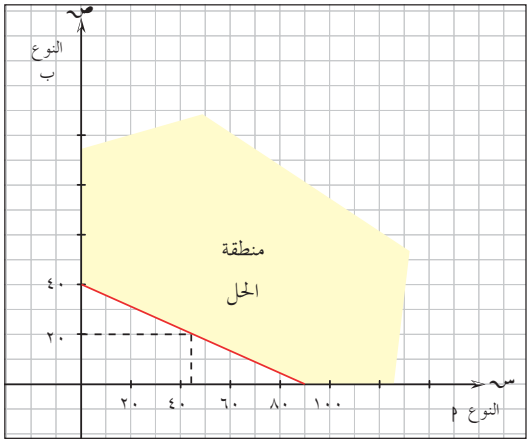
في المثال السابق ومن الرسم إذا قطع مسافة ٨٠ كم في الطرق السريعة . فما هي المسافة التي يستطيع أن يقطعها داخل المدينة ؟

تذكر

إذا كان المستقيم متصلاً فإن منطقة الحل تتضمن النقاط الواقعة على المستقيم ، أما إذا كان غير متصلاً (متقطعاً) فإن منطقة الحل لا تتضمن تلك النقاط .

مثال ٣

رأت أم أن طفلها يجب أن يحصل على ٣٦٠ سعراً حرارياً على الأقل من الأطعمة التي يشتمل عليها إفطاره . حيث يستطيع أن يختار أحد نوعين (أ ، ب) من الأطعمة أو أن يأكل مخلوطا مكونا من النوعين معا . حيث يحتوي الجرام الواحد من النوع (أ) على ٤ سعرات حرارية ، ويحتوي الجرام الواحد من النوع (ب) على ٩ سعرات حرارية. أوجد القيم الممكنة للمقدارين ومثلها بيانيا .



الحل

افرض أن عدد الجرامات من النوع الأول هي س

وعدد الجرامات من النوع الثاني هي ص

$\therefore$ ٤ س + ٩ ص $\geqslant$ ٣٦٠

من الرسم نلاحظ أنه فيما إذا تناول الطفل نوع واحد فقط فإن أقل كمية عليه أن يتناولها من النوع الأول تساوي ٩٠ جراماً ، وأقل كمية من النوع الثاني تساوي ٤٠ جراماً وذلك ليحصل على الكمية المطلوبة وهي ٣٦٠ سعراً على الأقل . فيما إذا تناول على سبيل المثال ٤٥ جراماً من النوع الأول فإن عليه أن يتناول ٢٠ جراماً على الأقل من النوع الثاني .

سؤال

ماذا لو تناول ٣٠ جراماً من النوع الثاني . فما هي أقل كمية يجب عليه أن يتناولها من النوع الأول ؟

تدريب ٣

افرض أن لديك أقل من ٥٠٠ بيسة من القطع المعدنية فئة ٥٠ بيسة ، ٢٥ بيسة .

أ) اكتب متباينة تصف هذه الحالة .

ب) مثِّل منطقة الحل بيانياً .

جـ) إذا كان لديك ٥ قطع معدنية من فئة ٥٠ بيسة .

فكم يكون عدد القطع من فئة ٢٥ بيسة ؟

تمارين ومسائل ١

١) في كل مما يأتي أوجد مجموعة الحل ومثلها على خط الأعداد :

أ) ٢ س + ٤ > ٥ س − ٦

ب) ٧ > ٥ س + ٢ ⩾ ١٢

٢) مثِّل بيانياً مجموعة حل كل من المتباينات الآتية بيانيا :

أ) ٢ س − ص > ٤

ب) ٤ س + ٣ ص ⩾ ١٢

٣) يعمل ناصر طباعاً في إحدى الشركات ، ويستخدم مقاسين من الورق. فإذا كانت الصفحة من المقاس الأول تستغرق ١٢ دقيقة لطباعتها ، والصفحة من المقاس الثاني تستغرق ١٠ دقائق:

أ) اكتب متباينة تصف عدد الصفحات من كل نوع التي يمكن لناصر أن يطبعها في غضون ساعة أو أقل .

ب) مثِّل المتباينة بيانيا وحدد منطقة الحل .

٤) طلبت منى من أختها أن تعمل لها مفرشاً لتضعه فوق طاولتها في المدرسة ، وكانت تعلم أن طول الطاولة ٦٠ سم ومحيطها ١٨٠ سم على الأكثر ، ولكنها نسيت عرض الطاولة . باستخدام المتباينات ما أكبر عرض ممكن للطاولة كي تتمكن أختها من عمل المفرش ؟ مثِّل بيانيا .

٥) لدى يوسف شاحنة صغيرة لا تستطيع أن تحمل أكثر من ١٥٠٠ كجم مع السائق و الركاب، وأراد أن ينقل عدة صناديق وزن كل صندوق ٤٠ كجم بالإضافة إلى صندوق آخر وزنه ٧٠ كجم . وكان وزن يوسف ٨٠ كجم . أكتب متباينة توضح هذه الحالة . ما أكبر عدد ممكن من الصناديق يستطيع أن ينقلها يوسف مرة واحدة؟

٦) نظم طلاب الصف الحادي عشر رحلة إلى أحد المواقع السياحية ، وكانت تكلفة الرحلة ٢٠٠ ريال عماني على الأقل ، وقد تقرر أن يدفع كل طالب من طلاب الصف ممن يرغب في المشاركة ٠,٧٠٠ بيسة ، وكل طالب من خارج الصف ١,٥٠٠ ريال. فإذا شارك ١٥٠ طالباً من طلاب الصف . باستخدام المتباينات ما عدد الطلاب من خارج الصف يجب أن يشارك لتغطية نفقات الرحلة ؟

التمثيل البياني لمجموعة حل نظام من المتباينات الخطية
Graphing a System of Inequalities

نشاط ٢ (تحديد منطقة حل نظام من المتباينات الخطية)

الأدوات : شفافيات (مرسوم عليها المحاور الإحداثية) ، مسطرة ، ألوان (أو أقلام شفافيات) .

الخطوات :

١) اختر أي ثلاث متباينات خطيه في متغيرين .

٢) على كل شفافية ارسم إحدى المتباينات وظلل منطقة الحل الخاصة بها بلون يختلف عن المتباينتين الأخريين.

٣) ضع الشفافيات الثلاث فوق بعض بحيث تنطبق المحاور على بعضها.

٤) هل حددت هذه المتباينات منطقة فيما بينها ؟

إذا حددت منطقة فاختر عدة نقاط بعضها ينتمي وبعضها لا ينتمي لهذه المنطقة . ماذا تلاحظ؟

٥) ماذا نسمي هذه المنطقة المشتركة ؟

نتيجة :

مجموعة حل نظام من المتباينات الخطية يمثلها المنطقة (المظللة) المشتركة بين هذه المتباينات إن وجدت.

تدريب ١

مثِّل بيانيا مجموعة حل المتباينات :

١) س $\geq$ ٠ ، ص $\geq$ ٠ .

٢) ٣ س $-$ ٢ص $\geq$ ٦ ، س + ٢ ص $\geq$ ٤ ، ١٢ ص + س $\leq -$ ٦

مثال ١

أراد مزارع إضافة ٢٠٠ شجرة على الأكثر من أشجار البرتقال والليمون إلى مزرعته . فإذا كانت شجرة البرتقال الواحدة تكلف ٣ ريالات ، وشجرة الليمون الواحدة تكلف ريالين . وكان قد رصد ٤٢٠ ريالاً عمانياً لشراء كلا النوعين . فاكتب نظام متباينات تمثل هذه الحالة ، وحدد منطقة الحل بيانيا .

الحل

نفرض أن عدد أشجار البرتقال = س

وعدد أشجار الليمون = ص

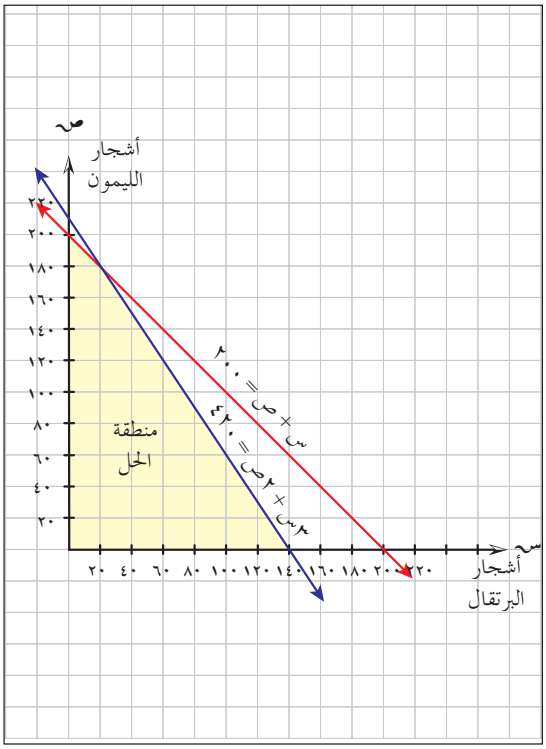
س + ص ⩾ ٢٠٠ لماذا ؟

٣ س + ٢ ص ⩾ ٤٢٠ لماذا ؟

أولاً : نرسم المستقيم س + ص = ٢٠٠ :

ص = ٢٠٠ − س

س	١٠٠	١٥٠	٢٠٠
ص	١٠٠	٥٠	٠



ثم نحدد منطقة الحل على الرسم . كيف يتم ذلك ؟

ثانيا : نرسم المستقيم ٣ س + ٢ ص = ٤٢٠

$$ص = \frac{٤٢٠ - ٣ س}{٢}$$

س	١٠٠	١٢٠	١٤٠
ص	٦٠	٣٠	٠

ثم نحدد منطقة الحل .

ثالثا : منطقة الحل هي المنطقة المشتركة . تحقق من ذلك ؟

سؤال : في أولا وثانيا ظللنا المنطقة الواقعة في الربع الأول فقط . لماذا ؟

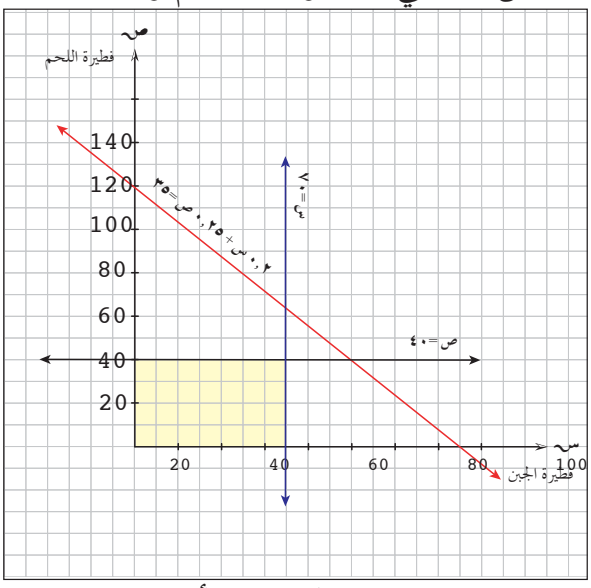
مثال ٢

أراد طلاب الصف الحادي عشر تنظيم حفلة بمناسبة عيد المعلم ، وقد اتفقوا أن يوفروا نوعين من الأطعمة : فطائر جبن وفطائر لحم . وكانت كل فطيرة جبن قيمتها ٢٠٠ بيسة ، وكل فطيرة لحم ٢٥٠ بيسة . كما اتفقوا أن يكون لكل مدعو فطيرتي جبن وفطيرة لحم واحدة .فإذا كان عدد المدعوين لا يزيد عن ٣٥ شخصاً ، والمبلغ المتوفر ٣٠ ريالا . اكتب نظام متباينات يوضح عدد الفطائر من كل نوع . ثم مثلها بيانيا .

الحل

نفرض أن عدد فطائر الجبن = س ، عدد فطائر اللحم = ص

عدد الأشخاص لا يزيد عن ٣٥ شخصاً ، ولكل شخص فطيرتي جبن وفطيرة لحم واحدة :



∴ س ⩾ ٢ × ٣٥ ⟸ س ⩾ ٧٠ ،

ص ⩾ ١ × ٣٥ ⟸ ص ⩾ ٣٥

ثمن فطيرة الجبن = ٠,٢ ريال ،

وثمن فطيرة اللحم = ٠,٢٥ ريال :

∴ ٠,٢ س + ٠,٢٥ ص ⩾ ٣٠

منطقة الحل هي المنطقة المظللة .

