المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

المركز الوطني لتطوير المناهج
National Center for Curriculum Development

# الرياضيات

10
الصف العاشر

الفصل الدراسي الأول

كتاب
التمارين

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

المركز الوطني لتطوير المناهج
National Center for Curriculum Development

# الرياضيات

## الصف العاشر - كتاب التمارين

## الفصل الدراسي الأول

10

منهاجي
متعة التعليم الهادف

**فريق التأليف**

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

يوسف سليمان جرادات  إبراهيم عقله القادري  هيثم زهير مرشود

نثين أحمد جوهر (منسقًا)

**الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج**

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237  06-5376266  P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor  feedback@nccd.gov.jo  www.nccd.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هذا الكتـاب في مدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاءً على قـرار المجلس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطويـر المناهج في جلسـته رقـم (2020/4)، تاريـخ 2020/6/11 م، وقرار مجلس التربيـة والتعليم رقـم (2020/57) تاريـخ 2020/6/24 م بـدءًا مـن العام الـدراسي 2020 / 2021 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2020.
- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

**ISBN: 978 - 9923 - 41 - 361 - 6**

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2022/4/2052)

375.001

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيـات: الصـف العاشـر: كتاب التماريـن ( الفصل الدراسـي الأول)/ المركز الوطنـي لتطوير المناهـج. –ط2؛ مزيدة ومنقحة.– عمـان: المركز، 2022

(31) ص.

ر.إ.: 2022/4/2052

**الواصفات: / الرياضيات/ / التعليم الاعدادي/ / المناهج/**

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise , without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.
British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

**الطبعة الأولى (التجريبية)** 1441 هـ / 2020 م
**أعيدت طباعته** 2021 م – 2022 م

**أعزّاءنا الطلبة ...**

يحتوي هذا الكتاب تمارين متنوعة أعدت بعناية لتغنيكم عن استعمال مراجع إضافية، وهي استكمال للتمارين الواردة في كتاب الطالب، وتهدف إلى مساعدتكم على ترسيخ المفاهيم التي تتعلمونها في كل درس، وتنمي مهارتكم الحسابية.

قد يختار المعلم/ المعلمة بعض تمارين هذا الكتاب واجبًا منزليًّا، ويترك لكم البقية لتحلوها عند الاستعداد للاختبارات الشهرية واختبارات نهاية الفصل الدراسي.

تساعدكم الصفحات التي عنوانها (أستعد لدراسة الوحدة) في بداية كل وحدة على مراجعة المفاهيم التي درستموها سابقًا؛ مما يعزز قدرتكم على متابعة التعلم في الوحدة الجديدة بسلاسة ويسر.

يوجد فراغ كافٍ إزاء كل تمرين لكتابة إجابته، وإذا لم يتسع هذا الفراغ لخطوات الحل جميعها فيمكنكم استعمال دفتر إضافي لكتابتها بوضوح.

متمنين لكم تعلمًا ممتعًا وميسّرًا.

**المركز الوطني لتطوير المناهج**

منهاجي
متعة التعليم الهادف

# قائمةُ المحتوياتِ

## الوحدةُ 1 الأسسُ والمعادلاتُ


**أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ** ..... **6**

**الدرسُ 1** حَلُّ نظامٍ مُكوَّنٍ منْ معادلةٍ خطِّيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ ..... 8

**الدرسُ 2** حَلُّ نظامٍ مُكوَّنٍ منْ معادلتيْنِ تربيعيتيْنِ ..... 9

**الدرسُ 3** تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ ..... 10

**الدرسُ 4** حَلُّ المعادلةِ الأُسِّيَّةِ ..... 11


## الوحدةُ 2 الدائرةُ


**أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ** ..... **12**

**الدرسُ 1** أوتارُ الدائرةِ، وأقطارُها، ومماسّاتُها ..... 14

**الدرسُ 2** الأقواسُ والقطاعاتُ الدائريةُ ..... 15

**الدرسُ 3** الزوايا في الدائرةِ ..... 16

**الدرسُ 4** معادلةُ الدائرةِ ..... 17

**الدرسُ 5** الدوائرُ المتماسَّةُ ..... 18



منهاجي
متعة التعليم الهادف

# قائمةُ المحتوياتِ

## الوحدةُ 3 حسابُ المثلثاتِ


أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ ..... **19**

الدرسُ 1 النسبُ المثلثيةُ ..... 21

الدرسُ 2 النسبُ المثلثيةُ للزوايا ضمنَ الدورةِ الواحدةِ ..... 22

الدرسُ 3 تمثيلُ الاقتراناتِ المثلثيةِ ..... 23

الدرسُ 4 حَلُّ المعادلاتِ المثلثيةِ ..... 24


## الوحدةُ 4 تطبيقاتُ المثلثاتِ


أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ ..... **25**

الدرسُ 1 الاتجاهُ منَ الشمالِ ..... 27

الدرسُ 2 قانونُ الجيوبِ ..... 28

الدرسُ 3 قانونُ جيوبِ التمامِ ..... 29

الدرسُ 4 استعمالُ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ مساحةِ المثلثِ ..... 30

الدرسُ 5 حَلُّ مسائلَ ثلاثيةِ الأبعادِ ..... 31



منهاجي
متعة التعليم الهادف

# الوحدةُ 1: الأسسُ والمعادلاتُ

أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمثالِ.

## • تحديدُ عددِ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ

أُحدِّدُ عددَ حلولِ كلٍّ منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

**1** $x^2 + 6x - 7 = 0$ **2** $x^2 - 4x + 4 = 0$ **3** $x^2 - 2x + 7 = 0$

**مثالٌ:** أُحدِّدُ عددَ حلولِ المعادلةِ الآتيةِ:

$$x^2 + x + 4 = 0$$

أحددُ قيمَ المعاملاتِ ثم أُعوِضُها في صيغةِ المميزِ:

$$a = 1, b = 1, c = 4$$

صيغةُ المميِّزِ $(\Delta)$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

بتعويضِ قِيَمِ المعاملاتِ والتبسيطِ

$$= 1^2 - 4(1)(4) = -15$$

قيمةُ المميِّزِ تُساوي 15− (سالبةٌ)، إذنْ: لا توجدُ حلولٌ حقيقيَّةٌ للمعادلةِ التربيعيَّةِ.

**أتذكَّرُ**

إذا كانت قيمةُ المميزِ موجبةً فإن للمعادلةِ التربيعيةِ حلَّانِ، وإذا كانت قيمةُ المميزِ صفرًا فإن للمعادلةِ التربيعيةِ حلًّا واحدًا فقط .

## • حلُ المعادلةِ التربيعيةِ بالقانونِ العامِ

أَحُلُّ المعادلاتِ الآتيةَ باستعمالِ القانونِ العامِ:

**4** $x^2 + x - 6 = 0$ **5** $x^2 + 4x - 1 = 0$ **6** $x^2 + 2x - 5 = 0$

**مثالٌ:** أَحُلُّ المعادلةَ: $x^2 + 4x - 12 = 0$ باستعمالِ القانونِ العامِ.

لحَلِّ المعادلةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ، أَجِدُ قيمَ المعاملاتِ:

$$a = 1, b = 4, c = -12$$

القانونُ العامُّ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويضِ والتبسيطِ

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2}$$

$$x = \frac{-4 - 8}{2} = -6 \ , \ x = \frac{-4 + 8}{2} = 2$$

إذنْ، حَلّا المعادلةِ هما: $x = -6, x = 2$

## • حلُ أنظمةِ المعادلاتِ الخطيةِ

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ:

**9** $2x - 4y = 1$
$5x - 10y = \frac{5}{2}$

**8** $x - 2y = 1$
$2x - 4y = -3$

**7** $4x + 3y = 11$
$2x + y = 5$

**مثالٌ:** أَحُلُّ النظامَ الآتيَ مُستعمِلًا طريقةَ التعويضِ:

$y = x - 3$ (1)
$3x - 2y = 10$ (2)

**الخطوةُ 1:** أُعوِّضُ المعادلةَ (1) في المعادلةِ (2)، ثمَّ أَحُلُّ المعادلةَ الناتجةَ.

$3x - 2(x-3) = 10$ بفكِّ الأقواسِ

$3x - 2x + 6 = 10$ بالتبسيطِ

$x = 4$ بالتبسيطِ

**الخطوةُ 2:** أُعوِّضُ قيمةَ المُتغيِّرِ $x$ في إحدى المعادلتيْنِ، ولتكنِ المعادلةَ (1) لإيجادِ قيمةِ $y$.

$y = 4 - 1 = 3$

إذنْ، حَلُّ النظامِ هوَ النقطةُ $(4, 3)$.

