



امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨ / الدورة الشتوية

وثيقة محمية
(محمود)مدة الامتحان : ٠٠ : ٢٠ : ٠٠
اليوم والتاريخ : السبت ١٢ / ١ / ٢٠٠٨المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار الثاني)

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول : (٦ علامة)

يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل منها أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

$$(١) \text{ نهـ } \frac{٦س٤ + ١٨س٢}{٣س٣ - ٢س٢} = \text{س} \leftarrow$$

(أ) ٦- (ب) ٢- (ج) ٣ (د) ٩

$$(٢) \text{ إذا كان ق (س) = } \left. \begin{array}{l} ٣ \\ ٥ + [س] \\ ٤ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} = ١ \\ \text{س} > ١ \\ \text{س} = ٢ \end{array}$$

فإن ق متصل على الفترة :

(أ) [٢، ١] (ب) (٢، ١) (ج) [٢، ١] (د) (٢، ١)

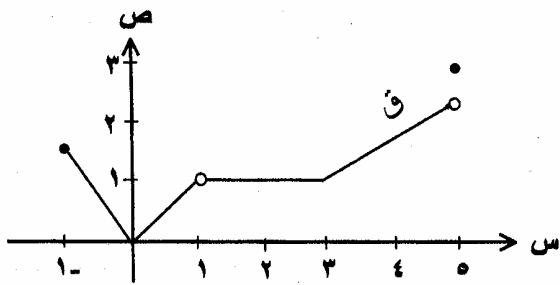
$$(٣) \text{ إذا كان هـ (س) = } \frac{[١ + س٢]}{(س)} \text{ ، هـ } \left(\frac{١}{٣} \right) = ٢ \text{ ، هـ } \left(\frac{١}{٣} \right) = ١ - \text{ ، فجد قيمة ل } \left(\frac{١}{٣} \right)$$

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٤} -$ (ج) $\frac{١}{٩} -$ (د) $\frac{١}{٩}$

$$(٤) \text{ إذا كان ق (س) = (٢س + ١) ، فإن ق } (١ -) =$$

(أ) ٢٤- (ب) ٦ (ج) ١٢- (د) ٦-

(٥) يمثّل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق على مجاله.

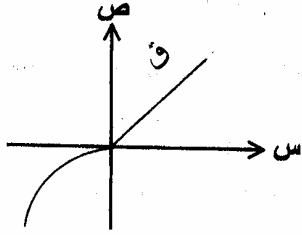
ما مجموعة قيم س التي يكون للاقتران ق عندها
نقطاً حرجة ؟(أ) $\{١، ٠، ١، ٣، ٥\}$ (ب) $\{١، ٠، ٥\} \cup [٣، ١]$ (ج) $\{١، ٠، ٥\} \cup [٣، ١]$ (د) $\{١، ٠، ٥\} \cup [٣، ١]$ 

يتبع الصفحة الثانية ...