تدريب ٢

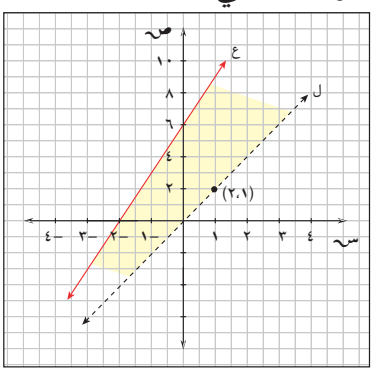
مجموع عددين موجبين أصغر من ٥٠ وأكبر من ٢٥ . باستخدام المتباينات أوجد كل القيم الممكنة لهذين العددين .

مثال ٣

اكتب نظام المتباينات الموضح منطقة حله في الشكل المقابل .

الحل

معادلة الخط المستقيم الذي ميله م ويقطع جزءا من محور الصادات طوله جـ هي :



ص = م س + جـ

أولاً : المستقيم ل :

$$م = \frac{٢ - ٠}{١ - ٠} = ٢ \text{ ، جـ} = ٠$$

∴ معادلة المستقيم ل هي : ص = ٢س أو ص − ٢س = ٠

لإيجاد المتباينة نأخذ أي نقطة واقعة في المنطقة المظللة ولتكن (− ١ ، ٠) ثم نعوض في المعادلة :

٠ − ٢ × − ١ = ٢ > ٠ ⟸ ص − ٢س > ٠

ثانياً: المستقيم ع :

معادلة المستقيم ع هي :

ص = ٣س + ٦ (لماذا ؟)

ومنها ص − ٣س = ٦

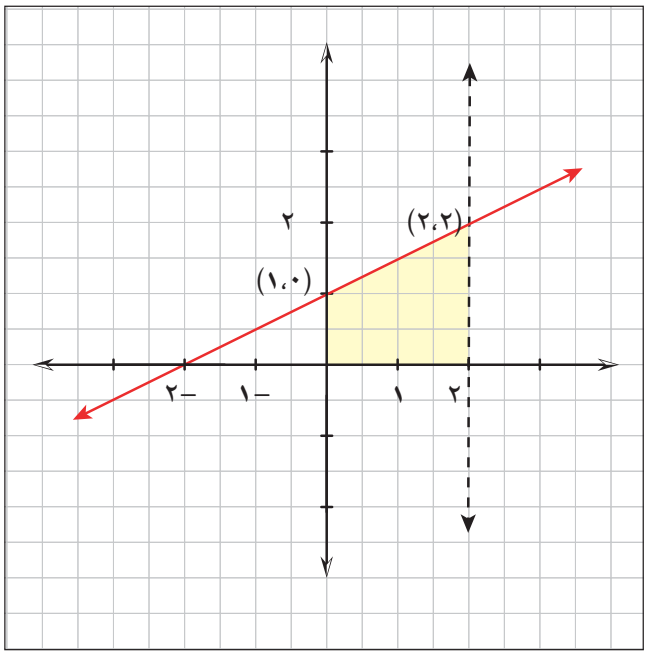
وبأخذ النقطة (− ١ ، ١) مثلا :

١ − ٣ × −١ = ٤ < ٦ ⟸ ص − ٣س ⩾ ٦

لاحظ أن المتباينة الأولى لا تتضمن إشارة المساواة ((=)) وذلك لأن المستقيم ليس متصلا (متقطعا) ، بينما المتباينة الثانية تتضمن تلك الإشارة وذلك لكون المستقيم متصلا .

تدريب ٣

اكتب نظام المتباينات الموضح منطقة حله في الشكل المقابل .



تمارين ومسائل ٢

١) أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينتين الآتيتين :-

ص + ٣ س ⩽ ٢ ، ص – س > – ٢

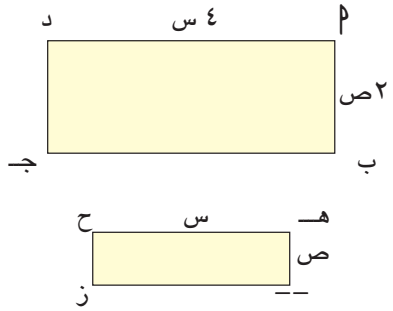
ثم بيِّن أي النقطتين أ (١ ، ٢) ، ب (٢ ، – ١) تنتمي إلى منطقة الحل .

٢) مثِّل بيانياً مجموعة الحل لنظام المتباينات :

أ) س ⩽ ١ ، ص ⩽ ٢ ، ص + ٢ س > ٨

ب) س ⩽ ١ ، س ⩾ ٣ ، ص ⩽ ١ ، ص ⩾ ٤

٣) اعتمد على الشكلين التاليين واكتب متباينتين تعبر عن محيط كل منهما . إذا كان محيط الشكل الأول ٢٨ سم على الأقل ، ومحيط الشكل الثاني ١٨ سم على الأكثر . ثم مثل منطقة الحل بيانيا .



٤) في دوري لكرة القدم . يحصل الفريق على ٣ نقاط عند الفوز ، ونقطة واحدة عند التعادل. فإذا حصل فريق على ١٥ نقطة على الأكثر من ٥ مباريات على الأقل . فاكتب نظام متباينات توضح هذه الحالة ، ثم مثل الحل بيانيا .(علماً بأن الفريق لم يخسر أية مباراة) .

٥) أراد صاحب مطعم تغيير بعض أثاث مطعمه . وقد رصد لذلك ١٠٠٠ ريال . فإذا كانت كل طاولة تكلف ٢٠ ريالا ، وكل كرسي ٥ ريالات ، وكان عليه وضع ٤ كراسي على الأكثر لكل طاولة . اكتب نظام متباينات يوضح ذلك ، ثم مثل منطقة الحل بيانيا .

٦) يعمل محمد في إحدى الشركات براتب ضعيف ، وكان عليه قسطاً شهريا في أحد البنوك مقداره ٦٠ ريالاً . لذلك قرر العمل خارج ساعات العمل الرسمي ليفي بالدين الذي عليه. وقد وجد عرضين أحدهما يمنحه ريالين عن كل ساعة والآخر ٣ ريالات عن كل ساعة . وقد قرر العمل في العرضين لأن أوقاتهما مختلفة بحيث لا يعمل أكثر من ٤٠ ساعة شهرياً . أجب عما يأتي :

أ) اكتب نظام متباينات توضح هذه الحالة . ثم مثلها بيانياً .

ب) إذا عمل محمد ١٥ ساعة في العمل الأول ، فما أقل عدد من الساعات التي يجب عليه أن يعملها في العمل الثاني ؟

البرمجة الخطية The Linear Programming

هناك العديد من الطرق والأساليب العديدة التي تساعد أي إدارة على اتخاذ القرارات. ومن هذه الأساليب **البرمجة الخطية** The Linear Programming ، والتي تعتبر جزءاً أساسياً من مسائل التفضيل . وقد عرفت مسائل التفضيل منذ أكثر من قرن ونصف ، وطبقت في مجالات عديدة كالعلوم الاقتصادية والفيزيائية والهندسية والزراعية والتجارية ... وغير ذلك من المجالات.

وفي بداية الثلاثينات من القرن الماضي تم ابتكار نوع جديد من مسائل التفضيل عرفت بمسائل البرمجة . حيث تتضمن عدة موارد (قوة بشرية ، قوة مالية ، مواد أولية ، مواد خام ، مساحات أرضية ، أجهزة ، مكائن ... الخ) تشترك فيما بينها في إنتاج سلعة معينة أو تقديم خدمة ما . حيث يمكن تكوين مسألة حسابية ، وذلك لإيجاد أفضل تخصيص أو توظيف لهذه الموارد ولكن تحت شروط معينة لجميع أو بعض تلك الموارد وذلك لتحقيق هدف معين . وتحتاج مسائل البرمجة لدالة معينة تسمى " **دالة الهدف** **Target function** " حيث الهدف في الأساس هو تكبير المنفعة (الفائدة) أو تقليل التكلفة (الخسائر) . وعندما تكون العلاقات بين المتغيرات في دالة الهدف أو الشروط خطية فإن مسألة البرمجة في هذه الحالة تسمى بمسألة " **البرمجة الخطية** **The Linear Programming** " مما سبق نستنتج أن مسألة " البرمجة الخطية" تحتوي على تعابير رياضية معينة ، أحدها **دالة الهدف** (هـ = ﺃ س + ب ص) ، وباقي التعابير هي **الشروط** ، أو ما يسمى بالمقيدات ، والتي سنستخدم المتباينات في كتابتها . وبالتالي فإن مسألة البرمجة الخطية تهدف إلى إيجاد أفضل حل لدالة الهدف بشرط التوافق مع الشروط .

مثال ١

مصور فوتوغرافي يبيع الصورة ذات الحجم ١٥ سم × ٢٥ سم بـ ٧ ريالات ، والصورة ذات الحجم ١٨ سم × ٣٠ سم بـ ١٠ ريالات . ويريد أن يجعل العائد أكبر ما يمكن .

أ) ما هدف المصور ؟

ب) ما دالة الهدف ؟

الحل

أ) الهدف هو جعل العائد أو الربح أكبر ما يمكن .

ب) نفرض أن س = عدد الصور من النوع الأول .

ص = عدد الصور من النوع الثاني .

دالة الهدف هي (هـ = ٧ س + ١٠ ص) .

تدريب ١

تعمل ريم في محل لبيع الزهور ، وقامت بعمل تشكيلة جديدة من الزهور ، بحيث تكون تكلفة السلة الفارغة ريالين ، وتكلفة حزمة الزهور الواحدة ٣ ريالات . وتريد أن تجعل التكلفة أقل ما يمكن .

أ) ما هدف ريم ؟ ب) ما دالة الهدف ؟

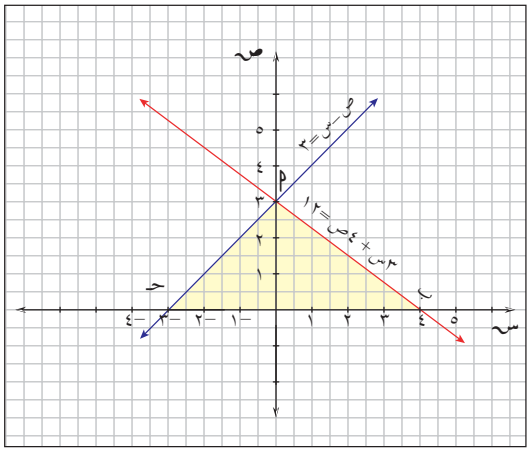
مثال ٢

مثِّل بيانيا حل المتباينات التالية :

ص ⩾ ٠ ، ٤ ص + ٣ س ⩾ ١٢ ، ص − س ⩾ ٣ .

ثم أوجد أكبر وأصغر قيمة للدالة (هـ = ٢س + ص) حيث (س ، ص) تحقق كل المتباينات آنياً. ماذا نسمي الدالة (هـ = ٢س + ص) ؟

الحل



أ) نرسم المستقيم ص = ٠ . ماذا يسمى هذا المستقيم؟

ب) نرسم المستقيم ٣ س + ٤ ص = ١٢

جـ) نرسم المستقيم ص − س = ٣

د) نحدد المنطقة المشتركة التي تمثل حل المتباينات الثلاث . كيف يتم ذلك ؟

لاحظ أن المستقيمات المرسومة كلها متصلة . لماذا ؟

بالنظر إلى الشكل نجد أن منطقة الحل تحصرها المنطقة المثلثة أ ب جـ .
لاحظ أن النقطة أ لها أكبر إحداثي صادي في الشكل أ ب جـ . ماذا بالنسبة للنقطتين ب ، جـ؟
لإيجاد أكبر واصغر قيمة للدالة (هـ = ٢ س + ص) التي تحقق كل المتباينات ، علينا أن نحدد إحداثيات رؤوس المنطقة أ ب جـ ثم نكون الجدول الآتي :

النقطة	س	ص	٢ س + ص
أ	٠	٣	٣
ب	٤	٠	٨
جـ	− ٣	٠	− ٦

من الجدول نجد أن أكبر قيمة للدالة (هـ = ٢ س + ص) تساوي ٨ عند النقطة ب ، واقل قيمة تساوي − ٦ عند النقطة جـ.
تسمى الدالة (هـ = ٢س + ص) بدالة الهدف .

ملاحظة

لإيجاد أكبر قيمة أو أقل قيمة لدالة الهدف ، علينا أولاً إيجاد جميع رؤوس المنطقة المشتركة للمتباينات الخاصة بدالة الهدف ، ثم التعويض عن قيم س و ص في الدالة.

تدريب ٢

أوجد أكبر قيمة وأصغر قيمة للدالة (هـ = ٣ س + ٢ ص) وذلك تحت الشروط الآتية:
س ⩾ ٠ ، ص ⩾ ٠ ، س + ٢ ص ⩾ ٤ ، س - ص ⩾ ١ .