## • تبسيطُ المقاديرِ الأسيةِ

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

**12** $\frac{(54xy^3)^2}{7x^5y^4}$

**11** $\frac{6x^4y^3}{2xy}$

**10** $\frac{(3^{-2})(8^0)}{(3^{-3})(5^0)}$

**مثالٌ:** أكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ:

$\frac{(4 \times 3xy)^{11}}{2xp}$

$= \frac{4^{11} \times 3^{11} \times x^{11} \times y^{11}}{2xp}$ قوَّةُ حاصلِ الضربِ

$= \frac{2^{21} \times 3^{11} \times x^{10} \times y^{11}}{p}$ بكتابةِ $4^{11} = (2^2)^{11}$، والتبسيطِ

# الدرسُ 1

# حَلُّ نظامٍ مُكوَّنٍ منْ معادلةٍ خطِّيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ
# Solving a System of Linear and Quadratic Equations

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

**1** $y = 7x + 15$
$y = 3x^2 + 5x - 2$

**2** $y - x = 1$
$y = 2x^2 - 11x + 16$

**3** $y - x = 10$
$x^2 + y^2 = 50$

**4** $x + y = 20$
$x^2 - y^2 = 16$

**5** $y - x = 0$
$y = x^2 + 3x + 2$

**6** $y = 2x - 5$
$y = x^2 - 2x$

**7** $y = x - 1$
$y = x^2 - 3x + 2$

**8** $y - 2x = 1$
$y = 5x^2 + 4y - 1$

**9** $y - x + 1 = 0$
$y = x^2 + 3x$

**10** $y = 2$
$x^2 + y^2 = 4$

**11** $y - x = 1$
$y = x^2 + 6x + 8$

**12** $y = 2 - 3x$
$y = x^2 - 4x + 3$

**13** **حدائقُ:** حديقةٌ مستطيلةُ الشكلِ، طولُ قُطْرِها 30 m، ومحيطُها 84 m. أَجِدُ بُعْدَيْها.

**14** **سَجّادٌ:** اشترَتْ ليلي سَجّادةً مستطيلةَ الشكلِ، طولُ قُطْرِها $\frac{1}{2}\sqrt{34}$ m، ومحيطُها 8 m. أَجِدُ بُعْدَيْها.

**15** **ادِّخارٌ:** إذا كانَ الفرقُ بينَ المبلغِ الذي ادَّخرَتْهُ رزانُ والمبلغُ الذي ادَّخرَتْهُ أختُها هديلُ هوَ ديناريْنِ، وكانَ مجموعُ مربَّعَيْ ما معَهُما 74 دينارًا، فكمْ دينارًا ادَّخرَتْ كلٌّ منْهُما؟

**16** **نقودٌ:** قالَ مازنٌ إنَّ مجموعَ مالديَّ ولدى أخي منْ نقودٍ هوَ 7 دنانيرَ، وإنَّ الفرقَ بينَ مربَّعَيْ ما معَنا هوَ 7 دنانيرَ. كمْ دينارًا معَ مازنٍ وأخيهِ؟

**17** إذا كانَ المستقيمُ $y = 3x - 4$ يقطعُ المنحنى $y = x^2 - px + 4$ في نقطتيْنِ، فما قيمةُ $P$؟

الدرسُ 2

# حَلُّ نظامٍ مُكوَّنٍ منْ معادلتيْنِ تربيعيتيْنِ
# Solving a System of Two Quadratic Equations

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

1. $y = x^2 - 6x + 9$
   $y = x^2 - 3x$

2. $y - 3x^2 = x + 2$
   $y = -6x^2 + 7x$

3. $y = 0.5x^2 + 0.5x + 1$
   $y = -x^2 + 2x + 4$

4. $y = 2x^2 + 8x + 4$
   $y = x^2 + 2x + 4$

5. $y - x^2 = 0$
   $y + x^2 = 0$

6. $y = x^2 + x - 1$
   $y = 5 - x^2$

7. $y = x^2 + x + 2$
   $y + x^2 + 2 = 0$

8. $y = x^2 + 2x + 2$
   $y = -x^2 - 2x + 2$

9. $y = -x^2 + 2x + 2$
   $y = -x^2 - 2x + 2$

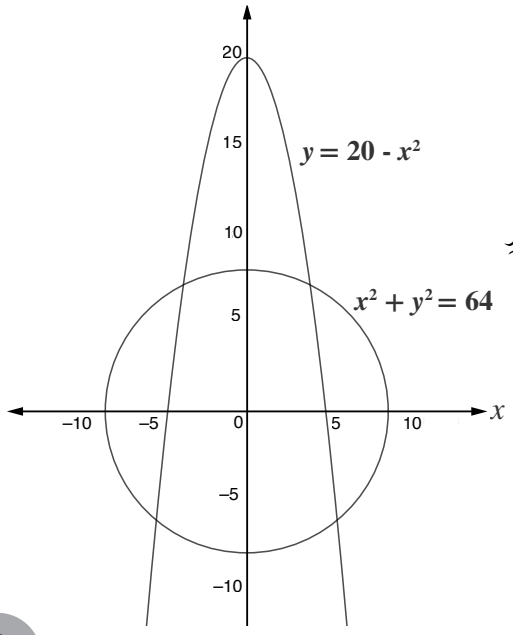
10. $y^2 = -x^2 + 4$
    $y = 0.5x^2 - 2$

11. $4y + 9x^2 = 25$
    $y - x^2 = 3x - 4$

12. $x^2 + y^2 = 16$
    $y^2 = (x - 3)^2$

13. **كرةٌ طائرةٌ:** في أثناءِ لعبِ ســاميةَ وهندَ كرةَ الطائرةِ، رمَتْ ســاميةُ الكرةَ على شكلِ منحنًى معادلتُهُ $y = -x^2 + 3$، ثمَّ رمَتْ هندُ الكرةَ على شكلِ منحنًى معادلتُهُ $y = -x^2 + 2x$ . أَجِدُ إحداثياتِ نقطةِ التقاءِ الكرتيْنِ.

14. **أبراجٌ:** أرادَ مركزُ حراسةٍ إيجادَ نقاطِ التقاطعِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ لتركيبِ أبراجِ مراقبةٍ عندها. أَجِدُ إحداثياتِ هذِهِ النقاطِ.




منهاجي
متعة التعليم الهادف

الدرسُ 3

# تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ
# Simplifying Exponential Expressions

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $16^{\frac{1}{4}}$
2. $36^{\frac{3}{2}}$
3. $32^{-\frac{3}{5}}$
4. $(81)^{\frac{1}{4}}$
5. $(-27)^{\frac{2}{3}}$
6. $(-64)^{\frac{2}{3}}$
7. $1^{-\frac{4}{9}}$
8. $25^{-\frac{3}{2}}$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

9. $y^{\frac{4}{3}} \times y^{-\frac{5}{2}}$
10. $z^{\frac{7}{2}} \times z^{-\frac{3}{4}}$
11. $\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{5}{2}}$
12. $\left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{7}{3}}$
13. $\dfrac{x^{\frac{2}{7}}}{x^{-\frac{3}{5}}}$
14. $\dfrac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{-\frac{1}{4}}}$
15. $\left(\dfrac{x}{y}\right)^{-\frac{3}{7}}$
16. $\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[5]{x^4}}$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

17. $\dfrac{8x^{-\frac{7}{2}}y^{\frac{1}{3}}}{2x^{\frac{5}{2}}y}$
18. $\dfrac{10xy^{-\frac{3}{4}}}{5x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{4}{3}}}$
19. $\dfrac{(4y^{-\frac{7}{3}}) \times (24xy^{\frac{3}{2}})}{(2x^{\frac{5}{3}}y)(y^{-\frac{5}{2}})}$
20. $\dfrac{(125y^{-\frac{2}{5}}) \times (10x^{\frac{2}{7}}y^{\frac{1}{5}})}{(5xy^{-\frac{5}{2}})(y^{-\frac{7}{5}})}$
21. $\sqrt[3]{2x^{27}y^{9}}$
22. $\sqrt{9x^{8}y^{4}}$

23. **بكتيريا:** تتضاعفُ عيِّنةُ بكتيريا مخبريةٍ 4 مَرّاتٍ كلَّ أسبوعٍ. إذا كانَ في العيِّنةِ 3500 خليةٍ بكتيريةٍ اليومَ، فكمْ يصبحُ عددُها بعدَ مرورِ 7 أسابيعَ؟

منهاجي
متعة التعليم الهادف

# حَلُّ المعادلةِ الأُسِّيَّةِ
# Solving Exponential Equation



أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1. $64 = (16)^{5x+7}$
2. $49 = (343)^{7x+1}$
3. $16^{2x+3} = 4^{x+1}$
4. $36^{3x-1} = 6^{x-2}$
5. $125^{x} = 5 \times \left(\frac{1}{25}\right)^{x}$
6. $81^{x} = 3 \times \left(\frac{1}{9}\right)^{x}$
7. $128^{5x-4} = \frac{2}{\sqrt{2}}$
8. $2^{x} = \frac{16^{2x}}{32^{x+1}}$
9. $\frac{3^{x+2}}{9^{1-x}} = \frac{27^{2-x}}{3^{1-x}}$
10. $\frac{25^{\frac{x}{2}}}{125^{-x}} = \frac{5^{3x+1}}{25^{x}}$
11. $\frac{8^{x-\frac{1}{3}}}{64^{\frac{2x}{3}}} = \frac{4^{\frac{x}{2}}}{32^{-x}}$
12. $\frac{100^{2-\frac{x}{2}}}{1000^{\frac{x}{3}}} = \frac{1000^{\frac{x}{3}-1}}{100^{\frac{5x}{2}}}$

