



# الرياضيات

الصف الحادي عشر - الفرع الأدبي

الفصل الدراسي الأول

11

كتاب التمارين

# الرياضيات

الصف الحادي عشر - الفرع الأدبي

الفصل الدراسي الأول

11

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيساً)

إبراهيم عقله القادري

نور محمد حسان

منهاجي  
متعة التعليم الهادف



الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

📌 @nccdjor 📧 feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo

قررت وزارة التربية والتعليم تدرّس هذا الكتاب في مدارس المملكة الأردنية الهاشمية جميعها، بناءً على قرار المجلس الأعلى للمركز الوطني لتطوير المناهج في جلسته رقم (2021/3)، تاريخ 2021/6/30 م، وقرار مجلس التربية والتعليم رقم (2021/112)، تاريخ 2021/6/30 م، بدءاً من العام الدراسي 2021 / 2022 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2021.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

**ISBN: 978 - 9923 - 41 - 365 - 4**

المملكة الأردنية الهاشمية  
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية  
(2022/4/2056)

375.001

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيات: الصف الحادي عشر: الفرع الأدبي: كتاب التمارين: الفصل الدراسي الأول/ المركز الوطني لتطوير المناهج - ط2؛

مزينة ومنقحة. - عمان: المركز، 2022

(22) ص.

ر.إ.: 2056/4/2022

الوصفات: / تدرّس الرياضيات// أساليب التدرّس// المناهج // التعليم الثانوي/

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مُصنّفه، ولا يُعبّر هذا المُصنّف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.



All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.

British Library Cataloguing -in- Publication Data

A catalogue record for this publication is available from the Library.

1442 هـ / 2021 م

1443 هـ / 2022 م

الطبعة الأولى (التجريبية)  
أعيدت طباعته

## أعزّاءنا الطلبة ...

يحتوي هذا الكتاب على تمارين مُتَوَعِّعة أُعِدَّتْ بعناية لتفنيكم عن استعمال مراجع إضافية، وهي تُعَدُّ استكمالاً للتمارين الواردة في كتاب الطالب، وتهدف إلى مساعدتكم على ترسيخ المفاهيم التي تتعلمونها في كل درس، وتُنَمِّي مهاراتكم الحسابية.

قد يختار المعلم / المُعلِّمة بعض تمارين هذا الكتاب واجباً منزلياً، ويترك لكم بعضها الآخر لكي تحلّوها عند الاستعداد للاختبارات الشهرية واختبارات نهاية الفصل الدراسي.

أمّا الصفحات التي تحمل عنوان (أُستعد لدراسة الوحدة) فهي بداية كل وحدة ، فإنّها تساعدكم على مراجعة المفاهيم التي درستوها سابقاً؛ ما يُعزِّز قدرتكم على متابعة التعلُّم في الوحدة الجديدة بسلاسة ويسر.

قد لا يتوافر فراغ كافٍ إزاء كل تمرين لكتابة خطوات الحلّ جميعها ؛ لذا يُمكن استعمال دفتر إضافي لكتابتها بوضوح.

تمنين لكم تعلُّماً ممتعاً وميسراً.

المركز الوطني لتطوير المناهج

منهاجي  
متعة التعليم الهادف



## قائمة المحتويات

### الوحدة ① البرمجة الخطية

- 6 ..... أستعد لدراسة الوحدة
- 8 ..... الدرس 1 حلّ المتباينة الخطية بمتغيرين بيانياً
- 9 ..... الدرس 2 حلّ نظام متباينات خطية بمتغيرين بيانياً
- 10 ..... الدرس 3 البرمجة الخطية

### الوحدة ② مبدأ العَدِّ والتباديل والتوافيق

- 11 ..... أستعد لدراسة الوحدة
- 13 ..... الدرس 1 مبدأ العَدِّ الأساسي
- 14 ..... الدرس 2 مضروب العدد
- 15 ..... الدرس 3 التباديل
- 16 ..... الدرس 4 التوافيق

### الوحدة ③ الاحتمالات

- 17 ..... أستعد لدراسة الوحدة
- 19 ..... الدرس 1 الاحتمال بالتبادل والتوافق
- 20 ..... الدرس 2 المتغير العشوائي
- 21 ..... الدرس 3 احتمال المتغير العشوائي
- 22 ..... الدرس 4 توقُّع المتغير العشوائي



أختبر معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة أستعين بالمثال المعطى.