مثال ٣

يعمل أحمد و ناصر في مصنع . حيث يعملان على ماكينة لإنتاج بطاريات الكهرباء ، فإذا كان أحمد ينتج بطارية واحدة في الساعة ، بينما ناصر ينتج بطاريتين في الساعة ، وكانت الماكينة لا لابد أن تعمل ٧ ساعات على الأقل يومياً لإنتاج ٨ بطاريات على الأقل يومياً ، لتعوض تكلفتها الهائلة . فأوجد أقل أجر يومي يدفع للعاملين إذا كان أحمد يمنح ريال واحد عن الساعة ، بينما

يمنح ناصر ريالين عن الساعة . وكم سيكون العائد عندئذٍ إذا كان ربح المصنع في كل بطارية ينتجها أحمد ١٠ ريالات ، وكل بطارية ينتجها ناصر ٨ ريالات ؟

الحل

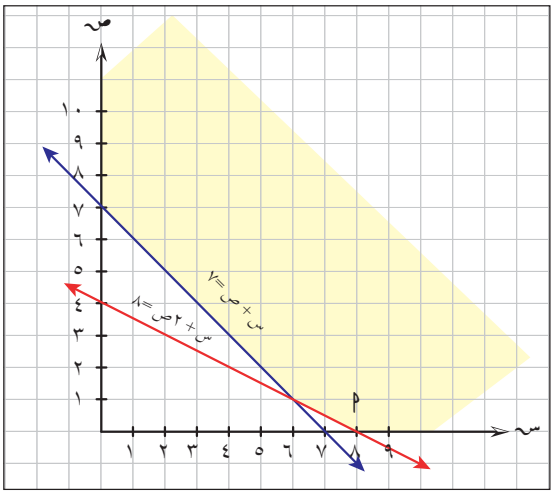
لحل هذا المثال علينا استخدام ما تعلمناه سابقا عن حل المتباينات ، وذلك عن طريق القيام بالخطوات الآتية :

١) نكتب الشروط الواردة في الجدول .

٢) نستعين بالجدول لتكوين المتباينات التي تحقق الشروط بالإضافة إلى كتابة دالة الهدف .

نفرض أن أحمد يعمل س ساعة ، ناصر يعمل ص ساعة . يمكننا أن نكتب الشروط المعطاة في الجدول الآتي :

العامل	الساعات	الإنتاج في الساعة الواحدة	الأجر بالريال العماني / ساعة
أحمد	س	س بطارية	١ × س
ناصر	ص	٢ ص بطارية	٢ × ص
المجموع			س + ٢ ص



كلاً من س ، ص تمثل ساعات العمل :

∴ س ⩾ ٠ ، ص ⩾ ٠ لماذا؟

الآلة لابد أن تعمل ٧ ساعات على الأقل :

∴ س + ص ⩾ ٧

لابد من إنتاج ٨ بطاريات يوميا على الأقل :

∴ س + ٢ ص ⩾ ٨

دالة الهدف هـ = س + ٢ ص أقل ما يمكن .

نمثل المتباينات كما هو موضح بالشكل المقابل .

منطقة الحل هي المنطقة المظللة في الشكل وتحدها النقاط ا (٨،٠) ، ب (٦،١) ، جـ (٠، ٧) .

في هذه النقاط كل إحداثي سيني يمثل عدد ساعات عمل أحمد ، وكل إحداثي صادي يمثل

عدد ساعات عمل ناصر . وسنحدد للمصنع من الجدول الآتي كيفية توزيع الساعات لتحقيق أقل أجر يومي :

النقطة	س	ص	الأجر= س +٢ص	العائد=س×١×١٠+ص×٢×٨−الأجر
أ	٨	٠	٨	٧٢
ب	٦	١	٨	٦٨
جـ	٠	٧	١٤	٩٨

أقل أجر يومي يعطى للعاملين هو ٨ ريالات ، بحيث على أحمد أن يعمل ٦ ساعات ، وعلى ناصر أن يعمل ساعة واحدة.(ما هو الحل الآخر الممكن ؟)

عندئذٍ سيكون أكبر عائد هو :

٧٢ ريالاً وذلك عندما يعمل أحمد ٨ ساعات ولا يعمل ناصر أي ساعة (وفي هذه الحالة بإمكان المصنع تكليف ناصر للقيام بعمل آخر) .

لاحظ أننا إستبعدنا القيمة ٩٨ لأنها ليست من ضمن المطلوب .

تدريب ٣

يمتلك مزارع مزرعة مساحتها ١٤ فداناً يريد تنويع زراعتها بين الطماطم والبطاطا. فإذا كان فدان البطاطا يكلف ١٠٠ ريال عماني لزراعته ويحقق دخلا مقداره (١٧٥) ريالا ، بينما فدان الطماطم يكلف ٢٠٠ ريال عماني لزراعته ويحقق دخلاً قدره (٣٠٠) ريال عماني. كم فداناً يزرعها المزارع من كل نوع ليحقق أكبر دخل ممكن علماً بأن المزارع رصد ٢٠٠٠ ريال عماني لمقابلة جميع التكاليف الزراعية ؟

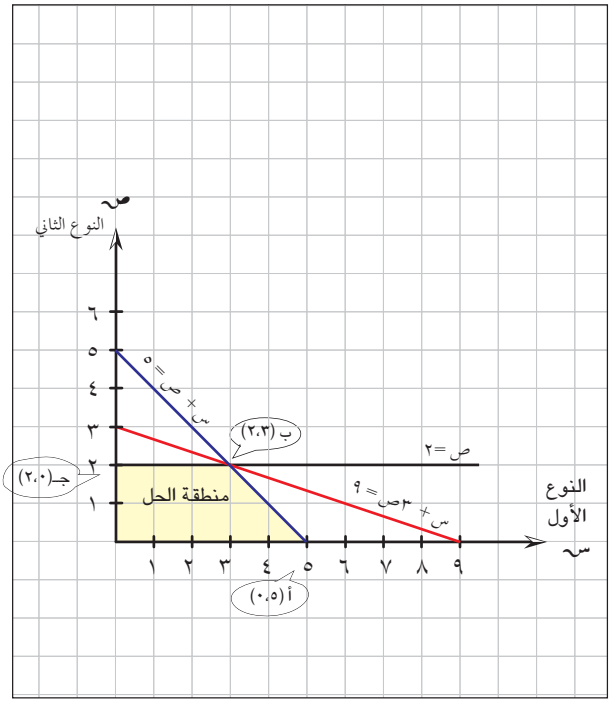
مثال ٤

ينتج خياط نوعين من ملابس الأطفال ذات ألوان مختلفة : ألوان كل نوع ، ومساحة الأقمشة بالأمتار المربعة المتوفرة لكل لون ، والعائد من كل نوع يوضحها الجدول الآتي :

النوع / اللون	أزرق	العدد	أحمر	أبيض	العائد
الأول	٢	س	٠	١	٤ ر.ع
الثاني	٢	ص	٦	٣	٥ ر.ع
المجموع	١٠		١٢	٩	٤س +٥ص

ما هي الأعداد المنتجة من كل نوع لتحقيق أكبر عائد ؟

الحل



– لأحظ أن كلاً من س ، ص موجب : لماذا ؟

∴ س ⩾ ٠ ، ص ⩾ ٠

– مجموع ما يلزمنا من القماش الأزرق في إنتاج النوعين هو :

مترين مربعين لكل نوع ، والكمية المتوفرة هي ١٠ أمتار مربعة :

∴ ٢س+ ٢ص ⩽ ١٠ ⟸ س + ص ⩽ ٥

– بالنسبة للقماش الأحمر :

٦ ص ⩽ ١٢ ⟸ ص ⩽ ٢

– بالنسبة للقماش الأبيض :

س + ٣ ص ⩽ ٩

– دالة الهدف (العائد) هـ = ٤ س + ٥ ص (المطلوب جعل العائد أكبر ما يمكن) .

– نرسم نظام المتباينات كما هو موضح بالشكل .

– من الشكل يتضح أن منطقة الحل هي المنطقة المظللة أ ب جـ .

حيث أ (٥ ، ٠) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ (٠ ، ٢) .

النقطة	س	ص	العائد = ٤ س + ٥ ص
أ	٥	٠	٢٠
ب	٣	٢	٢٢
جـ	٠	٢	١٠

– من الجدول أكبر عائد يتحقق عند النقطة ب (عند إنتاج ٣ أشكال من النوع الأول ، و ٢ من النوع الثاني ، والتي عندها يكون العائد ٢٢ ريالاً) .

تدريب ٤

شركة طيران تريد ترحيل ١٠٠٠ مسافر وتملك الشركة نوعين من الطائرات. النوع الأول يحمل ١٠٠ راكب ويكلف ٨٠٠٠ ريال للرحلة الواحدة وتحتاج الطائرة ٦ مشرفين على الرحلة. بينما النوع الثاني من الطائرات يحمل ٢٠٠ راكب ويكلف ٢٠٠٠٠ ريال وتحتاج الرحلة ٨ مشرفين. كم طائرة من كل نوع تستخدم الشركة لتكون التكلفة أقل ما يمكن علماً بأن عدد المشرفين على الرحلات بالشركة ٤٨ مشرفا؟

مثال ٥

يمتلك خياط ١٠ أمتار مربعة من المواد القطنية ، ٦ أمتار مربعة من المواد الحريرية . يريد الخياط عمل نوعين من الملابس من المواد المتوفرة لديه . النوع الأول من الملابس يحتاج إلى متر مربع من القطن ومتر مربع من الحرير ، ويحقق ربحاً قدره ٣ ريالات . بينما النوع الثاني يحتاج إلى ٢ متر مربع من القطن و متر مربع من الحرير ، ويحقق ربحاً قدره ٤ ريالات .

مستعيناً بالجدول أدناه أكتب أربع متباينات ومثلها هندسياً وأوجد كم ينتج الخياط من كل نوع ليحقق أكبر ربح ممكن .

النوع	العدد	قطن	حرير	ربح
الأول	س	١	١	٣ س
الثاني	ص	٢	١	٤ ص
المجموع		١٠	٦	٣ س + ٤ ص

الحل

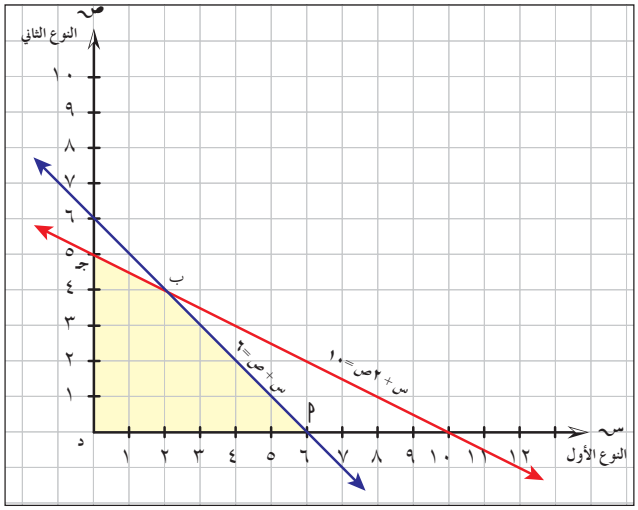
(١) س ⩾ ٠

(٢) ص ⩾ ٠

(٣) س + ٢ ص ⩽ ١٠ لماذا ؟

(٤) س + ص ⩽ ٦ لماذا ؟

دالة الهدف (الربح) = ٣ س + ٤ ص .



من الشكل :

النقطة	س	ص	الربح = ٣ س + ٤ ص
أ	٦	٠	١٨
ب	٢	٤	٢٢
جـ	٠	٥	٢٠
د	٠	٠	٠

من الجدول :

أكبر ربح يساوي ٢٢ ريالاً ، وذلك عندما ينتج ٢ من النوع الأول ، و ٤ من النوع الثاني .