13. **كهرباءُ:** تقاسُ شِـدَّةُ التيـارِ الكهربائيِّ بوحدةِ الأمبيرِ $A$. إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ شِـدَّةِ التيـارِ $I$ والزمنِ بالثواني $t$ هيَ: $I = 2^{-t}$، فبعدَ كمْ ثانيةً تصبحُ شِدَّةُ التيارِ $0.125\ A$؟

أَحُلُّ أنظمةَ المعادلاتِ الآتيةِ:

14. $125^{x} \times 25^{-y} = 625$
    $4^{x} \times 2^{y} = 8$
15. $16^{x} \times 2^{3y} = 2048$
    $49^{x} \times 7^{y} = 16807$
16. $25^{x} \times 5^{y} = 125$
    $4^{2x} \times 2^{2y} = 64$
17. $27^{x} \times 9^{2y} = 81$
    $2^{5x} \times 32^{y} = 128$

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الأُسّيّةِ الآتيةِ بيانيًّا:

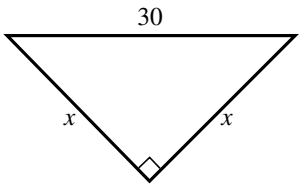
18. $\left(\frac{1}{2}\right)^{7x+1} = -9$
19. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+3} = 10$
20. $2^{x+6} = 2x + 15$
21. $3x - 2 = 5^{x-1}$

# الوحدةُ 2: الدائرةُ

**أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمثالِ.**

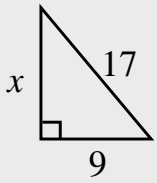
## • نظريةُ فيثاغورس

**1** أَجِدُ قيمةَ $x$ في الشكلِ الآتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ:




**2** **نجارةٌ:** صنعَ فيصلٌ بابًا لمزرعتِهِ مستطيلَ الشكلِ، وقدْ بلغَ عرضُهُ 1.2 m وارتفاعُهُ 2.5 m، ثمَّ أرادَ تدعيمَ البابِ بوضعِ قطعةٍ خشبيةٍ رفيعةٍ تمتدُّ بينَ زاويتيْنِ متقابلتيْنِ فيهِ. ما طولُ هذهِ القطعةِ الإضافيةِ؟

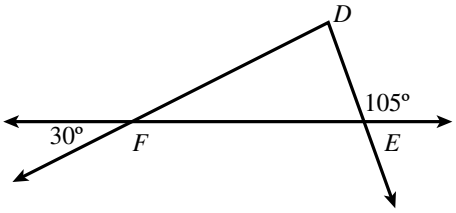
**مثالٌ: أَجِدُ قيمةَ $x$ في الشكلِ الآتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ:**



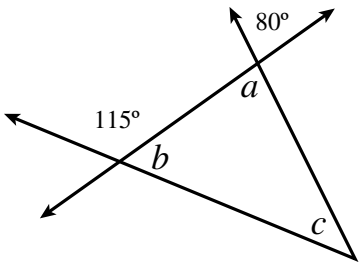

| | |
|---|---|
| $x^2 = 17^2 - 9^2$ | نظريةُ فيثاغورس |
| $= 289 - 81$ | بالتبسيطِ |
| $= 208$ | بالتبسيطِ |
| $x = \sqrt{208} = 14.4222$ | بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ |
| $\approx 14.4$ | بالتقريبِ إلى منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ |

## • علاقاتُ الزوايا

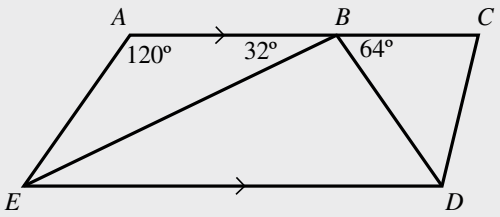
**3** ما نوعُ المثلثِ $DEF$ في الشكلِ الآتي، مُبرِّرًا إجابتي؟




**4** أَجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ: $a$، وَ $b$، وَ $c$ في الشكلِ الآتي:



**مثالٌ:** إذا كانَ $ED \parallel AC$، فأَجِدُ قياسَ الزوايا الآتيةِ:
***EBD, AEB, DEB***




$m\angle EBD = 180^\circ - 32^\circ - 64^\circ = 84^\circ$ — مجموعُ الزوايا المتجاورةِ على مستقيمٍ هوَ $180^\circ$

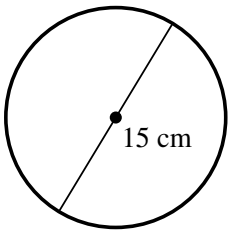
$m\angle AEB = 180^\circ - 32^\circ - 120^\circ = 28^\circ$ — مجموعُ قياسِ زوايا المثلثِ $ABE$ هوَ $180^\circ$

$m\angle DEB = m\angle ABE = 32^\circ$ — زاويتانِ داخليتانِ متبادلتانِ

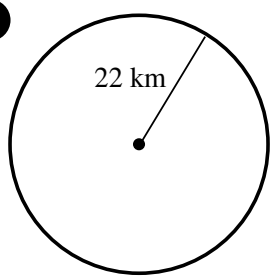
## • محيطُ الدائرةِ ومساحتها

**أجدُ محيطَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، ثمَّ أجدُ مِساحتَها. أُقرِّبُ إجابَتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ:**

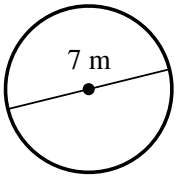
**5**



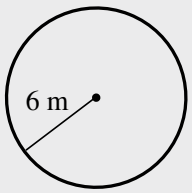

**6**




**7**




**مثالٌ:** أجدُ محيطَ الدائرةِ المرسومةِ جانبًا، ثمَّ أجدُ مساحتها. أُقرِّبُ إجابَتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ:




$P = 2\pi r$ — صيغةُ محيطِ الدائرةِ

$\approx 2 \times 3.14 \times 6$ — أُعوِّضُ $\pi \approx 3.14$ و $r = 6$

$\approx 37.7$ — أجدُ الناتجَ

إذنْ، محيطُ الدائرةِ يُساوي 37.7 m تقريبًا.

$A = \pi r^2$ — صيغةُ مِساحةِ الدائرةِ

$\approx 3.14 \times 6^2$ — أُعوِّضُ $\pi \approx 3.14$ و $r = 6$

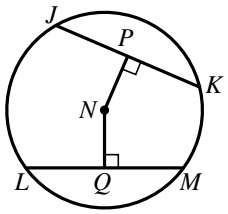
$\approx 113$ — أجدُ الناتجَ

إذنْ، مِساحةُ الدائرةِ تُساوي $113\ m^2$ تقريبًا.

# أوتارُ الدائرةِ، وأقطارُها، ومماسّاتُها
# Chords, Diameters and Tangents of a Circle

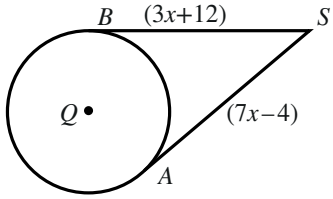


يُمثِّلُ $N$ مركزَ الدائرةِ في الشكلِ المجاورِ. إذا كانَ $JK = LM = 24$ cm ، وكانَ $NP = 9$ cm ، فأَجِدُ:



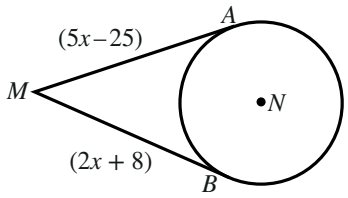

1. طولَ $\overline{NQ}$ .
2. طولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ.

$\overline{SB}$ ، وَ $\overline{SA}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها $Q$. إذا كانَ طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ 10 cm، فأَجِدُ:

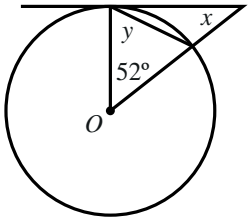



3. قيمةَ $x$ .
4. طولَ $\overline{QS}$.

$\overline{MB}$ ، وَ $\overline{MA}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها $N$. إذا كانَ $MN = 34$ cm ، فأَجِدُ:

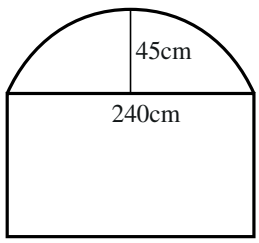



5. قيمةَ $x$ .
6. طولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ.




7. يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ مماسًّا لدائرةٍ مركزُها $O$. أَجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ $x$، وَ $y$.