حل المتباينات الخطية بمتغير واحد

أحل المتباينتين الخطيتين الآتيتين:

1  $2x + 3 \leq 5x - 2$

2  $9x - 7 > 2(3x + 8)$

مثال: أحل المتباينة الخطية:  $8x - 5 \leq 4x + 7$

$$8x - 5 \leq 4x + 7$$

$$4x - 5 \leq 7$$

$$4x \leq 12$$

$$x \leq 3$$

$$(-\infty, 3]$$

المتباينة الخطية

ب طرح  $4x$  من الطرفين

ب جمع العدد 5 للطرفين

بقسمة الطرفين على العدد 4

مجموعة الحل

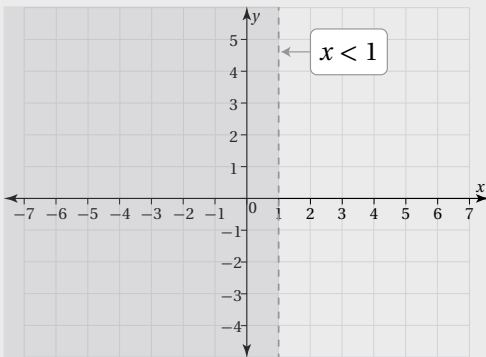
تمثيل المتباينة الخطية بمتغير واحد في المستوى الإحداثي

أمثل المتباينتين الخطيتين الآتيتين في المستوى الإحداثي:

1  $2y - 1 < 3$

2  $7x - 4 \geq 3$

مثال: أمثل المتباينة:  $5x - 4 < 1$  في المستوى الإحداثي.



$$5x - 4 < 1$$

$$5x < 5$$

$$x < 1$$

$$(-\infty, 1)$$

المتباينة الخطية

ب جمع العدد 4 للطرفين

بقسمة الطرفين على العدد 5

مجموعة الحل

يُمكن تمثيل مجموعة الحل في المستوى الإحداثي كما يظهر جانباً:



حلّ نظام مُكوّن من معادلتين خطيتين بطريقة الحذف  
أحلّ أنظمة المعادلات الآتية بطريقة الحذف:

1  $x + y = 5$   
 $x - y = 1$

2  $2x + y = 9$   
 $x - y = 0$

3  $x - y = 5$   
 $x + 2y = -1$

مثال: أحلّ نظام المعادلات الخطية الآتي بطريقة الحذف:

$2x + y = 4$   
 $x + 3y = 7$

$2x + y = 4$   
 $2x + 6y = 14$   
 $-5y = -10$   
 $y = 2$   
 $x + 3(2) = 7$   
 $x = 1$   
 $(1, 2)$

المعادلة الأولى  
بضرب المعادلة الثانية في العدد 2  
بطرح المعادلتين  
بقسمة طرفي المعادلة على العدد -5  
بتعويض قيمة  $y$  في المعادلة الثانية  
بطرح العدد 6 من الطرفين  
حلّ النظام

تمثيل معادلة خطية بمتغيرين في المستوى الإحداثي

أمثّل كلاً من المعادلات الآتية في المستوى الإحداثي:

1  $x - 2y = 10$

2  $3x + y = 27$

3  $-7x - 2y = -14$

مثال: أمثّل المعادلة:  $2x + 3y = 6$  في المستوى الإحداثي.

لتمثيل المعادلة الخطية، أجد نقطة تقاطع المستقيم مع المحور  $x$  بتعويض  $y = 0$ ، ثم أجد نقطة تقاطعه مع المحور  $y$ ، بتعويض  $x = 0$ :

$2x + 3(0) = 6$

$x = 3$

$2(0) + 3y = 6$

$y = 2$

بالتبسيط

بتعويض  $y=0$  في المعادلة

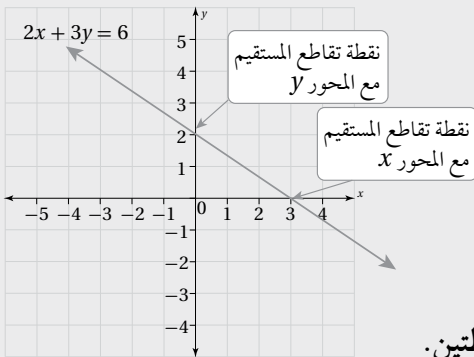
بتعويض  $x=0$  في المعادلة

بالتبسيط

إذن، نقطة تقاطع المستقيم مع المحور  $x$  هي  $(3, 0)$ ، ونقطة تقاطعه مع

المحور  $y$  هي  $(0, 2)$ .

لتمثيل المعادلة بيانياً، أرسّم في المستوى الإحداثي مستقيماً يمرُّ بهاتين النقطتين.





## حل المتباينة الخطية بمتغيرين بيانياً

### Solving Linear Inequality in Two Variables Graphically

أحدّد إذا كان الزوج المُرتَّب يُمثّل حلاً للمتباينة:  $2x - 8y \geq -6$  في كلِّ ممّا يأتي:

1 (1, 1)

2 (0, 3)

3 (2, -3)

4 أحدّد المتباينة الخطية التي يُمثّل الزوج (2, -1) حلاً لها ممّا يأتي:

$x + y < 1$

$2x + 3y \geq 4$

$5x - y > -2$

أمثّل كلّاً من المتباينات الخطية الآتية في المستوى الإحداثي:

5  $7x - 2y < 5$

6  $-6x + 4y \geq -2$

7  $5x + 7y \leq 3$

8  $-x - y > -1$

9  $x - 9y \geq -6$

10  $-4x - 7y < 8$

11 **طلاب:** أراد زياد شراء نوعين من ألوان الطلاء، سعر النوع الأول دينار واحد لكل كيلوغرام، وسعر النوع الثاني 1.25 دينار لكل كيلوغرام. كم كيلوغراماً من كل نوع سيشتري زياد إذا كان معه 6 دنانير؟

12 **مطاعم:** يبيع مطعم للوجبات السريعة نوعين من الوجبات، سعر النوع الأول 4 دنانير، وسعر النوع الثاني 3 دنانير. أجد عدد الوجبات التي يجب بيعها من كل نوع يومياً، بحيث لا يقل سعرها عن مصروفات المطعم اليومية التي تبلغ 750 ديناراً.