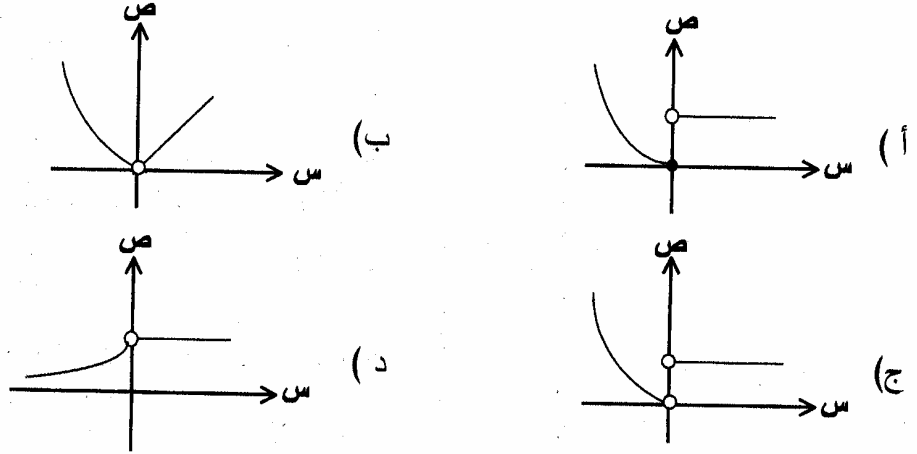
الصفحة الثانية

٦) جد معدل تغير مساحة المربع بالنسبة إلى محيطه عندما يكون محيطه (٢٤) سم .
 أ) $3 \text{ سم}^2/\text{سم}$ ب) $4 \text{ سم}^2/\text{سم}$ ج) $6 \text{ سم}^2/\text{سم}$ د) $12 \text{ سم}^2/\text{سم}$

٧) إذا كان (م ٥ ل) (س) = س ، وكان م ، ل قابلين للاشتقاق حيث $M'(s) = \frac{1}{s}$ ، $s \neq 0$.
 أ) $M'(s)$ ب) ١ ج) $M'(s)$ د) $L'(s)$



٨) إذا مثل الرسم المجاور منحنى الاقتران ق ،
 فإن الشكل التقريبي لمنحنى ق' هو :



السؤال الثاني: (١٧ علامة)

أ) جد قيمة كل مما يأتي :

(٥ علامات)

$$١) \text{ نهـ } \left(\frac{s^3}{s-1} - \frac{s^4}{s-3} \right) \text{ نهـ } s \rightarrow \infty$$

(٥ علامات)

$$٢) \text{ نهـ } \frac{1 + \text{جتا } 4s - 2 \text{ جتا } 2s}{s} \text{ نهـ } s \rightarrow \infty$$

(٧ علامات)

$$ب) \text{ إذا كانت نهـ } \frac{As^2 + 2Bs + 2}{s-1} \text{ نهـ } s \rightarrow 1 = 1$$

فجد قيمة كل من أ ، ب .

يتبع الصفحة الثالثة ...

الصفحة الثالثة

السؤال الثالث : (٢٣ علامة)

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 > 1 \\ \text{س}^2 \sqrt{\text{س} - 1} \leq 1 \end{array} \right\} = \text{ (س) } =$$

(٧ علامات) ابحث في اتصال الاقتران ق لجميع قيم س الحقيقية.

(ب) إذا كان ق قابلاً للاشتقاق لجميع قيم س ، وكان د (س) = $\text{س}^2 \times \text{ق}$ (س) ، فجد د' (س) باستخدام تعريف المشتقة.

(٧ علامات)

(ج) إذا كان جاص = ظاس ، فأثبت أن :

(٩ علامات)

$$\frac{\text{ص}}{\text{ق}^2 \text{ا}^2 \text{س} + \text{ص}} = \text{ظاص}$$

السؤال الرابع : (١٧ علامة)

(أ) إذا كان $\text{س}^4 + 2\text{س}^2 \text{ص}^2 = 9$ ، فجد $\frac{د\text{ص}}{د\text{س}}$ عند النقطة (١ ، ٢) .

(٥ علامات)

(ب) من نقطة على عمق (٥٥) متراً عن سطح الأرض قذف جسيم رأسياً إلى أعلى بحيث أن المسافة المقطوعة بالأمتار بعد ن ثانية من قذف الجسيم تعطى بالعلاقة ف (ن) = $60 - 5\text{ن}^2$ جد سرعة الجسيم لحظة وصوله مستوى سطح الأرض.

(٥ علامات)

(ج) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = $\text{س}^2 + 3$ ، إذا كان العمودي على هذا

(٧ علامات)

$$\text{المماس يمر بالنقطة } \left(\frac{9}{2}, 0 \right)$$

السؤال الخامس : (١٢ علامة)

(أ) إذا كان ق (س) = $2 - \text{س}^2 - 3\text{س}^3 + 36\text{س} + 10$ ، فجد القيم القصوى المحلية للاقتران ق وبيّن نوعها.