نافذةٌ على شكلِ مستطيلٍ طولُها 240 cm، يعلو المستطيلَ قوسٌ منْ دائرةٍ كما في الشكلِ المجاورِ. إذا كانَ ارتفاعُ منتصفِ القوسِ عنْ منتصفِ الضلعِ العلويِّ منَ المستطيلِ 45 cm، فأَجِدُ:



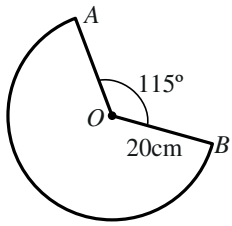

8. طولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ التي كانَ القوسُ جزءًا منْها.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

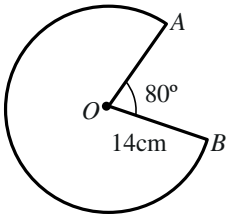
الدرسُ 2

# الأقواسُ والقطاعاتُ الدائريةُ
# Arcs and Sectors

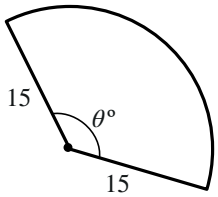
1. أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ إذا كانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 120°، وطولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ 21 cm.
2. أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ إذا كانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 135°، وطولُ قُطْرِ الدائرةِ 14 cm.
3. إذا كانَتْ مساحةُ قطاعٍ دائريٍّ $35\ \text{cm}^2$، وكانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 72°، فما طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ؟
4. إذا كانَتْ مساحةُ قطاعٍ دائريٍّ $60\ \text{cm}^2$، وكانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 45°، فما طولُ قُطْرِ الدائرةِ؟
5. أَجِدُ محيطَ القطاعِ الدائريِّ الآتي.



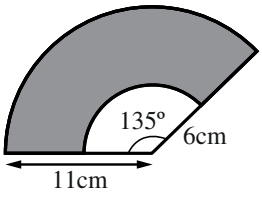

6. أَجِدُ محيطَ القطاعِ الدائريِّ الآتي.




7. إذا كانَتْ مساحةُ القطاعِ الدائريِّ المجاورِ $200\ \text{cm}^2$، فما قيمةُ $\theta$؟




8. أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المُظلَّلةِ في الشكلِ المجاورِ.



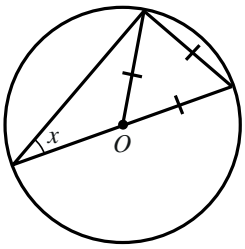

9. **علومٌ:** وُضِعَتْ كرةٌ طولُ قُطْرِها 15cm على بُعْدٍ أفقيٍّ يساوي $x$ مِنْ عينِ آلاءَ. إذا كانَ طولُ خطِّ البصرِ الواصلِ بينَ مركزِ العينِ وأبعدِ نقطةٍ على الكرةِ يُمكِنُ أنْ تراها آلاءُ هوَ 40cm، فما قيمةُ $x$؟

# الدرسُ 3

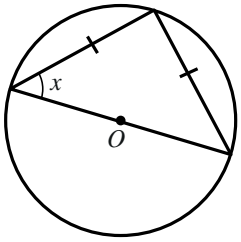
# الزوايا في الدائرةِ
# Angles in a Circle

**إذا كانَتِ النقطةُ $O$ هيَ مركزَ الدائرةِ، فما قيمةُ $x$ في كلٍّ منَ الشكليْنِ الآتييْنِ؟**

**1**

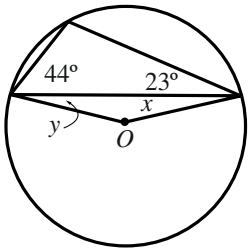



**2**

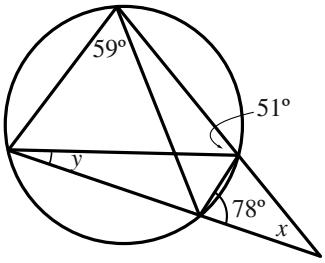



**أَجِدُ قياسَ الزوايا المشارِ إليْها بأحرفٍ في ما يأتي (أفترضُ أنَّ $O$ هيَ مركزُ الدائرةِ):**

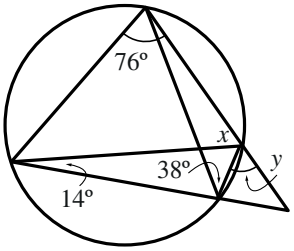
**3**



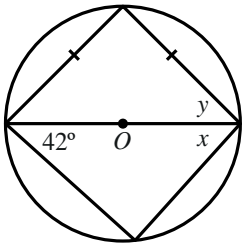

**4**



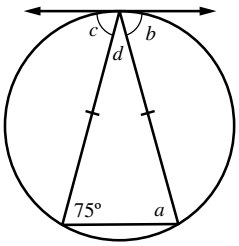

**5**



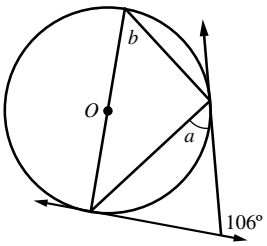

**6**



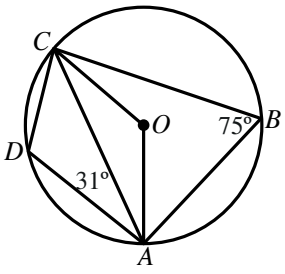

**7**



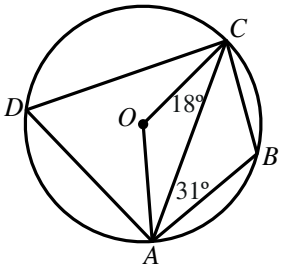

**8**




**9** تقــعُ النقــاطُ: $A$، وَ$B$، وَ$C$، وَ $D$ على دائرةٍ مركزُها $O$. اعتمادًا على القياســاتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ، أَجِدُ قياسَ كلٍّ منَ الزاويتيْنِ $OCA$، وَ $DCA$ .




**10** تقعُ النقــاطُ: $A$، وَ$B$، وَ$C$، وَ $D$ على دائرةٍ مركزُها $O$. اعتمادًا على القياســاتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ، أَجِدُ قياسَ كلٍّ منَ الزاويتيْنِ $OAC$، وَ $BCA$ .



الدرسُ 4

# معادلةُ الدائرةِ
# Equation of a Circle

**أكتبُ بالصورةِ القياسيةِ معادلةَ الدائرةِ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:**

1. دائرةٌ مركزُها النقطةُ (4– ,2)، وطولُ نصفِ قُطْرِها 6 وحداتٍ.
2. دائرةٌ مركزُها النقطةُ (1– ,3–)، وطولُ نصفِ قُطْرِها 4 وحداتٍ.
3. دائرةٌ مركزُها النقطةُ (2, 0)، وتمرُّ بالنقطةِ (5, 10).
4. دائرةٌ مركزُها النقطةُ (7, 3)، وتمرُّ بالنقطةِ (3, 1–).
5. دائرةٌ تُمثِّلُ النقطتانِ $A(11, -4)$, $B(5, 6)$ نهايتَيْ قُطْرٍ فيها.
6. دائرةٌ تُمثِّلُ النقطتانِ $S(4,12)$, $T(6 , -8)$ نهايتَيْ قُطْرٍ فيها.

**أَجِدُ إحداثيَّيِ المركزِ، وطولَ نصفِ القُطْرِ لكلِّ دائرةٍ في ما يأتي:**

7. $(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 169$
8. $3x^2 + 3y^2 + 12x - 36y - 72 = 0$
9. $x^2 + (y - 7)^2 = 225$
10. $2x^2 + 2y^2 - 20x - 16y + 10 = 0$

11. أَجِدُ طولَ المماسِّ المرسومِ منَ النقطةِ $T(8,7)$، الذي يمسُّ الدائرةَ التي معادلتُها $(x +5)^2 + (y - 3)^2 = 41$.

12. تُمثِّلُ النقاطُ: $A(-5, -2)$، وَ $B(7, -8)$، وَ $C( 3, -16)$ مواقعَ 3 أبراجِ اتصالاتٍ. أَجِدُ موقعَ البرجِ الرابعِ الذي يبعدُ المسافةَ نفسَها عنِ الأبراجِ الثلاثةِ، ثمَّ أكتبُ معادلةَ الدائرةِ التي تقعُ عليْها الأبراجُ الثلاثةُ.

