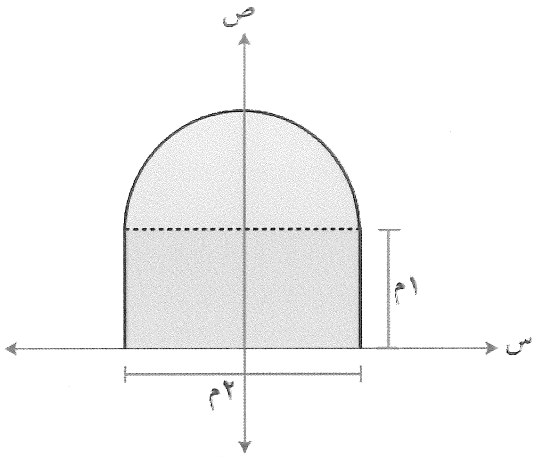
مجموعة أوراق في

التكامل

(٢٠١٩)

(الفرع الأدبي)



إعداد الأستاذ :

أحمد حسن

0796821236

مركز عكا الثقافي

4750455 / 0786092973

مجموعة أوراق عمل
لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

التكامل :

نقسم التكامل الى نوعين :

1. النوع الاول : التكامل غير المحدود.
2. النوع الثاني : التكامل المحدود .

* التكامل غير المحدود :

1. رمزه : $\int$ ق(س) د س .
   يقرأ : تكامل قاف السين دال السين .
2. جوابه : سينات + ج
   ↑ يسمى ثابة التكامل .
3. قواعده :
   ① $\int$ م . ر س = م $\int$ ر س + ج .
   ② $\int$ س^{ن} . د س = $\frac{\text{س}^{ن+1}}{ن+1}$ + ج
   حيث ن ≠ −1 .

هام جداً :
نستطيع فقط تكامل الجمع والطرح .
اما الضرب والقسمة فهي بحاجه لعمليات حسابية توضح عند طرح الاسئلة .

← الى الامثلة .

سُئل أحدهم ماذا قلت من الرياضيات "وهو عالم" فذ" فأجاب :
ماذلت طفلاً أحبو على سواطرها .

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

الفرع الأدبي

الفهرس
مجموعة اوراق عمل في (التكامل)

	الموضوع	أرقام الصفحات
٠١	التكامل (التكامل غير المحدود)	(١ - ٩)
٠٢	تكامل الاقترانات الدائرية	(١٠ - ١٢)
٠٣	تكامل الجذور	(١٣ - ١٤)
٠٤	التفسير الهندسي للتكامل	(١٥ - ١٨)
٠٥	التفسير الفيزيائي للتكامل	(١٩ - ٢٤)
٠٦	قواعد عامة (تعليم وسائل إضافية)	(٢٥ - ٢٨)
٠٧	التكامل المحدود	(٢٩ - ٣٣)
٠٨	ايجاد ثوابت إذا أعطي لنا جواب التكامل	(٣٤ - ٣٨)
٠٩	خواص التكامل المحدود	(٣٩ - ٤٣)
٠١٠	استحقاق التكاملات	(٤٤ -)
٠١١	العلاقة بين التكامل المحدود والمساحة	(٤٧ - ٥٠)
٠١٢	التكامل بالتعويض	(٥٠ - ٦١)
٠١٣	المساحة	(٦٢ - ٦٨)

تميز بر: أحمد حسن

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

٠٧٩/٦٨٩١٤٣٦

مجموعة أوراق عمل

لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

أمثلة: احسب التكاملات التالية:

١) $\int 5 \, dx = 5x + c$

٢) $\int \frac{12}{7} \, dx = \frac{12}{7}x + c$

٣) $\int -3 \, dx = -3x + c$

٤) $\int \frac{1}{27} \, dx = \frac{1}{27}x + c$

٥) $\int 117 \, dx = 117x + c$

٦) $\int (9)^5 \, dx = (9)^5 x + c$

٧) $\int 12m \, dm = 12m + c$

٨) $\int \frac{3}{5} l \, dl = \frac{3}{5}l + c$

٩) $\int \frac{1}{57} g \, dg = \frac{1}{57}g + c$

١٠) $\int 1 \, ds = s + c$

١١) $\int -1 \, dr = -r + c$

١٢) $\int 0 \, dx = 0x + c = c$

١٣) $\int x^5 \, dx = \frac{x^6}{6} + c$

١٤) $\int x^8 \, dx = \frac{x^9}{9} + c$

١٥) $\int 3x^4 \, dx = \frac{3x^5}{5} + c$

١٦) $\int x^{10} \, dx = \frac{x^{11}}{11} + c$

١٧) $\int 4x^3 \, dx = \frac{4x^4}{4} + c = x^4 + c$

١٨) $\int x^5 \, dx = \frac{x^6}{6} + c$

$= x^6 + c$

$= \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + c = \frac{x^{-2}}{-2} + c = -\frac{1}{2x^2} + c$

$= \frac{x^{-7+1}}{-7+1} + c = \frac{x^{-6}}{-6} + c = -\frac{1}{6x^6} + c$

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل

لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

[٣٢] $\int \frac{س^{٣} - ٤ + \sqrt{٤}}{س - ٢}$ د س

الحل: التحليه ÷
① لايكامل مبدئياً
② تنظر للمقام وهو س - ٢ وهو وحيد.
③ نذهب للبسط ونحلله ونختصره مع المقام.