(٧ علامات)

(ب) ليكن ق (س) = $\pi - 4\text{س} + \text{جاس}$ ، س $\in]-\pi, \pi[$ ،

(٥ علامات)

جد الفترة (الفترات) التي يكون فيها ق متناقصاً.

يتبع الصفحة الرابعة ...

الصفحة الرابعة

السؤال السادس : (١٥ علامة)

أ) يراد طباعة إعلان على ورقة مستطيلة الشكل بحيث يكون عرض كل من الهامشين في رأس الورقة وأسفلها (٣) سم، وفي كل من الجانبين (٢) سم. إذا كانت مساحة المنطقة المطبوعة تساوي (١٥٠) سم^٢، فجد أبعاد الورقة التي مساحتها أصغر ما يمكن، ويمكن استعمالها لطباعة الإعلان. (٧ علامات)

ب) انطلق شخص من النقطة (أ) متجهاً شمالاً ركباً دراجة هوائية تسير بسرعة ٦ م/ث، وبعد (٣٠) ثانية ومن النقطة (ب) الواقعة على بُعد (٣٠٠) متر شرق النقطة (أ) انطلق شخص ثانٍ متجهاً جنوباً ركباً دراجة هوائية تسير بسرعة (٥) م/ث. جد معدل تغير المسافة بين الدراجتين بعد (٢٠) ثانية من انطلاق الدراجة الثانية. (٨ علامات)

(انتهت الأسئلة)



امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨ (الدورة الشتوية).

صفحة رقم (١)

المبحث : الرياضيات / ٣٣

٤٤

٥

مدة الامتحان :

التاريخ : ١٠ / ١ / ١٤٣٠

الفرع : العلي، والإدارة المعلوماتية (المسار الثاني)

الإجابة النموذجية :

العلامة

السؤال الأول (٦ علامة)

رقم لفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رمز الإجابة الصحيحة	د	ب	م	م	ج	م	ك	ج

لكل فقرة صحیحہ علامتہ .

السؤال الثاني (٧ علامة)

	(P) (١) نبرہا	$\left(\frac{س^٥}{س^٣-١} - \frac{س^٤}{س^٣-٣} \right)$
١	(٥ علامتہ)	$\frac{س^٤(١-س^٣) - س^٥(س^٣-٣)}{س(س^٣-١)(س^٣-٣)}$
١		$\frac{س^٤ - ٧س^٣ - ٣س^٥ + ٣س^٦}{س^٤(س^٣-٣) - س^٥(س^٣-١)}$
١		$\frac{س^٤ - ٣س^٥}{س^٤(س^٣-٣) - س^٥(س^٣-١)}$
١		$\frac{س^٤ - ٣س^٥}{س^٤(س^٣-٣) - س^٥(س^٣-١)}$
١		$\frac{س^٤ - ٣س^٥}{س^٤(س^٣-٣) - س^٥(س^٣-١)}$
١		$\frac{س^٤ - ٣س^٥}{س^٤(س^٣-٣) - س^٥(س^٣-١)}$
	(٢) نبرہا	$\frac{١ + س^٤ س^٢ - س^٤ س^٢ + س^٤ س^٢}{س^٤}$
١	(٥ علامتہ)	$\frac{س^٤(٢ - س^٤ س^٢) - س^٤(٢ - س^٤ س^٢)}{س^٤}$
١		$\frac{س^٤(٢ - س^٤ س^٢) - س^٤(٢ - س^٤ س^٢)}{س^٤}$
١		$\frac{س^٤(٢ - س^٤ س^٢) - س^٤(٢ - س^٤ س^٢)}{س^٤}$
١		$\frac{س^٤(٢ - س^٤ س^٢) - س^٤(٢ - س^٤ س^٢)}{س^٤}$
١		$\frac{س^٤(٢ - س^٤ س^٢) - س^٤(٢ - س^٤ س^٢)}{س^٤}$
١		$\frac{س^٤(٢ - س^٤ س^٢) - س^٤(٢ - س^٤ س^٢)}{س^٤}$
		$\frac{١ \times ٢ + ٤ \times ٢}{٦} =$
		$\frac{٦}{٦} =$