13 **صناعة:** يُنتج مصنع نوعين من أنابيب الماء، سعر النوع الأول ديناران للمتر، وسعر النوع الثاني 1.5 دينار للمتر. أجد عدد الأمتار التي يُمكن إنتاجها من كل نوع، بحيث لا تقل إيرادات المصنع عن 3200 دينار يومياً.

14 تُستعمل 18 kg من مادة البلاستيك لصنع خزّان مياه صغير، وتُستعمل 40 kg من المادة نفسها لصنع خزّان مياه كبير. أجد عدد الخزّانات الصغيرة والكبيرة التي يُمكن صنعها باستعمال 1000 kg من مادة البلاستيك.

## حلّ نظام متباينات خطية بمتغيرين بيانياً

### Solving System of Linear Inequalities in Two Variables Graphically

أمثّل منطقة حلّ كلّ من أنظمة المتباينات الآتية، ثم أتحقّق من صحة الحلّ:

1  $7x - 5y > 1$   
 $x + 3y < 1$

2  $-8x - 5y \leq -3$   
 $2x + 7y < 6$

3  $4x - 8y \geq 5$   
 $-2y + x < -3$

4  $9x + 3y \leq 6$   
 $3x + y \geq 2$

5  $-x - y \leq 2$   
 $7x - 6y \geq 4$   
 $2x + 5y > 4$

6  $9x + y < 8$   
 $4x + 3y \geq 6$   
 $-8x + y \geq -5$

7  $x - 3y < 1$   
 $2x - 6y \geq 5$   
 $4x - 12y \geq 9$

8  $-6x - 3y \geq -12$   
 $3x + \frac{3}{2}y \geq 6$   
 $x + \frac{1}{2}y \leq 2$

عمل خيري: مع حاتم 20 ديناراً، أراد أن يشتري بها نوعين من وجبات الإفطار في شهر رمضان للتصدّق بها، فوجد أنّ سعر

النوع الأول (A) هو 1.5 دينار، وسعر النوع الثاني (B) هو ديناران، وقد قرّر شراء أكثر من 9 وجبات من كلا النوعين:

9 أكتب نظام المتباينات الخطية الذي يُمثّل عدد الوجبات التي يُمكن لحاتم شراؤها من كلا النوعين.

10 أمثّل نظام المتباينات بيانياً.

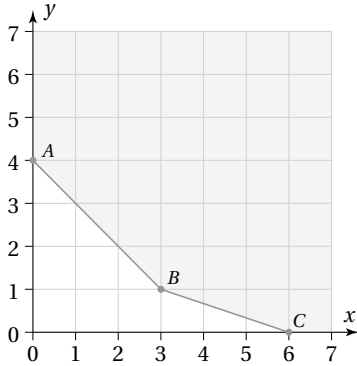
11 أجد ثلاثة حلول مُمكنة لنظام المتباينات الآتي:

$$x + y \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x \geq 0$$

## البرمجة الخطية Linear Programming



1 إذا كان التمثيل البياني للقيود الآتية كما في الشكل المجاور، فأجد إحداثيي النقطة  $(x, y)$  التي تجعل الاقتران:  $Q = 4x + 2y$  أصغر ما يُمكن:

$$x + y \geq 4$$

$$x + 3y \geq 6$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

2 أجد إحداثيي النقطة  $(x, y)$  التي تجعل الاقتران:  $W = x + 2y$  أكبر ما يُمكن ضمن القيود الآتية:

$$x + y \leq 20$$

$$2x + y \leq 30$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

النوع B	النوع A	القسم
2 h	2 h	التجميع
1 h	4 h	الدهان
0.5 h	1 h	التغليف

3 درّاجات هوائية: يُنتج مصنع نوعين من الدرّاجات الهوائية A, B. ويُبيّن الجدول المجاور عدد الساعات التي يستغرقها إنتاج كلّ من النوعين في أقسام المصنع الثلاثة. إذا كان عدد ساعات العمل الأسبوعية في كل قسم لا يزيد على 40 h للتجميع، و 48 h للدهان، و 13 h للتغليف، وكان ربح الدرّاجة الواحدة المبيعة 45 دينارًا للنوع A، و 30 دينارًا للنوع B، فكم درّاجة من كل نوع يتعيّن على المصنع إنتاجها أسبوعيًا لتحقيق أكبر ربح مُمكن؟