تدريب ٥

مصنع أثاث ينتج خزانات وطاولات . كل خزانة تحتاج لساعة عمل آلي وساعة عمل يدوي ، وكل طاولة تحتاج إلى ساعة عمل آلي وساعتين عمل يدوي ، وكانت الآلات تعمل في المصنع ١٦٠ ساعة أسبوعيا ، ويتوفر لدى المصنع ٢٤٠ ساعة عمل يدوي . فإذا علم أن المصنع يحقق ربحاً قدره ٥ ريالات عن كل طاولة ينتجها ، و ٧ ريالات عن كل خزانة ينتجها . مستعيناً بالجدول أدناه أكتب أربع متباينات تحقق شروط الإنتاج ومثلها هندسياً . كم خزانة وطاولة ينتجها المصنع ليحقق أكبر ربح ممكن ؟

النوع	العدد المنتج	عمل آلي	عمل يدوي	ربح
خزانة	س	١	١	٧ ر.ع
طاولة	ص	١	٢	٥ ر.ع
المجموع		١٦٠	٢٤٠	٧س + ٥ص

تمارين ومسائل ٣

١) أوجد أكبر وأصغر قيمة لدالة الهدف (ع = ٤ س + ٢ ص) والتي تحقق المتباينات :

س ⩾ ٠ ، ص ⩾ ٠ ، ٥ ص + ٦ س ⩽ ٣٠ ، ٣ س + ٢ ص ⩽ ٦

٢) يمتلك هلال محلاً لبيع أجهزة حاسوب منزلية ،

وحاول أن يحدد الكمية التي سيطلبها من كل

نوع من نوعين قرر شراءها ليوفرها لزبائنه . بحيث :

أ) النوع الأول تكلفته ١٠٠ ريال ، ويحقق ربحا مقداره ٤٥ ريالاً .

ب) النوع الثاني تكلفته ٢٠٠ ريال ويحقق ربحا قدره ٥٥ ريالاً .

فإذا رصد مبلغ ١٠٠٠٠ ريال لشراء كلا النوعين . بحيث لا تزيد مبيعاته عن ١٢٠ جهازاً .

استخدم البرمجة الخطية لإيجاد الكمية التي سيطلبها من كل نوع ليحقق أعلى ربح ممكن.

٣) مصنع لبيع العطور ينتج نوعين من العطور ، فإذا أراد تحديد الكمية التي سينتجها من كلا النوعين ، بحيث لا تزيد الكمية المنتجة من كلا النوعين عن ٢٠٠٠ زجاجة ، وأن لا تزيد تكلفة الإنتاج عن ٦٠٠٠ ريال . باستخدام الجدول أدناه وباستخدام المتباينات أوجد عدد الزجاجات التي يستطيع المصنع إنتاجها لتحقيق أكبر ربح ممكن من كلا النوعين .

النوع	العدد	السعة	التكلفة (بالريال)	الربح (بالريال)
الأول	س	٥٠ مل	٣ ر.ع	٤ ر.ع
الثاني	ص	٧٥ مل	٤ ر.ع	٥ ر.ع

٤) مصنع أسمدة يرغب في إنتاج نوع خاص من الأسمدة وذلك عن طريق خلط نوعين من الأسمدة أ ، ب . وبحيث يحتوي الكيلوجرام من السماد على ٣٦ وحدة على الأقل فوسفات و ٢٤ وحدة على الأقل نترات و ٣٠ وحدة على الأقل أمونيا . فإذا كانت مواصفات النوعين أ، ب كمافي الجدول وتكلفة الكيلوجرام الواحد من النوع الأول ٠,٤٠٠ ريال ، والنوع الثاني ٠,٦٠٠ ريال .

النوع	العدد	فوسفات وحدات /كيلو جرام	نيترات وحدات /كيلو جرام	أمونيا وحدات /كيلو جرام
الأول	س	٦	٣	٣
الثاني	ص	٤	٤	١٠

أ) اكتب دالة الهدف .

ب) اكتب نظام متباينات توضح هذه الحالة ، ثم مثلها بيانيا .

جـ) كم عدد الوحدات من كلا النوعين التي يفترض على المصنع استخدامها لتحقيق أقل تكلفة؟

تمارين ومسائل عامة

١) مثِّل النظام الآتي بيانيا :

ص > س ، ص < ٣ س ، ص > ٢ ، س > − ١ ، مع تظليل منطقة الحل ، ثم اذكر ثلاثة أزواج مرتبة تنتمي لمجموعة الحل .

٢) أراد أحمد شراء عدد من أقلام الرصاص ، وعدد من أقلام الحبر . فإذا كان ثمن قلم الرصاص الواحد ٢٠٠ بيسة ، وثمن قلم الحبر الواحد ٦٠٠ بيسة . وكان ما مع أحمد لا يتعدى ٣ ريالات. كم قلماً من كل نوع من النوعين يمكن لأحمد شراؤها ؟ وضح ذلك بيانياً.

٣) طلب طبيب من أحد مرضاه اتباع حمية غذائية معينة . فوصف له أن تحتوي كل وجبة يتناولها على ٥٥ جم على الأكثر من البروتينات و ١٢٥ ملجم على الاكثر من فيتامين سي (C). فإذا تناول هذا المريض في إحدى وجباته شريحة لحم مشوي بالإضافة إلى قرنبيط (نبات الزهرة). بالاستعانه بالجدول أدناه وضح بيانيا المنطقة التي تحددعدد الجرامات من اللحم ومن القرنبيط التي يجب على المريض تناولها ليحقق ما وصف له الطبيب .

الطعام	بروتينات	فيتامين سي
شريحة اللحم	٢٣٥ مجم	٠ مجم
القرنبيط	٣٣ مجم	$\frac{٢}{٣}$ مجم

٤) يحتفظ بمخزن لبيع العطور بثلاثمائة زجاجة على الأقل من الحجم (أ) وأربعمائة زجاجة على الأقل من الحجم (ب) . قرر مدير المخزن أن لا يتعدى العدد الكلي للزجاجات المخزونة من ألف ومائتين زجاجة . أوجد الأعداد الممكنة تخزينها من نوعي الزجاجات ، وضح ذلك برسم بيان هذه العلاقة .

٥) الجدول الآتي يوضح عدد الوحدات من فيتامين سي (C) لنوعين من الأطعمة .

النوع	عدد الوحدات
أ	١٠٠
ب	٧٥

أ) فإذا أراد أحد الأشخاص أن يتناول من النوعين (أ، ب) على الأقل ٤٥٠ وحدة من الفيتامين. فما المتباينة التي توضح ذلك؟

ب) مثل مجموعة حل المتباينة بيانيا .

٦) يقوم كهربائي بتركيب أجهزة إنذار ضد الحريق ثم يقوم بشرح طريقة عملها. يوجد نوعان من أجهزة الإنذار ، النوع الأول يحتاج لساعة واحدة لتركيبه وربع ساعة لشرح طريقة عمله، والنوع الثاني يحتاج لساعتين لتركيبه ونصف ساعة لشرح طريقة عمله . وقوانين العمل تفرض على الكهربائي أن يعمل ٢٠ ساعة كحد أقصى أسبوعياً كمعلم لطريقة عمل الأجهزة و ٢٠ ساعة كحد أدنى كمركب للأجهزة . مستعيناً بالجدول أدناه اكتب أربع متباينات تحقق الشروط، ومنها أوجد عدد الأجهزة من كل نوع والتي يجب على الكهربائي تركيبها وشرح طريقة عملها ليحصل على أكبر دخل ممكن . علماً بأن العامل يحصل على ٣ ريالات لكل ساعة تركيب و ريالين لكل ساعة شرح .

النوع	العدد المنتج	زمن تركيب الجهاز	زمن شرح طريقة عمل الجهاز	الدخل
الأول	س	١	ربع ساعة	(٣ ، ٢)
الثاني	ص	٢	نصف ساعة	(٣ ، ٢)
المجموع		٢٠ ساعة كحد أدنى	٢٠ ساعة كحد أقصى	

ملاحظة : دخل العامل هو ($\frac{٧}{٢}$ س + ٧ ص) ريال . لماذا ؟

الوحدة الثالثة

المعاملات في الاسواق المالية
Transactions in Security Markets

الأهداف

١) تطور النظام المالي في السلطنة (مفهوم النظام المالي، مكونات النظام المالي).
٢) مفهوم السوق المالي.
٣) أنواع الأسواق المالية.
٤) التعرف على مفهوم كل من :
- السند — السهم — الأوراق المالية
- الكيمبيالة — الاكتتاب.

٥) حل تطبيقات على حساب قيمة الأسهم والسندات.
٦) التعرف على ثمن البيع و ثمن الشراء للأسهم والعملات.
٧) حساب صافي أرباح الأسهم والسندات.

النظام System

يعد النظام مجموعة من العناصر (**المدخلات**) التي تتفاعل فيما بينها (**العمليات**) لتحقيق أهداف معينة (**المخرجات**) وقياس مدى تحقق هذه الأهداف (**التغذية الراجعة**).

ومن الأمثلة عليه النظام التعليمي فان مدخلاته تتمثل في المعلم ، وطرائق التدريس ، والوسائل التعليمية ، والمنهج ، والطالب، والمدرسة، والإدارة (الكادر الإداري) .

أما العمليات في النظام التعليمي فتتمثل في التفاعل الذي يتم بين المدخلات السابقة . والمخرجات هي طالب متعلم محقق للأهداف الموضوعة لتلك المرحلة . والتغذية الراجعة هي مدى تحقيق الطالب للأهداف الموضوعة .

تدريب ١

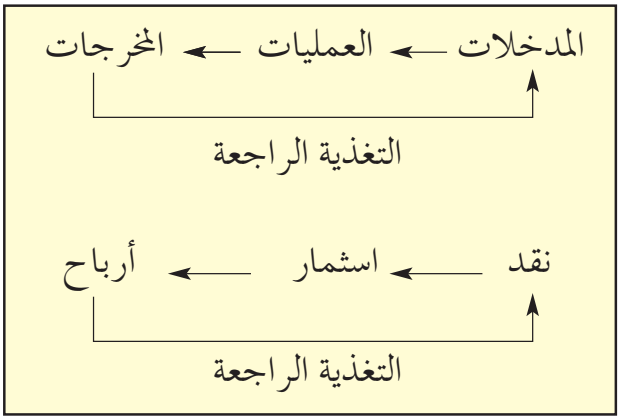
وضح باستخدام الأمثلة عناصر النظام السابقة في النظام المالي للأسرة .

النظام المالي Financial System

هو عبارة عن تجمع لأسواق مختلفة للائتمان ومؤسسات من أنواع مختلفة أيضا. يتألف النظام المالي من مؤسسات مالية توازن بين مدخرات شخص مع استثمار شخص آخر.

وتتوقف كفاءة النظام المالي على تلبية حاجات المجتمع واستيعاب المستجدات الاقتصادية.

والشكل التالي يوضح عناصر النظام المالي :



مكونات النظام المالي Components of the Financial System

يتكون النظام المالي من ثلاثة عناصر أساسية هي :

١) القطاع المصرفي Banking Sector

حيث يتولى توفير الجزء الأكبر من الخدمات المالية ويتكون من :

أ) البنوك التجارية وهي تعد حلقة الوصل بين المقرضين والمقترضين ، فهي تستمد مواردها بصفة أساسية من ودائع الأفراد التي تستحق الدفع بمجرد الطلب أو بعد أجل قصير،وتستثمرها في التوظيف في استثمارات قصيرة .

وظائف البنوك التجارية :

١) قبول ودائع الأفراد الجارية والثابتة .

٢) منح القروض وفتح الاعتمادات .

٣) تحصيل ما يقدمه العملاء من شيكات وأوراق تجارية وفوائد السندات وكوبونات الأسهم سواء كان في الداخل أو الخارج .

٤) شراء وبيع الصكوك المسحوبة بالعملة الأجنبية .

٥) التوسط لعملائها في بيع وشراء الأوراق المالية من أسهم وسندات .

٦) تأجير خزائن منيعة للعملاء للاحتفاظ بالمجوهرات والمعادن النفيسة أو المستندات العامة .

٧) إعطاء العملاء خطابات اعتماد وشيكات المسافرين وحوالات أجنبية .

ب) البنوك المتخصصة Specialized Banks

وهي بنوك تنشأ لغرض معين مثل دعم النشاط الصناعي أو الزراعي أو العقاري في البلاد وذلك بتقديم قروض قصيرة أو متوسطة أو طويلة الأجل لإنشاء مشاريع صناعية أو زراعية أو عقارية ، ولا تكتفي هذه البنوك بتقديم هذه القروض بل تعمد في بعض الأحيان إلى شراء كثير من الأسهم والسندات في هذه المشاريع .

تدريب ٢

اذكر أسماء خمسة بنوك مختلفة في السلطنة ، ثم صنفها إلى بنوك تجارية أو بنوك متخصصة.

نشاط ١

قم بزيارة إلى أحد البنوك القريبة من مدرستك واكتب تقريرا عنه توضح فيه :

- مكونات البنك .
- الخدمات التي يقدمها البنك .

٢) المؤسسات المالية غير المتخصصة Common Financial Organizaions

وهي عبارة عن مجموعة من المؤسسات المالية المختلفة النشاطات ، بخلاف البنوك التجارية . وتوجد في السلطنة العديد من هذه المؤسسات مثل :

أ) **مؤسسات الادخار** : ويقصد بها المؤسسات التي تعمل في مجال تعبئة المدخرات من الجمهور مثل صناديق التقاعد (صندوق تقاعد موظفي الخدمة المدنية ، صندوق تقاعد شرطة عمان السلطانية ،...)