العلاوة	تابع السؤال الثاني
1	(ب) نبدأ $(P + uc + c - P) = \frac{c + uc + c + c - P}{1 - u} \times (1 - u)$
1	(٧ علاوة) نبدأ $\frac{c + uc + c + c - P}{1 - u} \times (1 - u) =$
	$= 1 \times \text{صفر} = \text{صفرًا}$
	إذاً نبدأ $(c + uc + c - P) = \text{صفرًا}$
1	أي أن $c + uc + P = \text{صفرًا}$... معادلة (١)
	وبما أن المقد - $(c + uc + c - P)$ على صورة قاعة كثير حدود قيمة صفر
	عند تعويض $u = 1$ ، فإن $c + uc + c - P$ يقبل القسمة على $(1 - u)$
	ونتيجة نأخذ القسمة كما هي
	وبإجراء القسمة الطويلة أو القسمة التركيبية نجد أن ناتج
1	(القسمة صفر $(P + uc) + uc - P$)
	إذاً نبدأ $(P + uc + uc - P) = 1$
1	أي أن $uc + P = 1$... معادلة (٢)
	وبطرح المعادلة (١) من المعادلة (٢) ننتج أن:
1	$3 = P$
	وبالتعويض في أي من المعادلتين (١) ، (٢)
1	نتج أن $\frac{0}{3} = 0$
	حل آخر للفرع (ب)
	افرض $u = 0$ ، $c + uc + c - P = 0$
1	وبما أنه ونسبة الكسور موجودة يكون $(1 - u)$ عاملاً مشتركاً
1	إذاً $0 = (1 - u) \times (c + uc + c - P) \leftarrow$
	$uc - c - = P$
1	وعلمك عند هذا كافي (u) الصورة $(uc - c -) (c + uc + c - P) =$
1	$(1 - u) (c - uc -) =$
1	إذاً نبدأ $\frac{c + uc + c - P}{1 - u} = (c - uc -) \times (1 - u)$
1	$\frac{0}{3} = 0 \leftarrow 1 = c - uc - c -$
1	ونجد $3 = 0 + c - = uc - c - = P$

العلامة

(٨
٧ علامات)

- ق متصل في الفترة $(-\infty, 1)$ لأنه على صورة كثير حدود فيها
- ق متصل في الفترة $(1, \infty)$ لأنه كل من c, s, a, s, a متصل فيه تثنى الفترة و نواتج جمع وضرب الاقترانات المتصلة متصلة
- نبحث في اتصال ق عند $s = 1$

$$\text{حيث } Q(1) = (1) \times (1) \times (1) = 1$$

$$\text{نهاية } Q(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} (1 - (s-1)(s-1)) = 1$$

$$\text{نهاية } Q(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} (1 - (s-1)(s-1)) = 1$$

$$\text{إذاً نهاية } Q(s) = 1$$

إذاً ق متصل عند $s = 1$ لأنه نهاية $Q(s) = Q(1)$

عما سبقه يتبع أن ق متصل لجميع الأعداد الحقيقية

(٩
٧ علامات)

$$D'(s) = \frac{D(s) - (s+1)D(s)}{s}$$

$$= \frac{(s+1)Q(s) - (s+1)Q(s)}{s}$$

$$= \frac{(s+1)Q(s) - (s+1)Q(s) + (s+1)Q(s) - (s+1)Q(s)}{s}$$

$$= \frac{(s+1)Q(s) - (s+1)Q(s) + (s+1)Q(s) - (s+1)Q(s)}{s}$$

$$= \frac{(s+1)Q(s) - (s+1)Q(s) + (s+1)Q(s) - (s+1)Q(s)}{s}$$

$$= \frac{(s+1)Q(s) - (s+1)Q(s) + (s+1)Q(s) - (s+1)Q(s)}{s}$$

$$= \frac{(s+1)Q(s) - (s+1)Q(s) + (s+1)Q(s) - (s+1)Q(s)}{s}$$

$$= \frac{(s+1)Q(s) - (s+1)Q(s) + (s+1)Q(s) - (s+1)Q(s)}{s}$$

ق(1) = (1) × (1) + (1) × (1) = 2
 (نهاية ق(1) = (1) × (1) لأنه ق متصل بسبب قابلية الحد تقاسم)
 يتبع ←