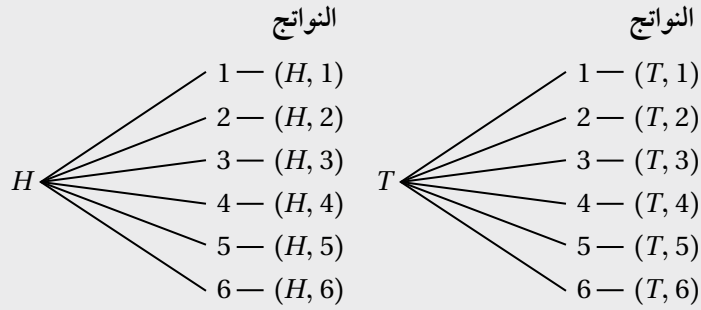
4 صالة زفاف: أرادت فاطمة دعوة 250 شخصًا إلى حفل زفاف، وتعيّن عليها استئجار طاولات ليجلس حولها المدعوون. عرضت عليها صالة زفاف تأجيرها نوعين من الطاولات: طاولات مستطيلة الشكل تتسع لـ 6 أشخاص، وتبلغ تكلفة استئجارها 28 دينارًا. وطاولات دائرية الشكل تتسع لـ 10 أشخاص، وتبلغ تكلفة استئجارها 52 دينارًا. إذا كانت الصالة تسع 35 طاولة من كلا النوعين على الأكثر، وكان أكبر عدد يُمكن توفيره من الطاولات المستطيلة الشكل 15 طاولة، فما عدد الطاولات التي يُمكن لفاطمة استئجارها من كلا النوعين بأقل تكلفة مُمكنة؟

أختبر معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكّدي من الإجابة أستعين بالمثال المعطى.

استعمال مخطط الشجرة لعدّ النواتج المُمكنة في تجربة عشوائية

1 أجد عدد النواتج المُمكنة في تجربة رمي قطعتي نقود متمايزتين مرّة واحدة، مُستعملًا مخطط الشجرة.

مثال: أجد عدد النواتج المُمكنة في تجربة رمي قطعة نقود وحجر نرد مرّة واحدة، مُستعملًا مخطط الشجرة.



إذن، عدد النواتج المُمكنة هو 12 ناتجًا.

استعمال الجدول لعدّ النواتج المُمكنة في تجربة عشوائية

2 أجد عدد النواتج المُمكنة في تجربة سحب كرتين عشوائيًا، الواحدة تلو الأخرى من دون إرجاع، من صندوق يحوي كرة حمراء، وكرة خضراء، وكرة سوداء، مُستعملًا الجدول.

3 أجد عدد النواتج المُمكنة في تجربة رمي قطعة نقود مرّتين، مُستعملًا الجدول.

مثال: أجد عدد النواتج المُمكنة في تجربة رمي حجري نرد متمايزين مرّة واحدة، مُستعملًا الجدول.

الحجر الأول الحجر الثاني	1	2	3	4	5	6
1	1, 1	2, 1	3, 1	4, 1	5, 1	6, 1
2	1, 2	2, 2	3, 2	4, 2	5, 2	6, 2
3	1, 3	2, 3	3, 3	4, 3	5, 3	6, 3
4	1, 4	2, 4	3, 4	4, 4	5, 4	6, 4
5	1, 5	2, 5	3, 5	4, 5	5, 5	6, 5
6	1, 6	2, 6	3, 6	4, 6	5, 6	6, 6

إذن، عدد النواتج المُمكنة هو 36 ناتجًا.

استعمال القائمة المنظمة لعدِّ النواتج المُمكنة في تجربة عشوائية

4 أجد عدد النواتج المُمكنة في تجربة اختيار عائلة لديها 3 أطفال، وتسجيل كلٍّ منهم بحسب الجنس وتسلسل الولادة، مُستعملًا القائمة المنظمة.

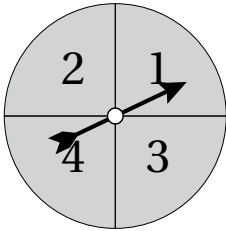
**مثال:** أجد عدد النواتج المُمكنة في تجربة اختيار عائلة لديها طفلان، وتسجيل كلٍّ منهما بحسب الجنس وتسلسل الولادة، مُستعملًا القائمة المنظمة.

أرمر إلى الذكر بالحرف  $M$ ، وأرمر إلى الأنثى بالحرف  $F$ ، ثم أكتب قائمة النواتج المُمكنة على النحو الآتي:

$M, M$        $M, F$   
 $F, M$        $F, F$

إذن، عدد النواتج المُمكنة هو 4 نواتج.

5 أجد عدد النواتج المُمكنة في تجربة سحب كرتين معًا عشوائيًا من صندوق يحوي 3 كرات حمراء مُرقَّمة من  $(1 - 3)$ ، و 3 كرات زرقاء مُرقَّمة من  $(1 - 3)$ ، باستعمال القائمة المنظمة، علمًا بأنَّ الكرات جميعها مُتماثلة.



6 أجد عدد النواتج المُمكنة إذا دار المؤشِّر في القرص المجاور مرَّتين، وسُجِّل العددين اللذان توقَّف عندهما، مُستعملًا القائمة المنظمة.

**مثال:** أجد باستعمال القائمة المنظمة عدد النواتج المُمكنة في تجربة سحب بطاقتين على التوالي مع الإرجاع من بين 3 بطاقات مُتماثلة، تحمل كلُّ منها أحد الأرقام الآتية: 3, 2, 1

$1, 1$        $1, 2$        $1, 3$   
 $2, 1$        $2, 2$        $2, 3$   
 $3, 1$        $3, 2$        $3, 3$

إذن، عدد النواتج المُمكنة هو 9 نواتج.