ب) **مؤسسات الاستثمار** : ويتم فيها تجميع أموال عدد من المستثمرين ، واستثمارها لتحقيق هدف محدد. ومن أمثلتها الشركة الأهلية القابضة ، شركة الخدمات المالية ، شركة ظفار الدولية للتنمية والاستثمار.

جـ) **شركات التأمين** : تقوم هذه الشركات بالتأمين على العقار أو المركبات أو البضائع أو الأفراد ، ويوجد بالسلطنة حوالي ١٧ شركة تتنوع بين شركات محلية وأخرى فروع لشركات أجنبية.

د) **شركات أخرى** وتتمثل في شركات الوساطة التي تعمل في مجال الأوراق المالية ، وشركات الصرافة ، وشركات البيع والشراء التأجيري .

تدريب ٣

وضح دور هذه المؤسسات في دعم الاقتصاد العماني

٣) الأسواق المالية Security Market

تدريب ٤

١) عرف السوق ، واذكر أمثلة عليه ؟

٢) هل توجد أنواع أخرى غير تلك التي تباع فيها السلع ؟

يعرف **السوق المالي (البورصة)** على أنه السوق الذي يتم التعامل فيه باسهم الشركات المدرجة به، وتعد الأسواق المالية مكونا هاما من مكونات النظام المالي ، وعلامة دالة على مدى قوة هذا النظام، كما تعد الأماكن المخصصة لبيع وشراء الأسهم والسندات بشكل عام أسواقا مالية ، ويمكن تقسيم الأسواق المالية إلى ما يأتي :

أ) **سوق النقد** : وتتمثل الوظيفة الرئيسة لهذا السوق في توفير التمويل قصير الأجل للذين يعانون من عجز مالي مؤقت . وتعد البنوك التجارية من المتعاملين الرئيسين في هذه السوق .

ب) **سوق رأس المال** : يتم في هذه السوق التعامل بالأدوات المالية المتوسطة والطويلة الأجل. حيث ينقسم سوق رأس المال إلى قطاعين منظم وغير منظم ، ويشمل القطاع المنظم سوق الأوراق المالية التي تصدرها الحكومة وسوق الأوراق المالية العامة. أما القطاع غير المنظم فيشمل الأفراد الذين يقومون بتقديم قروض لأفراد آخرين .

نشاط ٢

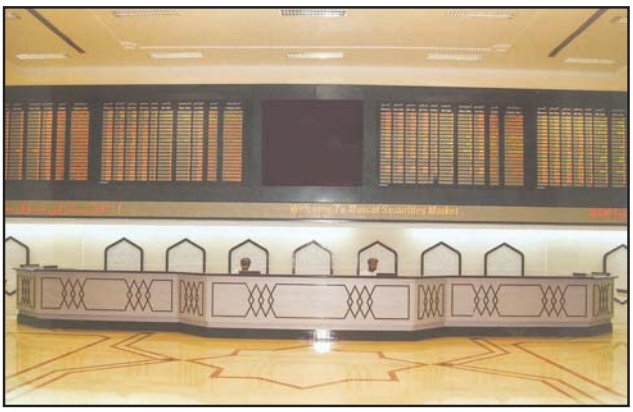
قم بزيارة إلى سوق مسقط للأوراق المالية واكتب تقريرا عنه توضح فيه :

- تاريخ إنشائه والهدف منه .
- الدور الذي يقوم به .

المعاملات في الأسواق المالية Transactions in Security Markets

الأوراق المالية Financial Papers

هي أوراق تمثل مبالغ نقدية، قابلة للتداول بالطرق التجارية، وتمثل حقا للمساهمين أو المقترضين، وتتمثل هذه الأوراق في الأسهم والسندات التي تصدرها الشركات أو المؤسسات أو البنوك أو الدول



نشاط ٣ الأسهم

الأدوات : صندوق به مجموعة من البطاقات مكتوب عليها أرقام تمثل مبالغ مالية ، و مجموع ما في الصندوق يمثل الإجمالي .

الخطوات : العمل في مجموعات

١) اسحب بطاقة واحدة (تمثل نصيبك في الشركة).

٢) أوجد نسبة نصيبك من الشركة من إجمالي المبلغ .

٣) إذا كانت قيمة كل جزء ١٠٠ ريال . فكم جزءا لديك ؟ .

٤) إذا قمت ببيع كل جزء تملكه بمبلغ ريالين ، فكم تبلغ أرباحك ؟ .

٥) إذا ربحت الشركة مبلغ ٢٠ ألفا ، فأوجد نصيبك من الأرباح .

١) الأسهم Shares

أ) عند تأسيس شركة مساهمة يمتلكها ٣ أشخاص أو أكثر ، يجزأ رأس المال إلى أجزاء متساوية القيمة يتفق عليها مؤسسو الشركة ويسمى كل جزء سهما . تطرح هذه الأسهم للبيع وكل من يشتري اسهما يعد مساهما في الشركة .

تعريف

السهم هو جزء من رأس المال في الشركة المساهمة
محدد القيمة

ب) تصدر الأسهم عند إنشاء الشركة أو ربما أثناء نشاطها بسعر معين يسمى القيمة الاسمية للسهم .

تعريف

القيمة الاسمية للسهم هي القيمة المكتوبة علية

جـ) عند إصدار الأسهم ربما يضاف مبلغ إلى قيمتها الاسمية ، ويسمى هذا المبلغ المضاف علاوة الإصدار .

تعريف

علاوة الإصدار هي الفرق بين قيمة إصدار السهم وقيمتة الاسمية
علاوة الإصدار = قيمة إصدار السهم – قيمته الاسمية

المساهم في الشركة يمكنه زيادة عدد أسهمه بشراء أسهم أخرى من نفس الشركة كما يمكنه التخلص من بعض أسهمه أو منها كلها عن طريق البيع الذي يتم عادة في سوق الأوراق المالية .
في نهاية كل سنة مالية إذا تحققت أرباح في الشركة المساهمة فإن جزءا من هذه الأرباح يتم تحديده من قبل الجمعية العامة للشركة ويوزع بين المساهمين ويسمى الأرباح الموزعة ويكون :

نصيب السهم من الأرباح = الأرباح الموزعة ÷ عدد الأسهم

مثال ١

اشترت شركة ٥٠٠٠ سهما من أسهم إحدى الشركات بواقع ١,٥٠٠ ريال للسهم الواحد ثم قامت ببيع ٣٠٠٠ سهم منها بواقع ١,٥٢٠ ريال للسهم، و ١٠٠٠ سهم بواقع ١,٥١٠ ريال للسهم ، و ١٠٠٠ أخرى بواقع ١,٤٩٠ ريال للسهم . فما الأرباح في تلك الصفقة .

الحل

قيمة شراء الأسهم = ٥٠٠٠ × ١,٥٠٠ = ٧٥٠٠ ريال

قيمة المبيعات الأولى = ٣٠٠٠ × ١,٥٢٠ = ٤٥٦٠ ريالا

قيمة المبيعات الثانية = ١٠٠٠ × ١,٥١٠ = ١٥١٠ ريال

قيمة المبيعات الثالثة = ١٠٠٠ × ١,٤٩٠ = ١٤٩٠ ريالا

جملة المبيعات = ٤٥٦٠ + ١٥١٠ + ١٤٩٠ = ٧٥٦٠ ريالا

أرباح الصفقة = ٧٥٦٠ − ٧٥٠٠ = ٦٠ ريالا

تدريب ٥

اشترت إحدى الشركات ٣٠٠٠ سهما ، بواقع ريالين للسهم الواحد . ثم قامت ببيع ١٠٠٠ سهم منها بواقع ٢,٢٥٠ ريال للسهم ، و ٥٠٠ سهم بواقع ريالين للسهم ، و ١٥٠٠ سهم بواقع ١,٧٠٠ ريال للسهم . فما الأرباح في تلك الصفقة .

مثال ٢

اشترى وسيط ١٦٣٠ سهما لصالح عميل بقيمة ٢,٢٦٠ ريال للسهم الواحد . فاذا كانت عمولته ٧,٥ بالألف من قيمة الصفقة ، احسب قيمة العمولة التي تسلمها الوسيط .

الحل

قيمة الصفقة = عدد الأسهم × سعر شراء السهم الواحد

= ١٦٣٠ × ٢,٢٦٠

= ٣٦٨٣,٨ ريالا

العمولة = قيمة الصفقة × ٧,٥ بالألف

= ٣٦٨٣,٨ × ٠,٠٠٧٥

≈ ٢٧,٦٢٩ ريالا

تدريب ٦

شركة وساطة في الأوراق المالية اشترت لأحد عملائها ٢٠٠٠ سهم من إحدى الشركات بسعر ٠,٦٥٠ ريال للسهم ، و ٩٥٠ سهما من أسهم شركة أخرى بسعر ١,٤٥٠ ريال للسهم . كم المبلغ الذي دفعه العميل علما بأنه يدفع عمولة ٠,٠٧٥ ٪ ؟

مثال ٣

شركة مساهمة أصدرت ١٠٥٠٠ سهم قيمة السهم الاسمية ٤ ريالات وقيمة علاوة الإصدار لكل سهم ريال واحد ، إذا بلغت الأرباح الموزعة خلال سنة ٧٠٠٠ ريال فاحسب :

أ) قيمة الصفقة .

ب) علاوة الإصدار .

جـ) نصيب السهم الواحد من الأرباح .

د) نصيب مساهم يمتلك ٤٥٠ سهما .

الحل

أ) قيمة الصفقة = عدد الأسهم × سعر الشراء (القيمة الاسمية للسهم +علاوة الإصدار)

= ١٠٥٠٠ × ٥ = ٥٢٥٠٠ ريال

ب) علاوة الإصدار = قيمة إصدار الأسهم - القيمة الاسمية للأسهم

= ٥٢٥٠٠ – ٤٢٠٠٠ = ١٠٥٠٠ ريال

جـ) نصيب السهم الواحد من الأرباح = الأرباح الموزعة ÷ عدد الأسهم

= ٧٠٠٠ ÷ ١٠٥٠٠ = ٠,٦٦٧ ريال

د) نصيب المساهم من الأرباح = نصيب السهم الواحد × عدد الأسهم التي يمتلكها

= ٠,٦٦٧ × ٤٥٠ = ٣٠٠,١٥٠ ريال

تدريب ٧

شركة مساهمة أصدرت ٣٠٠٠٠ سهم ، قيمة السهم الواحد ٣ ريالات ، فإذا بلغت الأرباح الموزعة لكل سهم ٠,٣٥٠ ريال ، فاحسب :

ا) قيمة الأرباح الموزعة .

ب) نصيب مساهم يمتلك ٥٢٥ سهما .

مثال ٤

أصدرت شركة مساهمة ٥٠٠٠٠٠ سهم بقيمة اسمية ريالين للسهم ،بالإضافة إلى ريال واحد كعلاوة إصدار ، اوجد :

أ) المبلغ الذي ستحصل عليه الشركة .

ب) نصيب السهم الواحد من الأرباح إذا كانت قيمة الأرباح الموزعة تساوي ربع عدد الأسهم .

الحل

أ) المبلغ الذي ستحصل عليه الشركة = ٥٠٠٠٠٠ × ٣ = ١٥٠٠٠٠٠ ريال

ب) نصيب السهم الواحد = ١٢٥٠٠٠ ÷ ٥٠٠٠٠٠ = ٠,٢٥ ريال

٢) الاكتتاب والتخصيص Contribution & Allocation

أ) الاكتتاب :

عند تأسيس أي شركة مساهمة يتم طرح أسهمها من خلال البنوك أو المؤسسات المالية للراغبين في الاشتراك فيها حيث يتقدم كل من يرغب في المساهمة بطلب لشراء عدد الأسهم مرفقا مع طلبه قيمة الأسهم التي يريد شراءها ، تسمى هذه العملية الاكتتاب . يستمر الاكتتاب لمدة محددة عند انقضائها يتم حصر الأسهم التي تم الاكتتاب فيها استعدادا للمرحلة التالية وهي مرحلة التخصيص .

ب) تخصيص أسهم الاكتتاب :

إذا كان عدد الأسهم الذي تم فيها الاكتتاب مساويا لعدد الأسهم المطروحة ، فيتم إعطاء كل مكتتب كامل عدد الأسهم التي طلبها ، أما إذا كان الاكتتاب في الأسهم يفوق عدد الأسهم المطروحة فيتم معالجة الأمر بتخصيص الأسهم على المكتتبين بنسبة اكتتابهم .فمثلا إذا طرحت إحدى الشركات ٥٠٠٠ سهما ، وتم الاكتتاب بـ ٦٠٠٠ سهم ، فانه يتم توزيع الأسهم المطروحة (٥٠٠٠) على المكتتبين حسب نسبة اكتتاب كل منهم وقد يتم تحديد حد أدنى من الاسهم لكل مكتتب قبل عملية التخصيص .