صفحة رقم (٤)

تابع لسؤال الثالث

(١٩٤٥) هـ) حاصل = ظا ص باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى ص
 ينتج أن: $\text{حاصل} \times \text{ص} = \text{قا}^{\circ} \text{ص}$

وبالاشتقاق ثانية بالنسبة إلى ص - ينتج أن

$\text{حاصل} \times \text{ص} - (\text{حاصل} \times \text{ص}) = \text{قا}^{\circ} \text{ص} \times \text{ص} - \text{قا}^{\circ} \text{ص}$
 وبإبدال ظا ص بـ حاصل ينتج أن:

$\text{حاصل} \times \text{ص} - \text{حاصل} \times \text{ص} = \text{قا}^{\circ} \text{ص}$

وبالقسمة على حاصل ينتج أن:

$\text{ص} - \text{ظا ص} \times \text{ص} = \text{قا}^{\circ} \text{ص}$

$\text{ص} = \text{قا}^{\circ} \text{ص} + \text{ظا ص} \times \text{ص}$

$\text{ص} = \text{ظا ص} (\text{قا}^{\circ} + \text{ص})$

ومنها $\text{ظا ص} = \frac{\text{ص}}{\text{قا}^{\circ} + \text{ص}}$

العلامات

٢

٣

١

١

١

١

السؤال الرابع (٧ اعلامة)

المطلوب

(٤) (٥ علامات) $s^4 + s^3 + s^2 + s + 1$ باستقامه الطرفين بالنسبة إلى s نتيج أن:

٣ $s^4 + s^3 + s^2 + s + 1 = \frac{y^2}{s}$ حيث $y = s^2 + s + 1$
 وتتبعو بعض قيمة كل من s و y في هذه العلاقة
 نتيج أن:

١ $s^4 + s^3 + s^2 + s + 1 = \frac{y^2}{s}$

١ $20 = \frac{y^2}{s}$

١ إذاً $\frac{y^2}{s} = 20$

(٥) (٥ علامات) عندما يصل الجسم إلى مستوى سطح الأرض تكونه $v = 50$ م/ث

١ $50 = 60 - v$

١ $50 = 60 - v$

١ $50 = (1-v)(11)$

١ إذاً $v = 1$ ، $v = 11$

١ السرعة = $v = 60 - 10 = 50$ م/ث

عندما $v = 1$ تكون السرعة = $60 - 10 = 50$ م/ث
 وعندما $v = 11$ فإيه السرعة = $60 - 11 = 49$ م/ث
 السرعة الأولى يصلها الجسم وهو صاعد والسرعة الثانية وهو نازل

(٤) (٧ اعلامة) ارض من أن نقطة التماس (s, y)

١ ميل التماس = $10 = (1-s)$
 ميل العمودي = $\frac{y}{s} = \frac{10}{1-s}$

١ إذاً $10 = \frac{y}{1-s}$ أو $10(1-s) = y$

١ ومنها $10 = \frac{y}{1-s}$ \leftarrow $10(1-s) = y$

هناك ٣ محاسبات

الأول عند $(2, 0)$ ومماسه $y = 3 - 2x$

الثاني عند $(1, 1)$ ومماسه $y = 4 - x$

الثالث عند $(1, 1)$ ومماسه $y = 4 - x$

صفحة رقم (٦)

السؤال الخامس (٢١ علامة)

العلاقة

(٤
٧ علامتان)