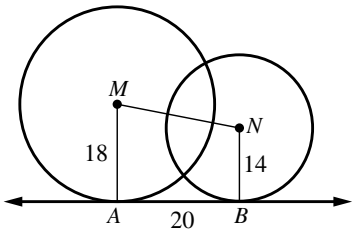
الدرسُ 5

# الدوائرُ المتماسَّةُ
# Tangent Circles

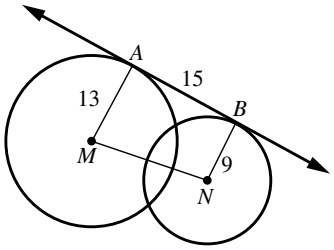
1. كمْ مماسًّا مشتركًا داخليًّا يُمكِنُ أنْ أرسمَ لدائرتيْنِ متماسَّتيْنِ منَ الداخلِ؟

2. كمْ مماسًّا مشتركًا خارجيًّا يُمكِنُ أنْ أرسمَ لدائرتيْنِ متقاطعتيْنِ؟

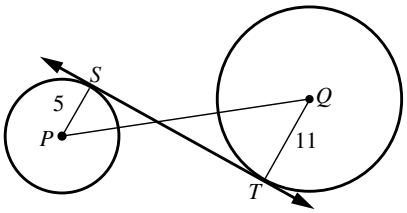
3. إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ مماسًّا مشتركًا للدائرتيْنِ في الشكلِ المجاورِ، فما المسافةُ بينَ مركزَيِ الدائرتيْنِ باستعمالِ القياساتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ؟




4. إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ مماسًّا مشتركًا للدائرتيْنِ في الشكلِ المجاورِ، فما المسافةُ بينَ مركزَيِ الدائرتيْنِ باستعمالِ القياساتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ؟




5. إذا كانَ $\overleftrightarrow{ST}$ مماسًّا مشتركًا للدائرتيْنِ في الشكلِ المجاورِ، وكانَ $PQ = 34$ cm، فما طولُ $\overleftrightarrow{ST}$؟




6. رُسِمَتْ دائرتانِ، الأولى مركزُها $M$، وطولُ نصفِ قُطْرِها 25 cm، والثانيةُ مركزُها $N$، وطولُ نصفِ قُطْرِها 36 cm، والمسافةُ بينَ مركزيْهِما 61 cm، ورُسِمَ لهُما مماسٌّ مشتركٌ، مَسَّ الصغرى في النقطةِ $A$، ومَسَّ الكبرى في النقطةِ $B$. ما نوعُ الشكلِ الرباعيِّ $AMNB$؟ ما أطوالُ أضلاعِهِ؟

7. رُسِمَتْ دائرتانِ، الأولى مركزُها $P$، وطولُ نصفِ قُطْرِها 12 cm، والثانيةُ مركزُها $Q$، وطولُ نصفِ قُطْرِها 27 cm، والمسافةُ بينَ مركزيْهِما 39 cm، ورُسِمَ لهُما مماسٌّ مشتركٌ، مَسَّ الصغرى في النقطةِ $R$، ومَسَّ الكبرى في النقطةِ $S$. ما نوعُ الشكلِ الرباعيِّ $RPQS$؟ ما أطوالُ أضلاعِهِ؟

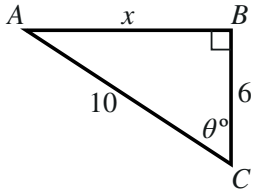
# الوحدةُ 3: حسابُ المثلثاتِ

أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمثالِ.

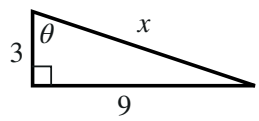
## • النسبُ المثلثيةُ للزوايا الحادةِ

أَجِدُ قيمةَ $x$ في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي، ثمَّ أَجِدُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ للزاويةِ $\theta$:

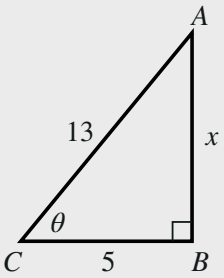
**1**




**2**




**مثالٌ:** أَجِدُ قيمةَ $x$ في الشكلِ الآتي، ثمَّ أَجِدُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ للزاويةِ $\theta$:




| | |
|---|---|
| نظريةُ فيثاغورس | $(AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$ |
| بالتعويضِ | $13^2 = 5^2 + AB^2$ |
| بالتبسيطِ | $169 = 25 + AB^2$ |
| بطرحِ 25 | $169 - 25 = AB^2$ |
| بالتبسيطِ | $AB^2 = 144$ |
| بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفيْنِ | $AB = 12$ |

$$\sin\theta = \frac{12}{13},\ \cos\theta = \frac{5}{13},\ \tan\theta = \frac{12}{5}$$

## • تمثيلُ الاقتراناتِ بيانياً

أُمثِّلُ كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي في المستوى الإحداثيِّ:

**3** $y = 2x + 3$

**4** $y = 4 - 3x$

**5** $y + x = 10$

**6** $y = x^2$

**7** $y = 3x - x^2$

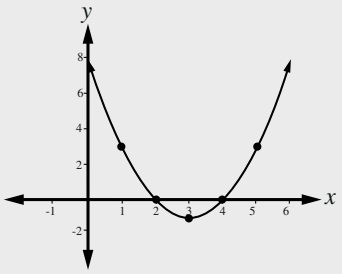
**8** $y = x^2 - 2x - 3$

**مثالٌ:** أُمثِّلُ الاقترانَ الآتيَ: $y = x^2 - 6x + 8$ في المستوى الإحداثيِّ:

**الخطوةُ 1:** أُنشِئُ جدولَ قيمٍ كالآتي.

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 3 | 0 | –1 | 0 | 3 |
| $(x, y)$ | (1, 3) | (2, 0) | (3, –1) | (4, 0) | (5, 3) |

**الخطوةُ 2:** أُعيِّنُ النقاطَ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أَصِلُ بيْنَها بمنحنًى.




## • حلُ المعادلاتِ

أَحُلُّ المعادلاتِ الآتيةَ:

**9** $2x + 3 = 11$

**10** $5x - 4 = 10 - 2x$

**11** $2(3-2x) + 5 = x - 7$

**12** $3x^2 - 12x = 0$

**13** $2x^2 - 5x - 3 = 0$

**14** $x^2 - 9 = 0$

**مثالٌ:** أحلُّ المعادلةَ $9x^2 - 6x = 8$

| | |
|---|---|
| المعادلةُ الأصليَّةُ | $9x^2 - 6x - 8 = 0$ |
| بالتحليلِ إلى العواملِ | $(3x + 2)(3x - 4) = 0$ |
| خاصيَّةُ الضربِ الصفريِّ | $3x + 2 = 0,\ 3x - 4 = 0$ |
| بإيجادِ قيمةِ $x$ | $x = \frac{-2}{3}\ ,\ x = 1\frac{1}{3}$ |

إذنْ، حلّا المعادلةِ هُما $1\frac{1}{3}$ و $\frac{-2}{3}$

الدرسُ 1

# النسبُ المثلثيةُ
# Trigonometric Ratios

أرسمُ الزوايا الآتيةَ في الوضعِ القياسيِّ:

1. $170°$
2. $240°$
3. $315°$
4. $85°$

أُحدِّدُ الربعَ الذي يقعُ فيهِ ضلعُ انتهاءِ كلِّ زاويةٍ ممّا يأتي إذا رُسِمَتْ في الوضعِ القياسيِّ:

5. $245°$
6. $275°$
7. $130°$
8. $26°$

أَجِدُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ للزاويةِ $\theta$ إذا قَطعَ ضلعُ انتهائِها في الوضعِ القياسيِّ دائرةَ الوحدةِ في النقطةِ:

9. $P(0, -1)$
10. $P(1, 0)$
11. $P\left(\frac{8}{17}, -\frac{15}{17}\right)$
12. $P\left(\frac{-60}{61}, \frac{-11}{61}\right)$

أُحدِّدُ الربعَ (أوِ الأرباعَ) الذي يقعُ فيهِ ضلعُ انتهاءِ الزاويةِ $\theta$ في الوضعِ القياسيِّ إذا كانَ:

13. $\sin\theta < 0$
14. $\cos\theta < 0$
15. $\cos\theta < 0 , \tan\theta > 0$
16. $\tan\theta < 0 , \cos\theta < 0$

أَجِدُ النسبتيْنِ المثلثتيْنِ الأساسيتيْنِ الباقيتيْنِ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

17. $\cos\theta = -\frac{1}{12} , 90° < \theta < 180°$
18. $\tan\theta = -2 , -1 < \sin\theta < 0$
19. $\sin\theta = 0.6 , \tan\theta < 0$
20. $\cos\theta = 0.45 , 270° < \theta < 360°$

جلسَ زيدٌ في لعبةِ الدولابِ على المقعدِ الذي تُمثِّلُهُ النقطةُ $(1, 0)$ على دائرةِ الوحدةِ. إذا كانَ الدولابُ يدورُ عكسَ حركةِ عقاربِ الساعةِ، ويُكمِلُ دورةً واحدةً في دقيقتيْنِ:

21. فما إحداثيا النقطةِ على دائرةِ الوحدةِ التي تُمثِّلُ مقعدَ زيدٍ بعدَ 60 ثانيةً؟
22. فما إحداثيا النقطةِ على دائرةِ الوحدةِ التي تُمثِّلُ مقعدَ زيدٍ بعدَ 90 ثانيةً؟

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الدرسُ 2

# النسبُ المثلثيةُ للزوايا ضمنَ الدورةِ الواحدةِ
# Trigonometric Ratios for Angles between 0° and 360°

أَجِدُ الزاويةَ المرجعيةَ لكلٍّ منَ الزوايا الآتيةِ:

1. 117°
2. 250°
3. 215°
4. 300°

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

5. sin 170°
6. tan 230°
7. cos 250°
8. tan 310°

أَجِدُ القيمةَ الدقيقةَ لكلٍّ ممّا يأتي (منْ دونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ):

9. cos 135°
10. sin 240°
11. tan 315°
12. sin 210°

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

13. $\sin 40^\circ + \sin 130^\circ + \sin 220^\circ + \sin 310^\circ$
14. $\sin 60^\circ - \sin 120^\circ + \sin 180^\circ - \sin 240^\circ + \sin 300^\circ - \sin 360^\circ$