مثال ٤

طرحت إحدى الشركات المساهمة ٣٠٠٠٠ سهم القيمة الاسمية لكل سهم ٥ ريالات يسدد منها ٣ ريالات عند الاكتتاب والباقي عند التخصيص . وقد تم الاكتتاب بالكامل وسدد قسط التخصيص في حينه .

احسب جملة قسطي الاكتتاب والتخصيص التي تسلمتها الشركة .

الحل

جملة قسط الاكتتاب = عدد الأسهم المكتتب فيها × قيمة قسط الاكتتاب للسهم الواحد

= ٣٠٠٠٠ × ٣ = ٩٠٠٠٠ ريال .

جملة قسط التخصيص = عدد الأسهم التي تم تخصيصها × قيمة قسط التخصيص للسهم الواحد

= ٣٠٠٠٠ × ٢ = ٦٠٠٠٠ ريال

جملة قسطي الاكتتاب والتخصيص = ٩٠٠٠٠ + ٦٠٠٠٠ = ١٥٠٠٠٠ ريال .

تدريب ٨

طرحت إحدى الشركات المساهمة نصف مليون سهم بقيمة اسمية ٦ ريالات منها ريالان عند الاكتتاب و ٢,٥ريال قسط تخصيص و ١,٥ريال قسط أخير .وقد تم سداد كل الأقساط في حينها.

احسب المبالغ التي تدفقت على خزينة الشركة عند كل من الاكتتاب والتخصيص والقسط الأخير .

مثال ٥

طرحت إحدى الشركات المساهمة ٢٥٠٠٠٠ سهم بقيمة اسمية ١,٢٠٠ ريال للسهم ، فإذا اكتتب ناصر في هذه الشركة بعدد ٢٥٠٠ سهم وقد دفع قيمتها بالكامل ، وكان عدد الأسهم المكتتب بها من قبل الجمهور ٣٥٠٠٠٠ سهم ، فاوجد :

أ) عدد الأسهم التي خصصت لناصر .

ب) المبالغ التي استرجعها ناصر من الشركة .

أ) الاكتتاب يفوق عدد الأسهم المطروحة للاكتتاب

يتم تخصيص الأسهم على أساس تناسبي بناء على نسبة ما طلبه المكتتب إلي إجمالي الأسهم المطلوبة للاكتتاب .

الأسهم المطروحة للاكتتاب = ٢٥٠٠٠٠ سهم

الأسهم التي اكتتب فيها ناصر = ٢٥٠٠ سهم

إجمالي الأسهم المكتتب فيها = ٣٥٠٠٠٠ سهم

$$\text{نصيب ناصر من الأسهم بعد التخصيص} = \frac{٢٥٠٠ \times ٢٥٠٠٠٠}{٣٥٠٠٠٠}$$

= ١٧٨٦ سهم تقريبا

ب) المبلغ الذي دفعه ناصر للاكتتاب في الأسهم = ٢٥٠٠ × ١,٢٠٠

= ٣٠٠٠ ريال

قيمة الأسهم التي خصصت له = ١٧٨٦ × ١,٢٠٠

= ٢١٤٣,٢ ريال

المبلغ الذي سيسترجعه ناصر من الشركة = المبلغ الذي دفعه – قيمة الأسهم التي خصصت له

= ٣٠٠٠ – ٢١٤٣,٢

= ٨٥٦,٨ ريال

تمارين ومسائل ١

١) اشترت شركة ٣٥٠٠ سهم من أسهم الشركة (س) عند سعر الافتتاح ١,٤٢٥ ريال للسهم، وفي نفس اليوم اشترت ٣٧٥٠ سهما من أسهم نفس الشركة بسعر الإغلاق البالغ ١,٤٤٥ ريال للسهم ، كم جملة ما سددته في ذلك اليوم وكم يبلغ متوسط سعر السهم ؟

٢) باعت إحدى الشركات المتعاملة في سوق الأوراق المالية ١٤٠٠ سهم من أسهم الشركة بواقع ١,٣٠٠ ريال للسهم عند الافتتاح ثم باعت الأسهم الباقية لديها وعددها ٢٦٠٠ سهم عند سعر الإغلاق البالغ ١,٢٩٤ ريال للسهم . فإذا علمت أنها كانت قد اشترت هذه الأسهم على النحو الاتي :

أ) ١٢٠٠ سهم بواقع ١,١٨٠ ريالا .

ب) ١٠٠٠ سهم بوقع ١,٢٣٠ ريالا .

جـ) ٥٠٠ سهم بواقع ١,٢٥٠ ريالا .

د) ١٣٠٠ سهم بواقع ١,٣١٥ ريالا .

احسب أرباح هذه الصفقة بالنسبة للشركة .

٣) اكتتب محمد في ٢٥٠٠ سهم من الأسهم المطروحة الخاصة بشركة مساهمة حيث كانت الشروط كالتالي :

القيمة الاسمية للسهم ٥ ريالات إضافة لعلاوة إصدار مقدارها ريال واحد .

في ٢٠٠٤/١/١ قسط الاكتتاب ٢ ريالا بالإضافة إلى علاوة الإصدار .

في ٢٠٠٤/٤/١ قسط التخصيص ١ ريال .

في ٢٠٠٤/٨/١ قسط أول ١,٥٠٠ ريال .

في ٢٠٠٤/١٢/١ قسط أخير ٠,٥٠٠ ريال .

احسب المبالغ التي سددها محمد في التواريخ المختلفة ؟

٤) اشترى أحد الوسطاء ٧٢٠٠ سهما لأحد العملاء بواقع ١,٥٠٠ ريال للسهم ، ثم قام ببيع ٢٠٠٠ سهما منها بواقع ١,٧٠٠ ريال ، و ٣٥٠٠ سهم بواقع ١,٢٥٠ ريال ، ٧٠٠ سهم بواقع ١,٤٥٠ ريال ، ١٠٠٠ سهم بواقع ١,٥٠٠ ريال . أوجد :

أ) عمولة الوسيط على صفقة البيع إذا كان يأخذ ٠,٠٠٧٥ ٪ ؟
ب) هل ربح هذا العميل من هذه الصفقة ؟

٥) طرحت شركة مساهمة ١٠٠٠٠٠٠ سهم بقيمة اسمية ريالين للسهم ، وكان عدد الأسهم التي تم الاكتتاب فيها ١٥٠٠٠٠٠ سهم ، فاوجد :
أ) عدد الأسهم المخصصة لشخص اكتتب بعدد ٥٠٠٠٠ سهم .
ب) عدد الأسهم المخصصة لشخص اكتتب بعدد ٢٠٠٠ سهم .

٦) طرحت إحدى الشركات ٢٠٠٠٠٠٠ سهم بقيمة اسمية ٣ ريال للسهم ، بالاضافة الى علاوة اصدار قدرها ٤ ريالات فإذا كان عدد الأسهم المكتتب فيها يزيد عن عدد الأسهم المطروحة بنسبة ٣٠٪ ، فأوجد :
أ) عدد الأسهم المكتتب فيها .
ب) عدد الأسهم التي اكتتب فيها شخص علما بأنه قد خصص له ٦٠٠٠ سهم .
جـ) قيمة الأسهم التي خصصت له .

السندات Bonds

نشاط ١ السند

الأدوات : بطاقات مكتوب عليها أرقام تمثل مبالغ مالية

الخطوات : (يقسم الصف إلى مجموعتين ، الأولى تمثل الشركة ، والثانية تمثل المقرضين)

١) تفترض المجموعة الأولى أن الشركة بصدد القيام بمشروع ولكن لا تمتلك المبلغ بكامله، فتحدد المبلغ الذي ينقصها وتقوم بتقسيمه إلى أجزاء متساوية ، وتعرضه للبيع وتحدد مدة الاستفادة منه .

٢) يقوم كل طالب في المجموعة الثانية بالشراء كل حسب استطاعته .

٣) كم جزءا اشتريت ؟ وكم القيمة الإجمالية للأجزاء التي اشتريتها؟ .

٤) هل من الأفضل

– تحديد فترة زمنية لهذا الجزء لكي يستهلك فقط .

– تحديد فترة زمنية بالإضافة إلى فائدة سنوية لكي يستهلك .

٥) ماذا يمكن أن نسمي هذا الجزء ؟

تعريف

السند هو تعهد مكتوب بدفع مبلغ محدد في تاريخ معين، بالإضافة إلى فوائد تدفع بصورة دورية بمعدل ثابت.

ويعتبر السند شهادة يدون فيها عدة بيانات أهمها :

– اسم مالك السند
– اسم الجهة المصدرة للسند
– القيمة الاسمية للسند
– سعر الفائدة للسند ومواعيدها
– مواعيد وشروط استهلاك السند .

تدريب ١

١) وضح متى يتم طرح السندات ؟

٢) ماذا تجني الجهة التي تقوم بطرح هذه السندات ؟

تعريف

فـــائـــدة السند = القيمة الاسمية للسند × معدل الفائدة

علاوة الإصدار = ثمن بيع السند – القيمة الاسمية للسند

خصم الإصدار = القيمة الاسمية للسند ÷ ثمن بيع السند

مثال ١

سند قيمته الاسمية ١٣٠ ريالا وفائدته ٨٪ سنويا يستهلك بعد ٢٠ سنة ، احسب :

أ) الفائدة السنوية للسند.

ب) الفوائد السنوية التي يحصل عليها مساهم يمتلك ٩٥ سندا .

الحل

أ) فائدة السند = القيمة الاسمية × معدل الفائدة

= ١٣٠ × ٠,٠٨ = ١٠,٤٠٠ ريالا

ب)الفوائد السنوية التي يحصل عليها المساهم = عدد السندات × فائدة السند الواحد

= ٩٥ × ١٠,٤ = ٩٨٨ ريال

تدريب ٢

أصدرت إحدى الشركات المساهمة ٧٠٠٠ سند بقيمة اسمية ١٥٠ ريالا ، وبفائدة سنوية ٧,٥ ٪ ، احسب :

أ) قيمة السندات التي سددت .

ب) الفوائد التي يحصل عليها شخص يمتلك ٥٠ سندا .

تقييم السندات Bonds Evaluation

إذا أراد شخص ما شراء سندات من شخص آخر فلا بد له من تحديد قيمتها السوقية أولا في تلك الفترة ، بحيث يضمن الاستثمار الأمثل لأمواله .

تدريب ٣

ماذا نعني بالقيمة الشرائية للسند ؟

تحسب القيمة الشرائية للسند باستخدام المعادلة الاتية :

$$ق = ك (١ + عَ)^{-ن} + س \times ع \times \frac{١ - (١ + عَ)^{-ن}}{عَ}$$

حيث :

ق : القيمة الشرائية للسند ؛ وتعني قيمته السوقية اليوم (الثمن) الذي يكون المستثمر على استعداد لدفعه في سبيل الحصول على السند .

ك : القيمة الاستهلاكية للسند وهي القيمة التي يحصل عليها صاحب السند أو حامله في نهاية مدة القرض .

عَ : معدل الاستثمار في السوق ويقصد بها معدل الفائدة السائدة في السوق الذي تستثمر فيه الأموال ، وقد تتساوى مع معدل فائدة السند وقد تختلف عنه .

ن : المدة الباقية للسند.

س : القيمة الاسمية للسند ويقصد بها القيمة المطبوعة على وجهه والتي تصرف الفوائد الدورية على أساسها .

ع : معدل فائدة السند وتحسب بأسلوب الفائدة البسيطة على القيمة الاسمية للسند × معدل الفائدة .

ملاحظة:

تعتبر ك = س إذا لم ترد قيمة كل منهما في الأسئلة .

مثال ٢

كم تبلغ القيمة الشرائية لسند قيمته الاسمية ٢٠٠ ريال يستهلك بعد ١٠ سنوات ، ويعطي فائدة بمعدل ٥ ٪ سنويا ، ويرد بقيمته الاسمية إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق ٤٪ سنويا .

الحل

$$ق = ك (١ + عَ)^{-ن} + س \times ع \times \frac{١ - (١ + عَ)^{-ن}}{عَ}$$

$$= ٢٠٠ (١,٠٤)^{-١٠} + ٢٠٠ \times ٠,٠٥ \times \frac{١ - (١,٠٤)^{-١٠}}{٠,٠٤}$$

$$= ٢٠٠ \times ٠,٦٧٥٦ + ١٠ \times ٨,١١٠٩$$

$$= ١٣٥,١٢ + ٨١,١٠٩$$

$$= ٢١٦,٢٢٩ \text{ ريالا}$$

تدريب ٤

من المثال السابق ، احسب القيمة الشرائية للسند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق ٦٪ .