ق) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ ، وقابل للاشتقاق على

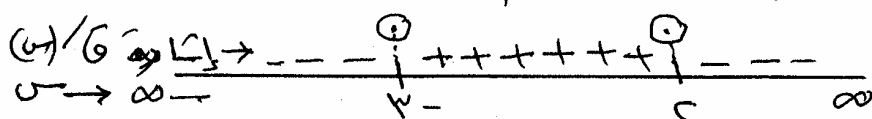
ق') $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$ ، عند القيم القصوى تكون ق' (س) = صفر

أي أن $3x^2 - 6x + 3 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0$ صفر

$(x-1)^2 = 0$ صفر

صفرًا $x = 1$ ، $x = 1$ ، $x = 1$



تلاحظ من الرسم إشارة ق' (س) حول قيم صفرية أن

لهذا لاقتنا قيمة صفرية محلية عندما $x = 1$ ،

وهي $f(1) = 0$

وله قيمة عظمى محلية عندما $x = 1$ ،

وهي $f(1) = 0$

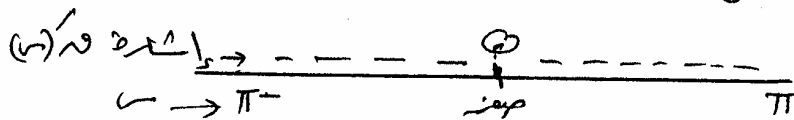
ب) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ ، $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$ ، $f''(x) = 6x - 6$ ، $f''(1) = 0$ ، $f'''(x) = 6$ ، $f'''(1) = 6 > 0$ ،

وهي $f(1) = 0$ ، $f''(1) = 0$ ، $f'''(1) = 6 > 0$ ،

نضع $f'(x) = 0$ ،

صفرًا $x = 1$ ،

إذاً $x = 1$ صفر



وبما أنه متصل على $[1, \infty)$ وقابل للاشتقاق على $(1, \infty)$

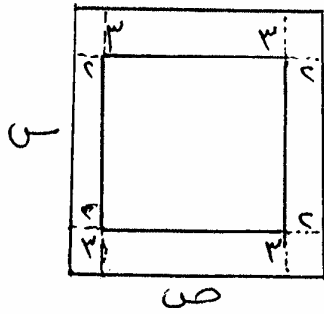
وإشارة f' سالبة لكل $x > 1$ ، $f'(x) < 0$ ، $f'(1) = 0$ ،

إذاً f متناقص على $[1, \infty)$.

صفحة رقم (٧)

السؤال (١٥) (٥ علامة)

(٣
٧٧٧٧)



افرض انه طول الورقة $س$ وعرضها $ع$
فلكون عرض المنطقة المطبوعة = $ع - ٥$
وطولها = $٦ - س$

مساحة المنطقة المطبوعة = ١٥٠ سم^٢

$$١٥٠ = (٦ - س)(ع - ٥)$$

$$\text{ومن هنا } ٤ + \frac{١٥٠}{٦ - س} = ع$$

المقدار المراد ايجار قيمة قصوى له هو مساحه الورقة = ٥٥×٥٥

$$\text{أي } م(س) = س \left(٤ + \frac{١٥٠}{٦ - س} \right)$$

$$م(س) = س \left(٤ + \frac{١٥٠}{٦ - س} \right)$$

$$م'(س) = \frac{س(٤(٦-س) + ١٥٠) - (٦-س)١٥٠}{(٦-س)^2}$$

$$= ٤ + \frac{٩٠٠ - ١٥٠س}{(٦-س)^2}$$

عند القيمة القصوى $م'(س) = ٠$ فمن

$$\text{ومن هنا } ٤ = \frac{٩٠٠ - ١٥٠س}{(٦-س)^2}$$

$$\text{أي أن } (٦-س)^2 = ٩٠٠$$

$$١٥٠ \pm = ٦ - س$$

$$\text{إذا } ٦ - س = ١٥٠ \text{ أو } ٦ - س = ٩٠٠$$

ولأنه $س$ عدد موجب (الأطوال لا تكون سالبة)