نعود:

$\int \frac{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)}{س - ٢}$ د س

$= \int س^{٢} + ٢س + ٤$ د س $= \frac{س^{٣}}{٣} + س^{٢} + ٤س + جـ$

[٣٣] $\int \frac{٥س^{٢} + \sqrt{٢}س - ١١}{س - ١}$ د س

الحل: التحليه ÷
① لايكامل مبدئياً
② المقام وحيد وهو س - ١
③ نذهب للبسط ونحلله

$\int \frac{(س - ١)(٥س + ١١ + \sqrt{٥})}{س - ١}$ د س

$= \int ٥س + ١١$ د س

$= \frac{٥س^{٢}}{٢} + ١١س + جـ$

[٣٤] $\int \frac{س^{٤} + س^{٣} - س}{س}$ د س

الحل: التحليه ÷
① لايكامل مبدئياً
② تنظر للمقام وهو وحيد لعوم وجود (شايع) ⊕ أو ⊖
③ نذهب للبسط ونوزعه على المقام ونفرح القوة ونعوضها ونكامل

$\int س^{٣} + س^{٢} - ١$ د س $= \frac{١}{٤}س^{٤} + \frac{١}{٣}س^{٣} - س + جـ$

[٣٥] $\int \frac{٦س^{٥} + ٣س^{٣} + ١٢}{٣س^{٢}}$ د س

الحل: ١ التحليه ÷
١) لايكامل مبدئياً
٢) المقام وحيد
٣) نوزع البسط ونفرح القوة

$\int ٢س^{٣} + س^{١} + ٤س^{-٢}$ د س

$= \frac{٢س^{٤}}{٤} + \frac{س^{٢}}{٢} + ٤\frac{س^{-١}}{-١} + جـ$

تميز بـ : أحمد حسن

تعميم: $\int (\text{م}\ س+\text{ب})^{\text{ن}}\ د س = \frac{(\text{م}\ س+\text{ب})^{\text{ن}+1}}{\text{م}(\text{ن}+1)} + \text{جـ}$ ← فيه $س$ واحدة من مكتوب قوتها واحد

أمثلة:

(٣٦) $\int (٢س+٣)^{٦}\ د س$ خطي

$= \frac{(٢س+٣)^{٧}}{٢ \times ٧} + \text{جـ}$

$= \frac{(٢س+٣)^{٧}}{١٤} + \text{جـ}$

(٣٧) $\int (٤س-١)^{٩}\ د س$ خطي

$= \frac{(٤س-١)^{١٠}}{٤ \times ١٠} + \text{جـ}$

$= \frac{(٤س-١)^{١٠}}{٤٠} + \text{جـ}$

(٣٨) $\int (٦-٥س)^{٧}\ د س$ خطي

$= \frac{(٦-٥س)^{٨}}{-٥ \times ٨} + \text{جـ}$

$= \frac{(٦-٥س)^{٨}}{-٤٠} + \text{جـ}$

(٣٩) $\int \frac{٢}{(٣س+٢)^{٦}}\ د س$ نرفعه للبسط ونغيره إشارة القوة

الحل: $٢ \int (٣س+٢)^{-٦}\ د س$ خطي

$= \frac{٢(٣س+٢)^{-٥}}{٣ \times -٥} + \text{جـ}$

$= \frac{-٤}{١٥(٣س+٢)^{٥}} + \text{جـ}$

(٤٠) $\int \frac{٥}{(٧-٢س)^{٣}}\ د س$ نرفعه للبسط ونغيره إشارة القوة

الحل: $٥ \int (٧-٢س)^{-٣}\ د س$ خطي

$= \frac{٥(٧-٢س)^{-٢}}{-٢ \times -٢} + \text{جـ}$

$= \frac{٥(٧-٢س)^{-٢}}{٤} + \text{جـ}$

(٤١) $\int \frac{١٢}{(٦س+٢)}\ د س$ نرفعه للبسط ونغيره إشارة القوة

الحل: $١٢ \int (٦س+٢)^{-١}\ د س$ خطي

$= \frac{١٢(٦س+٢)^{٠}}{٦ \times ٠} + \text{جـ}$ ← لأن القوة صفر وأي واحد لوغاريتم