## مبدأ العدّ الأساسي

## Fundamental Counting Principle

أجد عدد الطرائق المُمكنة لظهور شخص بزي مُكوّن من بنطال يتوافر منه 3 ألوان (أسود، وأزرق، وبني)، قميص يتوافر منه 3 ألوان (أبيض، وأخضر، ورمادي)، مُستعملًا:

1 مخطط الشجرة.

2 الجدول.

3 القائمة المنظمة.

4 في محل لبيع القرطاسية 8 أنواع مختلفة من الأفلام، و6 أنواع مختلفة من الدفاتر المدرسية. أجد عدد الطرائق المُمكنة لاختيار قلم واحد ودفتر واحد.

بكم طريقة يُمكن اختيار نوعين من الحلويات من بين 7 أنواع مختلفة، ونوعين من المشروبات الساخنة من بين 5 أنواع مختلفة:

5 إذا سُمح بالتكرار؟

6 إذا لم يُسمح بالتكرار؟

7 إذا سُمح بتكرار أنواع الحلويات فقط؟

أجد عدد الطرائق المُمكنة لتكوين رمز دخول للبريد الإلكتروني، يتألّف من حرفين من حروف الإنجليزية (عددها 26 حرفاً) من دون الاهتمام بحجم الحرف، ورقمين من الأرقام: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9:

8 إذا سُمح بالتكرار.

9 إذا لم يُسمح بالتكرار.

10 إذا كان الحرف الأول  $B$ ، ولا يُسمح بالتكرار.

11 جامعات: ترغب فاطمة في اختيار تخصّص من بين 7 تخصّصات جامعية، وكذلك اختيار جامعة من بين 4 جامعات قريبة من منزلها. بكم طريقة يُمكنها اختيار التخصّص والجامعة؟



## مضروب العدد Factorial

أجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

1  $7!$

2  $(6-2)!$

3  $(5!)(3!)$

4  $\frac{6!}{4!}$

5  $\frac{2!}{4!}$

6  $\frac{9!}{(7!)(2!)}$

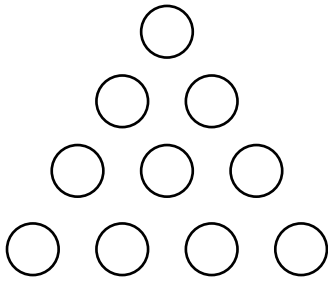
7 أجد عدد الطرائق المُمكنة لجلوس 4 طلبة على 4 كراسي موضوعة في صف واحد.

أجد عدد الطرائق المُمكنة لترتيب حروف كل كلمة ممَّا يأتي:

8 .FORMING

9 .REARRANGE

كوّن أعضاء فريق للعروض الرياضية هرمًا بشريًا بوقوف بعضهم على أكتاف بعض كما في الشكل المجاور:



10 أجد عدد الطرائق التي يُمكن بها تكوين الهرم البشري إذا أمكن لأعضاء الفريق الأربعة الواقفين في الصف السفلي فقط تبادل الأماكن في ما بينهم.

11 أجد عدد الطرائق التي يُمكن بها تكوين الهرم البشري إذا أمكن لأعضاء الفريق الستة الواقفين في الصفوف العلوية الثلاثة فقط تبادل الأماكن في ما بينهم.

12 أجد عدد الطرائق التي يُمكن بها تكوين الهرم البشري إذا أمكن لأعضاء الفريق الأربعة الواقفين في الصف السفلي تبادل الأماكن في ما بينهم، وأمکن لأعضاء الفريق الستة الواقفين في الصفوف العلوية الثلاثة تبادل الأماكن في ما بينهم.

13 **سياحة:** أجد عدد الطرائق التي يُمكن بها ترتيب زيارة إلى الأماكن الأثرية الآتية:

البتراء، وادي رم، قلعة العقبة، قلعة الشوبك، قلعة الكرك.



## التباديل Permutations

أجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

1  ${}_{15}P_5$

2  $({}_8P_5)({}_7P_3)$

أجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي باستعمال الآلة الحاسبة:

3  $\frac{{}_{17}P_9}{{}_{10}P_6}$

4  $\frac{{}_9P_8}{{}_8P_3({}_3P_2)}$

5 أجد عدد الطرائق المُمكنة لاصطفاف 3 أشخاص في خط مستقيم.

6 بكم طريقة قد يكون لـ 3 أصدقاء تواريخ ميلاد مختلفة بافتراض أن في السنة 365 يوماً؟

7 بكم طريقة يُمكن لسمير ترتيب 7 كتب مختلفة على رفِّ في غرفته؟

8 كم عددًا من منزلتين يُمكن تكوينه باستعمال الأرقام: 1, 2, 3, 4, 5 بافتراض عدم السماح بالتكرار؟

9 بكم طريقة يُمكن اختيار 3 سائقين عشوائياً من بين 10 سائقين، بحيث يتولَّى الأول قيادة حافلة للطلاب، والثاني قيادة حافلة للطالبات، والثالث قيادة حافلة للموظفين في إحدى الجامعات؟

10 أجد عدد الطرائق التي يُمكن بها لأسيل ترتيب 6 أنواع مختلفة من العصير بعضها بجانب بعض في الرفِّ الذي في باب الثلاثة.