مثال ٣

كم تبلغ القيمة الشرائية لسند قيمته الاسمية ٢٥٠ ريالا يستهلك بعد عشر سنوات ، بفائدة سنوية تبلغ ٨٪ تدفع مرتين في السنة . علما أن معدل الاستثمار السائد في السوق ٥٪ عن كل ستة أشهر .

الحل

ن = ١٠ × ٢ = ٢٠ لماذا ؟

ع = ٨٪ ÷ ٢ = ٤٪ لماذا ؟

$$ق = ك (١ + ع)^{-ن} + س \times ع \times \frac{١ - (١ + عَ)^{-ن}}{عَ}$$

$$= ٢٥٠ (١,٠٥)^{-٢٠} + ٢٥٠ \times ٠,٠٤ \times \frac{١ - (١,٠٥)^{-٢٠}}{٠,٠٥}$$

$$= ٢٥٠ \times ٠,٣٧٦٩ + ١٠ \times ١٢,٤٦٢٢$$

$$= ٩٤,٢٢٥ + ١٢٤,٦٢٢$$

$$= ٢١٨,٨٤٧ \text{ ريالا}$$

تدريب ٥

من المثال السابق ، احسب القيمة الشرائية للسند إذا كانت الفائدة السنوية تدفع ثلاث مرات في السنة .

مثال ٤

كم تبلغ القيمة الشرائية لسند قيمته الاسمية ٣٠٠ ريال ويستهلك بعد ست سنوات بفائدة سنوية تبلغ ٧٪ ويرد بعلاوة قدرها ٢٥ ريالا ، إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق ٦٪.

الحل

ك = ٣٢٥ ريالا لماذا ؟

$$ق = ٣٢٥ (١,٠٦)^{-٦} + ٣٠٠ \times ٠,٠٧ \times \frac{١ - (١,٠٦)^{-٦}}{٠,٠٦}$$

$$= ٣٢٥ \times ٠,٧٠٥ + ٢١ \times ٤,٩١٧٣$$

$$= ٢٢٩,١٢٥ + ١٠٣,٢٦٣$$

$$= ٣٣٢,٣٨٨ \text{ ريالا}$$

مشروع : الاستثمار في السوق المالي

الخطوات : يفترض كل طالب امتلاكه لعشرة آلاف ريال عماني (١٠٠٠٠ ريال عماني) للاستثمار في سوق الأوراق المالية ، ويتوجب عليه استثمار المبلغ بأكمله متبعا الخطوات الاتية:

١) اختر من ثلاث إلى ست شركات تطرح أسهمها أو سنداتها في سوق مسقط للأوراق المالية.

٢) حدد المبلغ الذي ستستثمره في كل شركة من المبلغ الكلي الذي تملكه .

٣) حدد عدد الأسهم التي ستقوم بشرائها من كل شركة بحيث تستثمر العشرة آلاف كاملة .

٤) خلال فترة شهرين احصل على أسعار أسهمك من الجريدة أو الانترنت أسبوعيا ، ومثل بيانيا هذه القيم لكل شركة .

٥) بعد انتهاء الشهرين افترض انك قمت ببيع هذه الأسهم (الأسهم والسندات) وسجل سعر البيع حسب الجريدة أو الإنترنت .

٦) احسب خسارتك وأرباحك في هذه الاستثمارات خلال مدة المشروع (شهرين).

٧) قم بإعداد عرض يوضح استثماراتك ؛ الارتفاع والانخفاض خلال الشهرين وصافي الربح أو الخسارة .

٨) اكتب تحليلا من صفحة أو اثنتين توضح فيها أفكارك حول أسباب الارتفاع والانخفاض في الأسعار خلال الشهرين ، والكيفية التي ستستثمر بها لو امتلكت أموالا حقيقية.

الكمبيالة Bill of Exchange

هي ورقة ذات شكل أو وضع محدد قانوناً على أن تشتمل على أمر من الطرف الأول (الساحب) موجه إلى الطرف الثاني (المسحوب عليه) لكي يدفع للطرف الثالث (المستفيد) قيمة نقدية محددة وذلك عند الاطلاع على هذا المحرر المكتوب أو في موعد تم تحديده في الكمبيالة أو يكون قابلاً للتعيين .

ويستطيع حامل هذه الورقة من بيعها إلى البنك قبل حلول موعد الاستحقاق المتفق عليه ، وتسمى هذه العملية بخصم (قطع) الورقة ، حيث يتولى البنك في هذه العملية تسليم الدائن القيمة الحالية للورقة مخصومة على أساس الخصم التجاري ، أي أن البنك لا يسلم الدائن القيمة الحالية التجارية بل يقوم باستقطاع مصروفات أخرى هي :

١) عمولة البنك وتحسب على أساس نسبة مئوية من قيمة الورقة (القيمة الاسمية للكمبيالة) بغض النظر عن موعد استحقاقها ، حيث يتقاضاها البنك مقابل قيامه بدور الوسيط بين محرر الكمبيالة والمستفيد ، وتوفيره نقود للمستفيد .

٢) مصروفات تحصيل وتحسب على أساس نسبة مئوية من قيمة الورقة ، وهذه المصروفات يقتطعها البنك من المدين بالورقة إذا كان خارج المدينة أو الدولة التي بها مقر البنك ، أو قد يضع البنك حد أدنى بالنسبة لمصروفات التحصيل للورقة الواحدة ، (فمثلا إذا كانت مصروفات التحصيل أقل من الحد الأدنى فان البنك يأخذ الحد الأدنى).

تسمى العناصر الثلاثة (الخصم التجاري ، عمولة البنك ، مصروفات التحصيل) التي يقوم البنك بخصمها مقابل خصم الورقة التجارية(الكمبيالة) وتوفيره أموال سائلة للمستفيد **بمصروفات الخصم** .

ويقوم البنك في أحيان كثيرة بإضافة يوم أو يومين إلى مدة الخصم المحسوبة وتسمى (يوم المهلة) وهذا يؤدي إلى زيادة الخصم التجاري .

والمبلغ الذي يسدده البنك للمستفيد مقابل خصم أي ورقة تجارية تسمى (صافي القيمة الحالية) أي أن :

صافي القيمة الحالية = القيمة الاسمية – مصروفات الخصم

مثال ٥

كمبيالة تستحق السداد بعد أربعة شهور قيمتها الاسمية ٨٠٠٠ ريال ، تم خصمها في البنك قبل موعد الاستحقاق بشهرين بمعدل خصم تجاري ٦٪ ، وقد قام البنك باحتساب عمولة بمعدل واحد في الألف ومصروفات تحصيل بمعدل ($\frac{١}{٢}$) في الألف . أوجد صافي ما يتحصل عليه الدائن من البنك.

الحل

الخصم التجاري = $٨٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢}$ = ٨٠ ريال

العمولة = $٨٠٠٠ \times \frac{١}{١٠٠٠}$ = ٨ ريال

مصروفات التحصيل = $٨٠٠٠ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{١٠٠٠}$ = ٤ ريال

مصروفات الخصم = ٨٠ + ٨ + ٤ = ٩٢ ريال

صافي ما يحصل عليه الدائن = ٨٠٠٠ − ٩٢ = ٧٩٠٨ ريالا

تدريب ٦

كمبيالة قيمتها الإسمية ٣٠٠٠ ريال ، وتستحق السداد في ٦/٣٠ تم خصمها لدى بنك في ٤/٢ من نفس العام بمعدل خصم تجاري ٤٪ ، والبنك يحتسب عمولة قدرها ($\frac{١}{٢}$) في الألف ومصروفات تحصيل بمعدل ($\frac{١}{٤}$) في الألف ، وقد وضع البنك حد أدنى لمصروفات التحصيل قيمتها ٠,٩٠٠ ريال لكل كمبيالة ويضيف البنك يوم مهلة للدفع . أوجد صافي ما يستلمه الدائن من البنك.

مثال ٦

كمبيالة قيمتها الإسمية ١٠٠٠ ريال موعد سدادها ٢٤/٥/ ٢٠٠٥م تم خصمها في بنك بمعدل خصم معين ، فحصل صاحبها على مبلغ صافٍ قدره ٩٨٨,٦٥٠ ريال ، فإذا علمت أن تاريخ الخصم هو ١٣/٣/٢٠٠٥م وان البنك يحتسب عمولة بنسبة ١ في الألف ومصروفات تحصيل بنسبة ($\frac{١}{٤}$) في الألف وبحد أدنى ٠,٢٥٠ ريال ، فأوجد معدل الخصم .

مدة الخصم =	شهر ٣	شهر ٤	شهر ٥
	١٨ يوم	٣٠ يوم	٢٤ يوم

ملاحظة : يوم الخصم لا يحسب من ضمن المدة.

مدة الخصم = ١٨ + ٣٠ + ٢٤ = ٧٢ يوما

إجمالي الخصم = القيمة الإسمية − صافي المبلغ المستلم

= ١٠٠٠ − ٩٨٨,٦٥٠

= ١١,٣٥٠

صافي الخصم التجاري = إجمالي الخصم − العمولة − مصروفات التحصيل

= ١١,٣٥٠ − ٠,٠٠١ − ٠,٢٥٠

= ١١,٠٩٩

صافي الخصم التجاري = القيمة الاسمية × المعدل × المدة

١١,٠٩٩ = ١٠٠٠ × ع × $\frac{٧٢}{٣٦٥}$

ع = ٠,٠٥٦ = ٥,٦ ٪

تمارين ومسائل ٢

١) أصدرت إحدى الشركات المساهمة ١٠٠٠٠٠ سند بفائدة سنوية ٩٪ لمدة أربع سنوات ، بسعر إصدار ٩٥,٥٠٠ ، علما بأن القيمة الاسمية لسند ١٠٠ ريال .
أحسب كلا من :
أ) قيمة خصم الإصدار للسند الواحد .
ب) المبلغ الذي تستلمه الشركة عند الإصدار .
جـ) جملة الأرباح التي تدفعها الشركة لحاملي السندات سنويا .

٢) سند قيمته الإسمية ٥٠٠ ريال يعطي فائدة ١٢٪ سنويا ويستهلك بعد ١٠ سنوات ، أوجد ثمن شراء السند اليوم إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق ١١ ٪ سنويا .

٣) سند قيمته الإسمية ٦٠ ريالا يعطي فائدة ١٣٪ سنويا ، يستهلك بعد خمس سنوات بعلاوة رد ١٠٪ من قيمته الإسمية ، فإذا كان معدل الاستثمار ١٢٪ سنويا ، فأوجد ثمن شراء السند اليوم.

٤) سند قيمته ٨٠ ريالا يعطي فائدة ١٠٪ سنويا ، يستهلك بعد مرور ست سنوات بخصم رد نسبته ٣٪ من القيمة الإسمية ، فإذا كان معدل الاستثمار ٩٪ سنويا ، أوجد قيمة السند اليوم.

٥) سند قيمته الإسمية ٤٠ ريالا يعطي فائدة ١٢٪ سنويا تدفع مرتين ، أوجد قيمة شراء هذا السند قبل موعد استهلاكه بخمس سنوات إذا كان معدل الاستثمار ٨٪ سنويا .

٦) أوجد القيمة الشرائية لسند مستديم قيمته الاسمية ٢٠٠ ريال ، ويدر فائدة بمعدل ٦٪ سنويا. علما بأن معدل الاستثمار السائد في السوق ٥,٥٪ سنويا .

٧) سند قيمته الإسمية ١٠٠ ريال ويستهلك في نهاية ١٥ سنة من الآن بقيمة ١١٠ ريال ، فإذا كان ثمن شراء السند الواحد من السوق ١٣٠,٢٩ ريالا ، احسب معدل الفائدة التي يعطيها السند علما بأن معدل الاستثمار السائد في السوق ٣٪ سنويا .

٨) كمبيالة قيمتها الإسمية ٢٤٠٠ ريال موعد سدادها ١٩ يونيو ٢٠٠٥ م ، تم خصمها لدى البنك في ١٦ ابريل ٢٠٠٥م بمعدل خصم تجاري ٦٪ ، علما بأن البنك يحتسب عمولة قدرها ١ في الألف ومصروفات تحصيل ($\frac{١}{٢}$) في الألف وبحد أدنى ١,٥ ريال ، ويضيف البنك يوم مهلة للدفع . أوجد صافي ما يستلمه الدائن من البنك .