فإنه هناك قيمة حرجية واحدة لهذا الاتزان هي $٦ - س = ٩٠٠$

$$م(٩٠٠) = \frac{١٨٠٠}{٣(٦-٩٠٠)}$$

$$م(٦) = \frac{١٨٠٠}{٤(١٥)} <$$

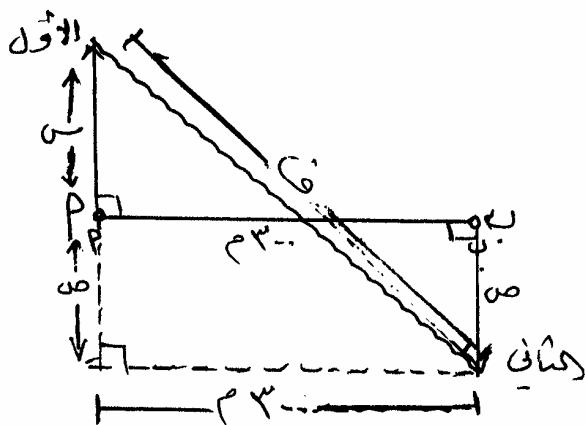
إذاً تكون مساحة الورقة أصغر ما يمكن عندما

تكون طولها $س = ٩٠٠$ سم

$$\text{وعرضها } ٥٥ = ٤ + \frac{١٥٠}{١٥} = ١٤ \text{ سم}$$

صفحة رقم (٨)

تابع السؤال السابق
(٨ علامات)



افترض أنه بعد أن تأسفة من انطلاقة الدراجة الثانية كانت

المسافة التي قطعها الشخص الأول = ٥٠ متراً
وأن المسافة التي قطعها الثاني = ٣٠ متراً
وأن المسافة بينهما = ٣٠ متراً

فإن $٣٠ + (٥٠ + ٣٠) = ١١٠$
ويمكن التعبير عن ٥٠ بدلالة ٣٠ كما يأتي:

$$٥٠ \times ٧ = ٣٥٠ \quad (\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن})$$

$$٦ \times (٣٠ + ٧) = ٥٠$$

$$\text{إذاً } ١٨٠ + ٧٦ + ٧٥ = ٣٥٠$$

$$٣٥٠ = ١٨٠ + ٧١١$$

وباستقاراه الظروف بالنسبة إلى الزمن (٧) نتج أن:

$$\frac{٣٥٠}{٧} = \frac{٣٥٠}{٧} \times \frac{١١}{١١} = \frac{٣٥٠ \times ١١}{٧ \times ١١}$$

$$\text{وعندما } ٧ = ٣٥٠ \text{ ثابت تكون } ٣٥٠ = ١٦٠٠٠ + ٩٠٠٠$$

$$\text{إذاً } \frac{٣٥٠}{٧} = \frac{١١ \times (١٨٠ + ٣٠ \times ١١)}{٧ \times ١١} = \frac{٤٤}{٥}$$

أي أنه المسافة بين الدراجتين تزداد بمعدل $\frac{٤٤}{٥}$ م/ث
في تلك اللحظة

ملحوظة: يمكن اشتقاق العلاقة التي تربط ٣٥٠ مع ٣٠ مباشرة كما يلي:

$$\frac{٣٥٠}{٧} = \frac{٣٥٠}{٧} \times \frac{٧}{٧} = \frac{٣٥٠}{٧} \times \frac{٧}{٧} \rightarrow (\text{علامة م})$$

$$\text{وعندئذ تكون } ٣٥٠ = ٦ \times ٥٠ = ٣٠٠$$

$$\text{علامة لايجاد } ٣٠٠ = ٣٠ \times ١٠ = ٣٠٠$$

$$\text{علامة لحاب } ٣٠٠ = ٣٠ + (٣٠ + ٣٠) = ٩٠$$

$$\text{إذاً } \frac{٣٥٠}{٧} = \frac{٣٠ \times (١٠٠ + ٣٠)}{٧} = \frac{٤٤}{٥}$$

انتبهت للإجابات