11 بكم طريقة يُمكن لرسم اختيار 6 لوحات فنية عشوائياً من بين 10 لوحات مختلفة رسمها، ثم عرض بعضها بجانب بعض في صف واحد على حائط؟

12 بكم طريقة يُمكن لمُدرب فريق كرة قدم اختيار 5 لاعبين عشوائياً من بين 11 لاعباً؛ لتنفيذ ركلات الترجيح الخمس بعد انتهاء الشوطين الإضافيين من المباراة؟

13 أجد عدد الطرائق التي يُمكن بها اختيار طالب لفريق الكشافة المدرسي، وآخر للجنة الخدمة الاجتماعية المدرسية من صف يحوي 22 طالباً.

## التوافيق Combinations

أجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

1  ${}_9C_5$

2  $({}_{10}C_6) - ({}_9C_7)$

أجد قيمة كلِّ ممَّا يأتي باستعمال الآلة الحاسبة:

3  $({}_{15}C_2)({}_8C_3)$

4  $\frac{{}_{12}C_3}{{}_{11}C_3}$

5 كم لجنة تضم 3 أشخاص يُمكن تكوينها عشوائياً من بين 8 أشخاص؟

6 أجد عدد الطرائق المُمكنة لتكوين لجنة تضم 2 من المُعلِّمين و4 من الطلبة الذين اختيروا عشوائياً من بين 7 مُعلِّمين و9 طلبة.

7 كم مجموعة جزئية من رقمين يُمكن تكوينها من الأرقام: 1, 2, 3, 4, 5؟

8 أجد عدد الطرائق التي يُمكن بها لطبيب اختيار نوعين من الضمادات الطبية من بين 9 أنواع مختلفة متوافرة لديه.

يراد اختيار 4 طلاب عشوائياً من صف فيه 22 طالباً؛ للمشاركة في مسابقات تُنظَّمها المدرسة:

9 أجد عدد الطرائق المُمكنة لاختيار هؤلاء الطلاب.

10 أجد عدد الطرائق المُمكنة لاختيار هؤلاء الطلاب إذا كان الأول سيشارك في مسابقة الشُّعر، والثاني سيشارك في مسابقة الرياضيات، والثالث سيشارك في مسابقة الثقافة العامة، والرابع سيشارك في مسابقة مهارات الحاسوب.

11 ذهب سعيد إلى محل لبيع الملابس، فوجد فيه 9 ألوان مختلفة من القمصان، و8 ألوان مختلفة من البناتيل. أجد عدد الطرائق المختلفة التي يُمكن بها لسعيد شراء 3 قمصان و4 بناتيل من هذا المحل.

12 أجد عدد الطرائق المختلفة التي يُمكن بها اختيار كتابين من 5 كتب ثقافية و3 كتب من 5 كتب تاريخية.

أختبر معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة أستعين بالمثال المعطى.

حساب مضروب العدد

1 أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

a)  $\frac{5!}{3!}$

b)  $\frac{9!}{3! \times 6!}$

مثال: أجد قيمة  $\frac{12!}{4! \times 8!}$  في أبسط صورة.

$$\frac{12!}{4! \times 8!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{4 \times 3 \times 2 \times 8!}$$

$$= 495$$

تعريف مضروب العدد

بالتبسيط

2 أحل المعادلة الآتية:  $(n + 1)! = 24$

مثال: أحل المعادلة الآتية:  $(n - 1)! - 20 = 700$

$$(n-1)! = 720$$

$$(n-1)! = 6!$$

$$n-1 = 6$$

$$n = 7$$

بإضافة 20 إلى طرفي المعادلة

بكتابة 720 في صورة مضروب العدد

بحل المعادلة

بإضافة 1 إلى طرفي المعادلة

استعمال المبدأ الأساسي للعَدِّ، والتباديل، والتوافيق

1 بكم طريقة يُمكن تكوين أعداد تحوي كل منها 3 منازل مختلفة باستعمال الأرقام: 1, 2, 3, 4, 5؟

مثال: بكم طريقة يُمكن لأحمد أن يظهر بزي

مختلف يتكوّن من بنطال وقميص وربطة

عنق إذا كان لديه في الخزانة ملابس

ألوانها كما في الجدول المجاور؟

الزي	بنطال	قميص	ربطة عنق
الألوان المتوافرة	أسود، أزرق، رمادي.	أبيض، أزرق، أسود، أخضر، رمادي.	حمراء، سوداء.