٩) كمبيالة قيمتها الإسمية ٦٠٠٠ ريال حررت في ٥/١ وتستحق بعد ٣ شهور من تاريخ تحريرها ، تم خصمها لدى البنك بتاريخ ٢ يونيو من نفس العام ، أوجد صافي المبلغ الذي يستلمه المستفيد إذا كان معدل الخصم التجاري ٨٪ سنويا .

أسعار العملات Currency Rates

– لماذا توجد عملات مختلفة في محلات الصرافة ؟

– ماذا تفعل إذا أردت السفر إلى دولة ما خارج السلطنة ؟

– هل ستحمل معك نقودا عمانية ؟

الجدول الاتي يوضح أسعار صرف الريال العماني مقابل العملات الأجنبية :

العملة	شراء	بيع
الجنية الإسترليني	٠,٧٢٢٣	٠,٧٢٤٢٦
الين الياباني	٠,٠٠٣٥٦٥	٠,٠٠٣٥٧٦
الدولار السنغافوري	٠,٢٣١٦	٠,٢٣٢٣
الروبية الهندية	٠,٠٠٨٧٩	٠,٠٠٨٨٣
الروبية الباكستانية	٠,٠٠٦٤٦	٠,٠٠٦٤٨
الدينار الأردني	٠,٥٤١٢	٠,٥٤٤٢
الجنيه المصري	٠,٠٦٦١	٠,٠٦٦٥
الريال اليمني	٠,٠٠٢٠٨٥	٠,٠٠٢١٢٦
الدولار الأمريكي	٠,٣٨٤	٠,٣٨٥
اليورو	٠,٤٩٧٢٥	٠,٤٩٨٧٣
الريال السعودي	٠,١٠٢٤	٠,١٠٢٧
الريال القطري	٠,١٠٥٥	٠,١٠٥٨
الدرهم الإماراتي	٠,١٠٤٥	٠,١٠٤٨
الدينار الكويتي	١,٣١٥	١,٣١٨
الدينار البحريني	١,٠١٨	١,٠٢١

أوقية الذهب ١٦٣,٥٨٤ ر.ع
أوقية الفضة ٢,٦٧٦ ر.ع

ملاحظة :
– جدول العملات هو جدول خاص بالبنك أو محل الصرافة
– عمود الشراء يوضح سعر العملة التي يشتريها البنك أو الصرافة من العميل.
– عمود البيع يوضح سعر العملة التي يبيعها البنك أو الصرافة للعميل.

المصدر : جريدة الوطن العدد ٧٩٢٧ بتاريخ ٢٠٠٥/٤/٣م

مثال ١

أراد مواطن عماني السفر إلى لندن فقام بتحويل مبلغ ١٠٠٠ ريال إلى جنيهات إسترلينية ،فما مقدار ما يحصل عليه(استخدم الجدول السابق) .

الحل

ريال	جنيه إسترليني
٠,٧٢٣٦٥	١
١٠٠٠	س

المبلغ الذي سيحصل عليه (س) = ١٠٠٠ ÷ ٠,٧٢٤٢٦ = ١٣٨٠,٧ جنيه إسترليني

مثال ٢

رجعت منى من دولة الإمارات العربية المتحدة ومعها ١٥٠٠ درهم ، فأرادت تحويلها إلى ريالات عمانية ، ما مقدار ما ستحصل عليه (استخدم الجدول السابق) .

الحل

ريال	درهم
٠,١٠٤٨	١
س	١٥٠٠

مقدار ما ستحصل عليه (س) = ١٥٠٠ × ٠,١٠٤٨ = ١٥٧,٢ ريالا

تدريب ١

قامت شركة أجنبية ببيع ٥٤٥٠ مكيف هواء إلى مستورد عماني بسعر ١١٠,٥ ريال للمكيف الواحد ، ما المبلغ الذي حصلت عليه الشركة بالدولار الأمريكي ؟

تدريب ٢

طلب مدير مصنع بإحدى الشركات السفر إلى ألمانيا للتدرب على آلة حديثة وردت للمصنع ، وقد وافقت الشركة على سفره وقد استلم من البنك ٣٥٠٠ يورو كبدل سفر ، ما المبلغ الذي دفع للبنك بالريال العماني ؟

تمارين ومسائل ٣

١) حول كلا من المبالغ الآتية إلى العملات المطلوبة :

أ) ١٥٠٠ ريال عماني إلى دينار كويتي .

ب) ٥٠٠٠ دولار أمريكي إلى ريال عماني .

جـ) ٥٠٠٠ ريال عماني إلى ريال سعودي .

٢) استورد تاجر ٢٠٠ جهاز حاسب آلي من اليابان بسعر ١٠٠ ريال للجهاز الواحد ، ما المبلغ الذي حصلت عليه الشركة بالدولار الأمريكي ؟

٣) استورد تاجر ٥٠٠٠ إطار سيارة بسعر ١٥ ريال للإطار الواحد ، ما مقدار المبلغ الذي دفعه التاجر باليورو ؟

٤) إذا كان لديك ٥ كجم من الذهب ، ما مقدار المبلغ الذي ستحصل عليه بالريال العماني .
علما أن الجرام = ٠,٠٣٥٣ أوقية .

٥) سافر شخص إلى الهند للعلاج وكان لديه ٢٥٠٠ ريال عماني ، احسب :

أ) المبلغ الذي سيحصل عليه بالروبية الهندية .

ب) إذا أراد بعد عودته استبدال المبلغ الذي لديه والبالغ ١٥٠٠ روبية إلى ريالات عمانية، فما مقدار المبلغ الذي سيحصل عليه ؟

٦) إذا كان لديك ١٩٠ ريالا، فكم عدد الاوقيات من الذهب والفضة التي بإمكانك شرائها ؟

تمارين ومسائل عامة

١) اشترى شخص ١٠٠٠٠ سهم من أسهم إحدى الشركات بواقع ١,٠٥٠ ريال للسهم الواحد ، ثم قام ببيع ٤٠٠٠ سهم منها بقيمة ٠,٨٠٠ ريال للسهم و ٣٥٠٠ سهم بواقع ١,٢٥٠ ريال للسهم و ١٠٠٠ سهم بقيمة ١,٥٠٠ ريال للسهم و ٥٠٠ سهم بقيمة ١,١٥٠ ريال للسهم و ١٠٠٠ سهم بقيمة ١,٠٥٠ ريال للسهم. فما الأرباح المتوقعة في هذه الصفقة ؟

٢) اشترى وسيط ٥٢٥٠ سهما لصالح عميل بقيمة ١,٧٥٠ ريال للسهم الواحد . فإذا كانت عمولته ٧,٥ بالإلف من قيمة الصفقة . احسب قيمة العمولة التي تسلمها الوسيط .

٣) يرغب سعيد في السفر إلى فرنسا وأراد تحويل مبلغ وقدره ١,٥٠٠ ريال إلى يورو . ما مقدار ما سيحصل عليه (استخدم جدول العملات) .

٤) أرادت مريم بيع ٣٠٠ جرام من الذهب ، و ٥٠٠ جم من الفضة.ما المبلغ الذي ستحصل عليه(استخدام أسعار الذهب والفضة الموضحة سابقا) .

٥) ارجع إلى أي بنك أو جريدة واستخرج سعر الذهب والفضة
- هل هو نفس السعر الموضح بالكتاب .
- ما الأسباب التي أدت إلى ارتفاعه أو انخفاضه ؟

٦) شركة مساهمة أصدرت ٣٥٠٠٠ سهم قيمة السهم الواحد ٤ ريالات . فإذا وزعت الأرباح خلال السنوات الثلاث الأخيرة على النحو التالي :

م	السنة	الأرباح الموزعة بالريالات
أ	٢٠٠٢	١٦٢٠٠
ب	٢٠٠٣	٢٠٥٢٠
ج	٢٠٠٤	١٧٥٠٠

فاحسب كلا مما يأتي :

أولا : نصيب السهم الواحد من الأرباح عن كل سنة .

ثانيا : نصيب مساهم من الأرباح يمتلك ٣٨٠ سهما عن كل سنة .

ثالثا : جملة أرباح هذا المساهم خلال السنوات الثلاث .

٧) اكتتب عبدالرحمن في ١٢٤٠ سهما من الأسهم المطروحة الخاصة بشركة مساهمة حيث كانت الشروط كالآتي :

القيمة الاسمية للسهم ٦ ريالات إضافة لعلاوة إصدار مقدارها ريال واحد

في ٢٠٠٣/١/١ قسط الاكتتاب ٢,٥ ريال بالإضافة لعلاوة الإصدار .

في ٢٠٠٣/٥/١ قسط التخصيص ١ ريال .

في ٢٠٠٣/٩/١ قسط أول ١,٥ ريال .

في ٢٠٠٣/١٢/٣١ قسط أخير ١ ريال .

احسب المبالغ التي سددها عبدالرحمن في التواريخ المختلفة .

٨) اشترى هيثم بتاريخ أول مايو سندات تنمية ٧,٥٪ سنويا بمبلغ ٥٠٠٠ ريال ، ثم أراد بيعها بعد أربعة أشهر . ما مقدار أرباحه المحققة علما بأنه يفقد ١٠٪ من أرباحه نظير العمولات .

٩) شخص يمتلك سندات تنمية بمبلغ ٢٠٠٠ ريال اشتراها قبل ستة شهور أرد بيعها بمبلغ ٢٥٠٠ ريال . احسب مقدار الأرباح التي فقدها علما بأن معدل الفائدة ٧,٥ سنويا.

١٠) سند قيمته الاسمية ٥٠٠ ريال يعطي فائدة بمعدل ٨٪ سنويا تدفع مرتين في العام ، يستهلك بعد ٣ سنوات من الآن ، فإذا كان ثمن شراء السند ٤٥٧,٨٨ ريالا احسب قيمته الاستهلاكية إذا علمت أن معدل فائدة الاستثمار ١٢٪ سنويا .

١١) دفعت إحدى الشركات مبلغ ٦٠٠٠ ريال إلى أحد وسطاء الأوراق المالية نظير شراء ٢٠٠ سند متضمنا عمولته ، فإذا علمت أن القيمة الاسمية للسند ٣٠٠ ريال وأنه يستهلك بعد ١٠ سنوات بعلاوة رد قدرها ١٠٪ من القيمة الاسمية ، وأن السند يعطي فائدة بمعدل ٥٪ سنويا وأن معدل الاستثمار في السوق ٦٪ سنويا . فاحسب مقدار العمولة .

١٢) في أول يناير سحب تاجر على أحد عملائه كمبيالة قيمتها الاسمية ٨٠٠٠ريال تستحق الدفع بعد ٦٠ يوما ، وفي ٢٠ يناير من نفس العام قدمها للبنك للخصم بمعدل ٩٪ سنويا ، كما أن البنك يحتسب عمولة بواقع ($\frac{١}{٢}$) في الألف ومصاريف تحصيل بواقع ($\frac{١}{٨}$) في الألف بحد أدنى ٠,٣٠٠ ريال . فأوجد صافي ما يستلمه التاجر من البنك .

١٣) طرحت شركة مساهمة ٢٥٠٠٠٠٠ سهم بقيمة اسمية ١,٥ ريال للسهم ، بالاضافة إلى علاوة إصدار قدرها ريالين وكان عدد الأسهم التي تم الاكتتاب فيها ٤٠٠٠٠٠٠ سهم، فاوجد :

أ) عدد الأسهم المخصصة لشخص اكتتب بعدد ٨٠٠٠٠ سهم .

ب) عدد الأسهم التي اكتتب فيها شخص علما بأن الأسهم المخصصة له تساوي ٢٠٠٠٠ سهم .

جـ) قيمة الاسهم المطروحة للاكتتاب.

١٤) قدم تاجر في أول مارس كمبيالة لأحد البنوك قيمتها الاسمية ١٠٠٠٠ ريال تستحق الدفع في ٢٤ ابريل من نفس العام ، فإذا اخذ البنك ٦٪ كخصم تجاري، و ١٪ كعمولة ، ومصاريف تحصيل نصف في الألف ، بحد أدنى ٠,٥٠٠ ريال ، فأوجد صافي قيمة هذه الكمبيالة .

١٥) سند قيمته الاسمية ٥٠٠ ريال يستهلك في نهاية ١٠ سنوات بمعدل فائدة سنوية ١٠٪ ، احسب ثمن شراء السند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق ١٢٪ سنويا في الحالات التالية :

أ) السند يستهلك بنفس قيمته الاسمية .

ب) السند يرد بعلاوة قدرها ١٠٪ .

جـ) السند يرد بخصم قدره ١٠ ٪ .

تم بحمد الله

رقم الإيداع : /٢٠٠٥م

عزيزي الطالب :

محافظتك على كتابك المدرسي تجنبك دفع قيمته عند التلف.

www.moe.gov.om