أَجِدُ في كلٍّ ممّا يأتي زاويةً أُخرى بينَ $0^\circ$ وَ $360^\circ$، لها نسبةُ الجيبِ نفسُها، مثلَ الزاويةِ المعطاةِ:

15. 80°
16. 146°
17. 215°
18. 306°

أَجِدُ في كلٍّ ممّا يأتي زاويةً أُخرى بينَ $0^\circ$ وَ $360^\circ$، لها نسبةُ جيبِ التمامِ نفسُها، مثلَ الزاويةِ المعطاةِ:

19. 10°
20. 125°
21. 208°
22. 311°

أَجِدُ في كلٍّ ممّا يأتي قيمةَ (أَوْ قيمَ) $\theta$، علمًا بأنَّ $0^\circ \le \theta \le 360^\circ$:

23. $\sin\theta = 0.75$
24. $\cos\theta = 0.65$
25. $\tan\theta = -1$
26. $\sin\theta = -0.87$
27. $\sin\theta = 0.812$
28. $\tan\theta = -\frac{2}{3}$
29. $\cos\theta = -0.25$
30. $\tan\theta = 5$

31. **ألعابٌ:** في دولابِ مدينةِ الألعابِ يُعطى ارتفاعُ الراكبِ عنِ الأرضِ بعدَ $x$ دقيقةٍ منْ بدءِ الدورانِ بالعلاقةِ: $h = 14.5 - 12.5\cos(36x)$، حيثُ $h$ الارتفاعُ عنْ سطحِ الأرضِ بالأمتارِ. أَجِدُ ارتفاعَ الراكبِ بعدَ 7.5 دقائقَ منْ بدءِ الدورانِ.

32. **حسابٌ فَلَكيٌّ:** يُقدَّرُ في إحدى المدنِ عددُ ساعاتِ النهارِ $y$ في كلِّ يومٍ منْ أيامِ السنةِ حسبَ رقمِ اليومِ $d$ منَ السنةِ بالعلاقةِ: $y = 3\sin(d - 81) + 12$. ما عددُ ساعاتِ النهارِ في هذهِ المدينةِ يومَ الأولِ منْ شهرِ آبَ (اليومُ رقمُ 213)؟

الدرسُ 3

# تمثيلُ الاقتراناتِ المثلثيةِ
# Graphing Trigonometric Functions

**أرسمُ منحنى كلٍّ ممّا يأتي في الفترةِ المعطاةِ، مُحدِّدًا الفترةَ التي يكونُ فيها الاقترانُ موجبًا، والفترةَ التي يكونُ فيها سالبًا:**

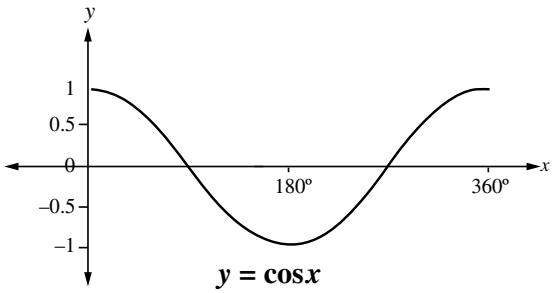
**1** $y = \sin x,\ 90^\circ \le x \le 180^\circ$

**2** $y = \cos x,\ 0^\circ \le x \le 180^\circ$

**3** $y = \tan x,\ 0^\circ \le x \le 180^\circ$

**4** أرسمُ الاقترانيْنِ $y = \sin x$، وَ $y = \cos x$ في الفترةِ $[0^\circ, 360^\circ]$ على المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ. ماذا أُلاحِظُ على المنحنييْنِ؟

**5** أستعملُ التمثيلَ البيانيَّ الآتيَ لأَجِدَ قيمَ: $a$، وَ $b$، وَ $c$، وَ $d$:



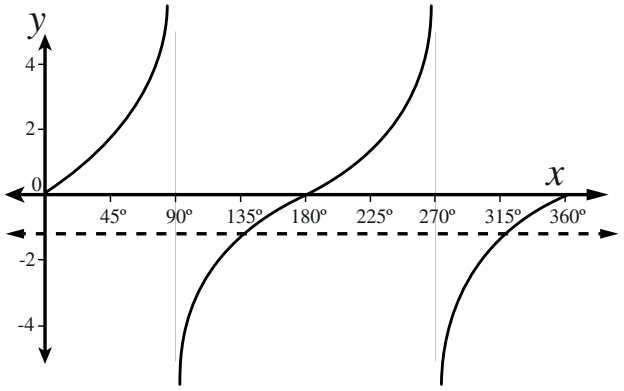

$y = \cos x$

$\cos 0^\circ = \cos a^\circ$
$\cos 30^\circ = \cos b^\circ$
$\cos 45^\circ = \cos c^\circ$
$\cos 90^\circ = \cos d^\circ$

**يظهرُ في الشكلِ الآتي التمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ $y = \tan x$ في الفترةِ $[0^\circ, 360^\circ]$. أستعملُ الشكلَ لأَجِدَ:**

**6** قيمتيْنِ للمُتغيِّرِ $x$ يكونُ عندَهُما $\tan x = -1$.

**7** قيمَ المُتغيِّرِ $x$ التي يكونُ عندَها $\tan x = 0$.



الدرسُ 4

# حَلُّ المعادلاتِ المثلثيةِ
# Solving Trigonometric Equations

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ المثلثيةِ الآتيةِ في الفترةِ $[0^\circ, 360^\circ]$:

1. $\sin x = \frac{1}{3}$
2. $\tan x = \sqrt{3}$
3. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
4. $\cos x = -\frac{1}{2}$
5. $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
6. $2\sin x + 3 = 1$
7. $\sqrt{2}\cos x + 1 = 2$
8. $\sqrt{3}\tan x + 4 = 1$
9. $3\tan x + 2 = 7 - 2\tan x$
10. $5 - 3\sin x = \sin x + 1$
11. $2(3\sin x + 1) + 2 = 4\sin x + 5$
12. $3(2 - \cos x) + 4 = 5\cos x + 2$
13. $3 + 2\cos(3x) = 1\ ,\ 0^\circ < x < 120^\circ$
14. $5 + 2\tan(4x) = 7\ ,\ 0^\circ < x < 90^\circ$
15. $4\sin x \cos x + 3\sin x = 0$
16. $2\cos x \sin x = \cos x$
17. $4\sin^2 x = 1$
18. $\tan^2 x - 9 = 0$
19. $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$
20. $3\sin^2 x + 5\sin x + 2 = 0$
21. $2\tan^2 \theta - 5\tan \theta - 3 = 0$
22. $6\sin^2 x + 7\sin x - 3 = 0$
23. $9\cos^2 x - 9\cos x + 2 = 0$
24. $\tan^2 \theta + 4\tan \theta - 12 = 0$

25. **قياساتٌ:** يرتكزُ سُلَّمٌ طولُهُ 5 m على أرضٍ أفقيةٍ وحائطٍ رأسيٍّ. إذا كانَ أسفلُ السُّلَّمِ يبعدُ 1.5 m عنِ الحائطِ، فما ارتفاعُ رأسِ السُّلَّمِ عنِ الأرضِ؟ ما قياسُ الزاويةِ التي يصنعُها السُّلَّمُ معَ الأرضِ؟

26. **ساريةٌ:** رصدَ سامرٌ قمَّةَ ساريةِ علمٍ ارتفاعُها عنِ الأرضِ 12 m منْ نقطةٍ على الأرضِ تبعدُ 30 m عنْ قاعدةِ الساريةِ. إذا كانَ طولُ سامرٍ 1.75 m، فما قياسُ الزاويةِ التي ينظرُ فيها سامرٌ إلى قمَّةِ الساريةِ؟

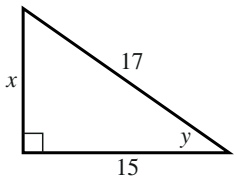
# الوحدةُ 4: تطبيقاتُ المثلثاتِ

أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمثالِ.