أفترض أن عدد طرائق اختيار أحمد الزي هو  $m$ ، وأن عدد طرائق اختياره البنطال هو  $n_1$ ، وأن عدد طرائق اختياره القميص هو  $n_2$ ، وأن عدد طرائق اختياره ربطة العنق هو  $n_3$ :

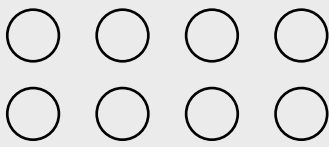
$$m = n_1 \times n_2 \times n_3$$

مبدأ العدّ الأساسي

$$= 3 \times 5 \times 2 = 30$$

بالتعويض، وإيجاد ناتج الضرب

2 بكم طريقة يُمكن اختيار رئيس ونائب للرئيس، ثم اختيار عضوين من بين 10 مُعلّمين للجنة مدرسية؟



مثال: بكم طريقة يُمكن لـ 8 صديقات، بينهن سلوى وزبيدة، الجلوس على 8 مقاعد

مُرتبة في صفين، كما في الشكل المجاور، إذا قرّرت سلوى وزبيدة الجلوس

على المقاعد التي عند طرفي الصفين؟

أفترض أن العدد الكلي لطرائق جلوس الصديقات هو  $m$ :

$$n_1 = 4$$

عدد طرائق جلوس سلوى

$$n_2 = 3$$

عدد طرائق جلوس زبيدة

$$n_3 = {}_6P_6 = 6! = 720$$

عدد طرائق جلوس البقية (6 صديقات ترتيبهن مهم)

$$m = n_1 \times n_2 \times n_3$$

مبدأ العدّ الأساسي

$$= 4 \times 3 \times 720 = 8640$$

بالتعويض، وإيجاد ناتج الضرب

3 بكم طريقة يُمكن اختيار كتابي تاريخ وكتابي علوم من رفّ عليه 6 كتب تاريخ مختلفة و6 كتب علوم مختلفة؟

مثال: بكم طريقة يُمكن تكوين لجنة فيها 3 من الذكور و2 من الإناث من بين 7 موظفين و7 موظفات؟

أفترض أن العدد الكلي لطرائق تكوين اللجنة هو  $m$ :

$$n_1 = {}_7C_3 = 35$$

عدد طرائق اختيار 3 من 7 ذكور

$$n_2 = {}_7C_2 = 21$$

عدد طرائق اختيار 2 من 7 إناث

$$m = n_1 \times n_2$$

مبدأ العدّ الأساسي

$$= 35 \times 21 = 735$$

بالتعويض، وإيجاد ناتج الضرب

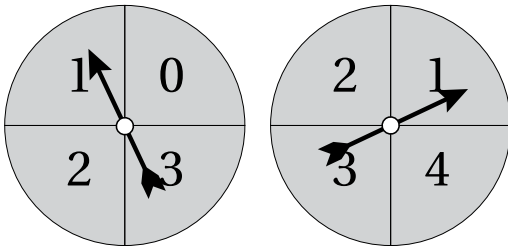
## الاحتمال بالتباديل والتوافيق

### Probability with Permutations and Combinations

- 1 رُتبت 4 بطاقات مُتماثلة عشوائياً في صف واحد، وحملت كلُّ منها أحد الأرقام من 1 إلى 4. ما احتمال أن يظهر الرقمان 2 و 4 متجاورين؟
- 2 يتكوّن مجلس الطلبة في إحدى المدارس من 5 أعضاء، بينهم خليل ومجدي. ما احتمال اختيار خليل رئيساً للمجلس، واختيار مجدي مُقرراً له إذا كانت عملية الاختيار عشوائية؟
- 3 صندوق فيه كرات مُتماثلة، كلُّ منها تحمل أحد الأرقام من 1 إلى 9، إذا اختيرت عشوائياً 3 كرات دفعة واحدة، فما احتمال أن تحمل الكرات المختارة أعداداً فردية؟
- 4 يعمل في شركة 6 موظفين و6 موظفات، ويريد مدير الشركة تكوين فريق يضم 4 منهم عشوائياً؛ لحضور ندوة عن تسويق المُنتجات. أجد احتمال اختيار المدير:
- 5 فريقاً يضم 2 من الموظفين و2 من الموظفات.
- 6 الموظفة مريم رئيساً للفريق، والموظفة لبنى نائباً للرئيس، وبقية الفريق من الذكور.
- 7 فريقاً ليس فيه إناث.
- 8 فريقاً يضم 3 موظفات على الأقل.
- 9 في كيس 10 حبات حلوى مُغلّفة بورق أزرق، و10 أخرى مُغلّفة بورق أحمر. اختارت هدى 5 حبات عشوائياً من الكيس معاً، أجد احتمال كلِّ ممّا يأتي:
- 10 اختيار هدى حبتين مُغلّفتين بورق أزرق، و 3 حبات مُغلّفة بورق أحمر.
- 11 عدم اختيار هدى أيّ حبة حلوى مُغلّفة بورق أحمر.
- 12 اختيار هدى 4 حبات على الأقل مُغلّفة بورق أحمر.