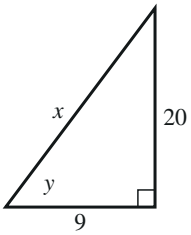
## • النسبُ المثلثيةُ للزوايا الحادةِ

أَجِدُ قياساتِ الزوايا وأطوالَ الأضلاعِ المجهولةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

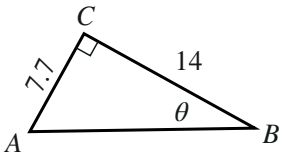
**1**



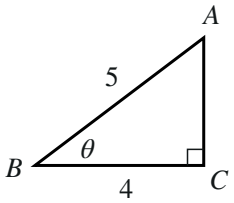

**2**



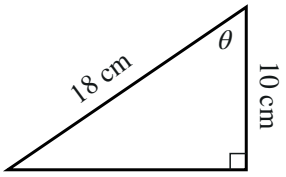

**3**



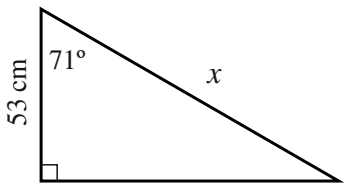

**4**



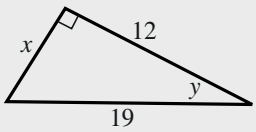

**5**




**6**




**مثالٌ:** أَجِدُ قياسَاتِ الزوايا وطولَ الضلعِ المجهولِ في المثلثِ الآتي:




نظريةُ فيثاغورس

$x^2 = 19^2 - 12^2$

بالتبسيطِ

$= 361 - 144 = 217$

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفيْنِ

$x = \sqrt{217} \approx 14.7$

تعريفُ جيبِ التمامِ

$\cos y = \frac{12}{19}$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$y = \cos^{-1}(\frac{12}{19}) \approx 51°$

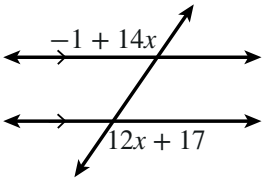
قياسُ الزاويةِ الثالثةِ في هذا المثلثِ:

$180° - 90° - 51° = 39°$

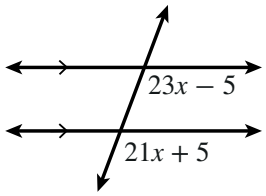
## الزوايا الناتجةِ عن مستقيمينِ متوازيينِ وقاطعٍ

أجِدُ قيمةَ $x$ و $y$ في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

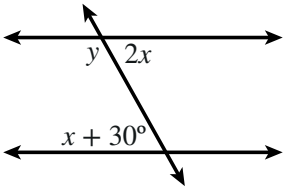
**7**



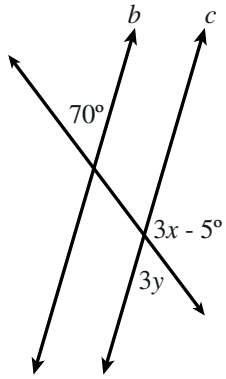

**8**



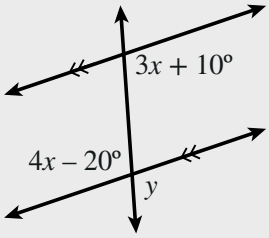

**9**




**10**




**مثالٌ:** أَجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ $x$ وَ $y$ في الشكلِ الآتي:

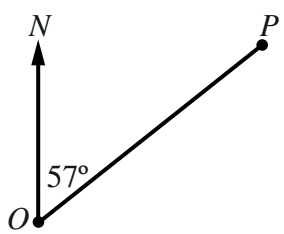


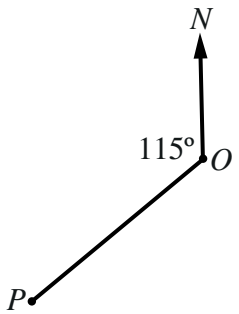

| | |
|---|---|
| $4x - 20^\circ = 3x + 10^\circ$ | زاويتانِ متبادلتانِ داخليتانِ |
| $x = 30^\circ$ | بإضافةِ $3x - 20^\circ$ إلى الطرفيْنِ |
| $y = 4x - 20^\circ$ | زاويتانِ متقابلتانِ بالرأسِ |
| $= 4(30^\circ) - 20^\circ$ | بالتعويضِ |
| $= 120^\circ - 20^\circ = 100^\circ$ | بالتبسيطِ |

الدرسُ 1

# الاتجاهُ منَ الشمالِ
# Bearing

أُحدِّدُ اتجاهَ النقطةِ $P$ منَ النقطةِ $O$ في كلٍّ ممّا يأتي:

1



2



3 إذا كانَ اتجاهُ النقطةِ $A$ منَ النقطةِ $B$ هوَ 154°، فما اتجاهُ النقطةِ $B$ منَ النقطةِ $A$؟

4 إذا كانَ اتجاهُ النقطةِ $P$ منَ النقطةِ $Q$ هوَ 235°، فما اتجاهُ النقطةِ $Q$ منَ النقطةِ $P$؟

5 أرسمُ شكلًا يُبيِّنُ مواقعَ النقاطِ: $A$، وَ$B$، وَ $C$ إذا كانَتْ $B$ شرقَ $A$، وكانَتْ $C$ على اتجاهِ 110° منْ $A$، وعلى اتجاهِ 230° منْ $B$.

6 أرسمُ شكلًا يُبيِّنُ مواقعَ النقاطِ: $A$، وَ$B$، وَ $C$ إذا كانَتْ $B$ شرقَ $A$، وكانَتْ $C$ على اتجاهِ 105° منْ $A$، وعلى اتجاهِ 135° منْ $B$.

7 أقلعَتْ طائرةٌ منَ المطارِ في اتجاهِ 050° ، وبعدَ أنْ قطعَتْ مسافةَ 16 km دارَتْ بزاويةِ 90° يسارًا، وقطعَتْ مسافةَ 37 km. ما اتجاهُ الطائرةِ الآنَ منَ المطارِ؟

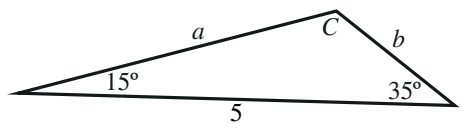
8 أبحرَتْ سفينةٌ منَ الميناءِ $P$ في اتجاهِ 120°، وبعدَ أنْ قطعَتْ مسافةَ 40 km دارَتْ بزاويةِ 90° يسارًا، وقطعَتْ مسافةَ 100 km. ما اتجاهُ السفينةِ الآنَ منَ الميناءِ $P$؟

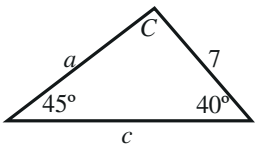
9 $ABC$ مثلثٌ مُتطابِقُ الأضلاعِ. إذا كانَ اتجاهُ $B$ منْ $A$ هوَ 050°، فما اتجاهُ $C$ منْ $B$؟

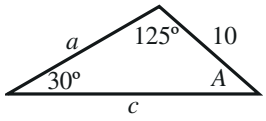
# قانونُ الجيوبِ
# Law of Sines

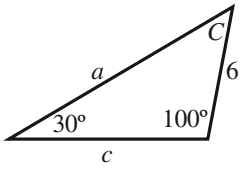


أَجِدُ القياسَ المجهولَ في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

1 


2 


3 


4 


أَجِدُ القياسَ المجهولَ في المثلثِ $ABC$ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

5 $a = 3, b = 2, A = 50°$

6 $A = 40°, B = 20°, a = 2$

7 $a = 2, c = 1, A = 120°$

8 $A = 70°, B = 60°, c = 4$

9 $b = 4, c = 6, B = 20°$

10 $A = 40°, B = 40°, c = 2$

11 **طائراتٌ:** رصــدَتْ كلٌّ منْ زينةَ وهناءَ طائرةً ورقيةً عندَ مرورِها فوقَ الخطِّ الواصــلِ بينَهُما، فكانَتْ زاويةُ ارتفاعِها منْ موقعِ زينةَ 35°، ومنْ موقعِ هناءَ 40°. إذا كانَتِ المسافةُ بينَ زينةَ وهناءَ 900 m، فما ارتفاعُ الطائرةِ؟

12 **قواربُ:** رصدَ طيّارُ القاربيْنِ $A$، وَ $B$ في البحــرِ عندَما مرَّتْ طائرتُهُ فوقَ الخطِّ الواصلِ بينَهُما، فكانَتْ زاويةُ انخفاضِ القــاربِ الأولِ 44°، وزاويةُ انخفاضِ القاربِ الثاني 37°. إذا كانَتِ المســافةُ بينَ القاربيْنِ 7 km، فما ارتفاعُ الطائرةِ عنْ سطحِ البحرِ؟

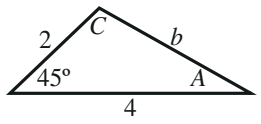
منهاجي
متعة التعليم الهادف

الدرسُ 3

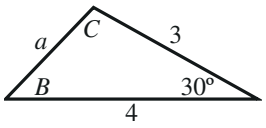
# قانونُ جيوبِ التمامِ
# Law of Cosines

**أَجِدُ القياسَ المجهولَ في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:**

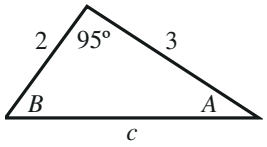
**1**



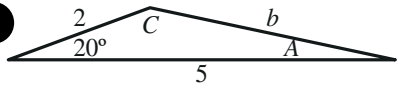

**2**



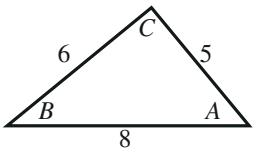

**3**



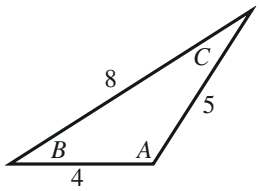

**4**



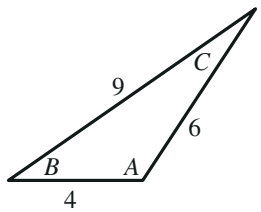

**5**



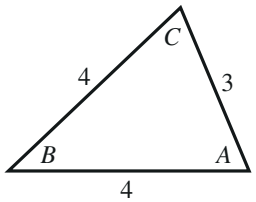

**6**



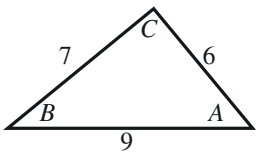

**7**




**8**




**9**




**أَجِدُ القياساتِ المجهولَةِ في المثلثِ *ABC* في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:**

**10** $a = 3, b = 4, C = 40°$

**11** $a = 2, c = 1, B = 10°$

**12** $b = 1, c = 3, A = 80°$

**13** $a = 4, b = 5, c = 3$

**14** $a = 5, b = 8, c = 9$

**15** $a = 9, b = 7, c = 10$

**16** **قواربُ:** انطلقَ قاربانِ منَ الرصيفِ نفسِهِ في وقتٍ واحدٍ. وقدْ أخذَ القاربُ الأولُ اتجاهَ 060°، وسارَ بسرعةِ 7 km/h، وأخذَ الثاني اتجاهَ 123°، وسارَ بسرعةِ 29 km/h. ما المسافةُ بينَ القاربيْنِ بعدَ ساعتيْنِ منَ انطلاقِهِما؟