## المتغير العشوائي Random Variable

- 1 في تجربة لاختيار عائلة لديها طفلان عشوائياً، وتسجيلهما بحسب الجنس وتسلسل الولادة، إذا دلّ المتغير العشوائي  $X$  على عدد الذكور، فأجد مجموعة قيم  $X$ .  
(إرشاد: أستعمل حرف  $B$  للذكور، وحرف  $G$  للإناث).
- 2 في تجربة إلقاء 4 قطع نقد معدنية متميزة عشوائياً، إذا دلّ المتغير العشوائي  $X$  على عدد مرّات ظهور الكتابة، فأجد مجموعة قيم  $X$ . (إرشاد: أستعمل حرف  $H$  للصورة، وحرف  $T$  للكتابة).
- 3 في تجربة سحب بطاقتين عشوائياً على التوالي من دون إرجاع من صندوق يحوي 4 بطاقات مُتماثلة، كلُّ منها مُرقّمة برقم من 1 إلى 4، إذا دلّ المتغير العشوائي  $X$  على مجموع العددين الظاهرين على البطاقتين المسحوبتين، فأجد الحادث الذي ترتبط جميع عناصره بالقيمة  $X = 4$ .
- 4 في تجربة سحب بطاقتين عشوائياً على التوالي مع الإرجاع من صندوق يحوي 4 بطاقات مُتماثلة، كلُّ منها مُرقّمة برقم من 1 إلى 4، إذا دلّ المتغير العشوائي  $X$  على مجموع العددين الظاهرين على البطاقتين المسحوبتين، فأجد الحادث الذي ترتبط جميع عناصره بالقيمة  $X = 4$ .

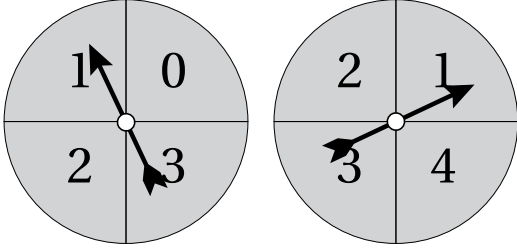


إذا دُوّر مؤشر القرصين عشوائياً في الشكل المجاور، وتوقّف كل مؤشر عند أحد الأعداد، فأجد مجموعة قيم المتغير العشوائي  $X$  إذا دلّ على:

- 5 مجموع العددين.
- 6 القيمة المطلقة للفرق بين العددين.
- 7 ناتج ضرب العددين.



## احتمال المتغير العشوائي Probability of a Random Variable



إذا دُور مؤشرا القرصين عشوائياً في الشكل المجاور، وتوقف كل مؤشّر عند أحد الأعداد، ودلّ المتغير العشوائي  $X$  على مجموع العددين، فأجد كلاً ممّا يأتي:

- 1 التوزيع الاحتمالي في صورة جدول.
- 2 التوزيع الاحتمالي في صورة تمثيل بياني.

إذا دُور المؤشّران السابقان عشوائياً، ودلّ المتغير العشوائي  $X$  على حاصل ضرب العددين، فأجد كلاً ممّا يأتي:

- 3 التوزيع الاحتمالي في صورة جدول.
- 4 التوزيع الاحتمالي في صورة تمثيل بياني.

في تجربة عشوائية، كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  كما في الجدول المجاور:

$x$	1	2	3	4
$P(x)$	$a$	0.2	$a$	0.1

5 أجد قيمة  $a$ .

6 أجد  $P(x = 3)$ .

7 أجد  $P(2 \leq x < 4)$ .

8 أجد  $P(1 \leq x < 2)$ .

في تجربة عشوائية، كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  مُعرّفاً على النحو الآتي:

$$\{(0, k), (1, 2k), (2, 2k)\}$$

10 أجد قيمة  $k$ .

9 أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي.

11 أجد  $P(x \leq 1)$ .

12 في تجربة سحب كرتين عشوائياً على التوالي من دون إرجاع من صندوق يحوي 4 كرات حمراء، و5 كرات خضراء،

جميعها مُتماثلة، إذا دلّ المتغير العشوائي  $X$  على عدد الكرات الحمراء في السحبة، فأنشئ جدول التوزيع الاحتمالي

للمتغير العشوائي  $X$ .



## توقع المتغير العشوائي Expected Value of a Random Variable

يُبين الجدول الآتي جزءاً من التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$ ؛ لأنَّ فيه قيمة مفقودة:

$x$	0	1	2	3
$P(x)$	0.3	?	0.4	0.05

1 أجد القيمة المفقودة في الجدول.

2 أجد التوقع  $E(x)$ .

3 يُبين الجدول التالي نتائج مسح شمل 100 طالب من طلبة إحدى الجامعات لمعرفة عدد المواد التي سجَّلها الطلبة في فصل دراسي مُعيَّن. بافتراض أنَّ المتغير العشوائي  $X$  يُمثِّل عدد المواد المُسجَّلة، أجد التوقع  $E(x)$ .

عدد المواد ( $x$ )	2	3	4	5
عدد الطلبة ( $f$ )	36	44	15	5

4 إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  كما في الجدول التالي، وكان التوقع  $E(x) = 2.2$ ، فأجد قيمة كلِّ من:  $P(x = 1)$ ,  $P(x = 3)$ .

$x$	1	2	3	4
$P(x)$	$a$	0.25	$b$	0.25

5 إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  كما في الجدول التالي، فأجد التوقع  $E(x)$ ، والتباين  $\sigma^2$ .

$x$	3	4	5	6
$P(x)$	0.15	0.45	0.25	0.15