**17** **سفنٌ:** أبحرَتِ السفينتانِ $X$، وَ $Y$ منَ الميناءِ نفسِهِ عندَ الساعةِ التاسعةِ صباحًا. وقدْ أخذَتِ السفينةُ $X$ اتجاهَ 075°، وسارَتْ بسرعةٍ متوسطةٍ مقدارُها 20 km/h ، وأخذَتِ السفينةُ $Y$ اتجاهَ 130°، وسارَتْ بسرعةٍ متوسطةٍ مقدارُها 25 km/h. ما المسافةُ بينَ السفينتيْنِ عندَ الساعةِ الحاديةَ عشرةَ صباحًا؟

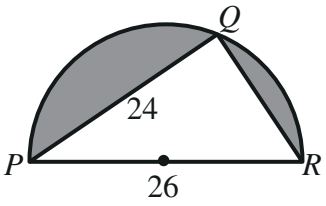
الدرسُ 4

# استعمالُ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ مساحةِ المثلثِ
# Using Sine to Find the Area of a Triangle

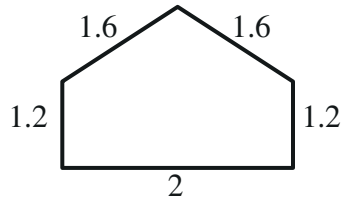
**أَجِدُ مساحةَ المثلثِ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:**

1. المثلثُ $ABC$ فيهِ $AB = 8$ cm، وَ $AC = 11$ cm، وَ $m\angle CAB = 67°$.
2. المثلثُ $PQR$ فيهِ $PQ = 30$ cm، وَ $PR = 22$ cm، وَ $m\angle QPR = 120°$.
3. المثلثُ $XYZ$ فيهِ $XY = 12$ cm، وَ $XZ = 15$ cm، وَ $YZ = 10$ cm.
4. المثلثُ $LMN$ فيهِ $LM = 25$ cm، وَ $LN = 14$ cm، وَ $MN = 18$ cm.
5. مساحةُ المثلثِ $ABC$ هيَ $84\ \text{cm}^2$. إذا كانَ $BC = 15$ cm، وَ $m\angle BCA = 120°$، فما طولُ $\overline{AC}$؟
6. مساحةُ المثلثِ $DEF$ هيَ $100\ \text{cm}^2$. إذا كانَ $DE = 14$ cm، وَ $m\angle DEF = 64°$، فما طولُ $\overline{EF}$؟
7. أَجِدُ مساحةَ المثلثِ $PQR$ إذا كانَ $m\angle QRP = 75°$، وَ $m\angle PQR = 60°$، وَ $PQ = 12$ cm.
8. أَجِدُ مساحةَ المثلثِ $EFG$ إذا كانَ $m\angle GEF = 63°$، وَ $m\angle EFG = 45°$، وَ $EF = 46$ cm.

9. أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المُظَلَّلةِ في الشكلِ المجاورِ بالوحداتِ المربَّعةِ، علمًا بأنَّ الشكلَ نصفُ دائرةٍ.

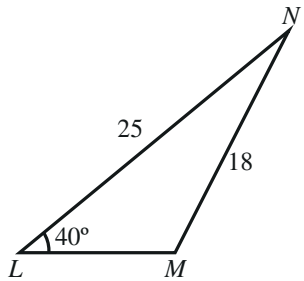



10. أَجِدُ مساحةَ النافذةِ ذاتِ الأبعادِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ بالوحداتِ المربَّعةِ.

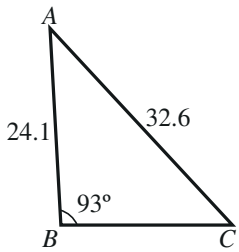



**أَجِدُ مساحةَ كلٍّ منَ المثلثيْنِ الآتييْنِ بالوحداتِ المربَّعةِ:**

11.



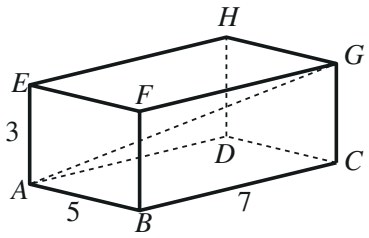

12.



الدرسُ 5

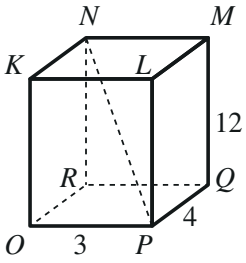
# حَلُّ مسائلَ ثلاثيةِ الأبعادِ
# Solving Problems in Three Dimensions

**أتأمَّلُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أَحُلُّ المسألتيْنِ الآتيتيْنِ:**




1. أَجِدُ طولَ القُطْرِ $\overline{AG}$ في متوازي المستطيلاتِ المجاورِ.
2. أَجِدُ قياسَ الزاويةِ $GAC$.

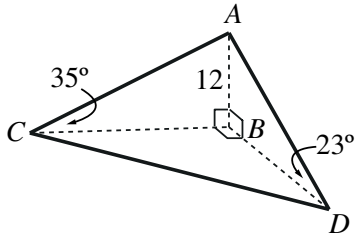
**أتأمَّلُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أَحُلُّ المسألتيْنِ الآتيتيْنِ:**



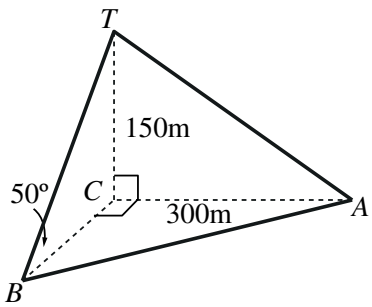

3. أَجِدُ طولَ القُطْرِ $\overline{NP}$ في متوازي المستطيلاتِ المجاورِ.
4. أَجِدُ قياسَ الزاويةِ $NPR$.

5. **قياساتٌ:** رُصِدَ رجلانِ على الأرضِ منْ قمَّةِ برجٍ رأسيٍّ ارتفاعُهُ 25 m، فكانَتْ زاويةُ انخفاضِ الرجلِ الأولِ الذي يقفُ غربَ البرجِ هيَ 31°، وزاويةُ انخفاضِ الرجلِ الثاني الذي يقفُ جنوبَ البرجِ هيَ 17°. ما المسافةُ بينَ الرجلينِ؟

6. **ساريةٌ:** يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ ساريةً رأسيةً $\overline{AB}$ ارتفاعُها 12m، والنقاطُ: $B$، وَ$C$، وَ $D$ الواقعةَ في مستوًى أفقيٍّ واحدٍ، بحيثُ كانَتْ $C$ غربَ $B$، وَ $D$ جنوبَ $B$، وكانَتْ زاويةُ ارتفاعِ قمَّةِ الساريةِ منَ النقطةِ $D$ هيَ 23°، ومنَ النقطةِ $C$ هيَ 35°. ما طولُ $\overline{CD}$؟ ما اتجاهُ النقطةِ $D$ منَ النقطةِ $C$؟




7. **أبراجٌ:** تُمثِّلُ $\overline{TC}$ برجَ إرسالٍ رأسيٍّ ارتفاعُهُ 150 m، وهوَ مُدعَّمٌ برباطيْنِ معدنييْنِ، هما: $\overline{TA}$، وَ $\overline{TB}$، وكانَ أحدُهُما مُثبَّتًا عندَ النقطةِ $A$ الواقعةِ على الأرضِ شرقَ قاعدةِ البرجِ، وتبعدُ عنْها مسافةَ 300 m، وكانَ الآخرُ مُثبَّتًا عندَ النقطةِ $B$ جنوبَ قاعدةِ البرجِ، وزاويةُ ميلِهِ عنِ الأرضِ 50°. ما المسافةُ بينَ النقطتيْنِ $A$، وَ$B$؟ ما اتجاهُ النقطةِ $A$ منَ النقطةِ $B$؟




منهاجي
متعة التعليم الهادف