$= \frac{١٢(\text{لو}\ ١)}{٦} + \text{جـ}$

(٤٢) $\int \frac{٢}{(٨س+٦)}\ د س$ القوة سالب واحد لوغاريتم

الحل: $٢ \int (٨س+٦)^{-١}\ د س$ خطي

$= \frac{٢ \times \text{لو}\ ١}{٨} + \text{جـ}$

مجموعة أوراق عمل

لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

تكاملات محدودة:

هي التي تكون على الصورة:

$$\int \frac{\text{عدد}}{\text{س قوة}} \cdot d\text{س}$$

خطوات الحل: ١) نرفع المقام للبسط وتغير إشارة القوة

٢) نكامل كما تعودنا

٣) نرتب: تنزل المقام وتغير إشارة القوة

أمثلة:

١) $\int \frac{1}{\text{س}^5} \cdot d\text{س}$

الحل: ١) نرفعه للبسط: $\text{س}^{-5} \cdot d\text{س}$

٢) نكامله: $\frac{\text{س}^{-4}}{-4} + \text{ج}$

٣) نرتبه: $\frac{1}{-4\text{س}^4} + \text{ج}$

٢) $\int \frac{7}{\text{س}^{11}} \cdot d\text{س}$

الحل: ١) نرفعه للبسط: $7\text{س}^{-11} \cdot d\text{س}$

٢) نكامله: $7\frac{\text{س}^{-10}}{-10} + \text{ج}$

٣) نرتبه: $\frac{7}{-10\text{س}^{10}} + \text{ج}$

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل
لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

٣ $\int \frac{8}{س^{16}}$ د س

الحل: ١) نرفعه لبسط $\int \frac{8}{س^{-16}}$ د س

$= \frac{8}{-15} س^{-15} + ج$

٢) نكامله: $= \frac{8}{-15} \times \frac{1}{س^{15}} + ج$

٣) نرتبه: $= -\frac{8}{15 س^{15}} + ج$

٤ $\int \frac{1}{س}$ د س

الحل: ١) نرفعه لبسط $\int س^{-1}$ د س

القوة سالب واحد

نضع الجواب لوناً آخر

$= لو_{ه} |س| + ج$

٥ $\int \frac{8}{س}$ د س

الحل: ١) نرفعه لبسط $\int 8 س^{-1}$ د س

القوة سالب واحد

$= 8 لو_{ه} |س| + ج$

٦ $\int \frac{5}{3 س}$ د س

الحل: ١) نرفعه لبسط $\int \frac{5}{3} س^{-1}$ د س

سالب واحد

$= \frac{5}{3} لو_{ه} |س| + ج$

٧ $\int \frac{3 س^3 + 2}{س}$ د س

الحل: التحليل

١ للقاء وهما

٢ توزيع البسط

٣ نطرح القوة

$\int \frac{3 س^3}{س} + \frac{2}{س}$ د س

$= \int 3 س^2 + 2 س^{-1}$ د س

القوة سالب واحد

$= س^3 + 2 لو_{ه} |س| + ج$

٨ $\int \frac{س^5 + س^4 + 7 س^3}{س^3}$ د س

الحل: التحليل

١ القاء وهما

٢ توزيع البسط ونطرح القوة

$\int \frac{س^5}{س^3} + \frac{س^4}{س^3} + \frac{7 س^3}{س^3}$ د س

$\int س^2 + س + 7$ د س

القوة سالب واحد

$= \frac{س^3}{3} + \frac{س^2}{2} + 7 لو_{ه} |س| + ج$

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل
لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

تكامل الاقترانات النسبية

1) (حفظ) تعلم جدول التوحيد :

① $\int جاس \cdot دس = -جتاس + جـ$

② $\int جتاس \cdot دس = جاس + جـ$

③ $\int قاس^2 \cdot دس = ظاس + جـ$

ويستخدم في مسائل الجمع والطرح .

2) قد نحتاج لمعلومات (متطابقات) من الصف العاشر (مهم) وهي :

① $ظاس = \frac{جاس}{جتاس}$

② $ظتاس = \frac{جتاس}{جاس}$

③ $\frac{1}{قاس} = جتاس$

④ $\frac{1}{قتاس} = جاس$

⑤ $\frac{1}{جتاس} = قاس$

ونستخدم فقط في مسائل القوس والعشرة

أمثلة : احسبي التكاملات التالية :

1) $\int (جاس + جتاس - قاس^2) دس$

الحل : التحليل ⊕ او ⊖ ⟸ يكامل من جدول التوحيد

$= -جتاس + جاس - ظاس + جـ$

2) $\int (3 جتاس + 2 جاس + 5 قاس^2) دس$

الحل : التحليل ⊕ او ⊖ ⟸ يكامل من جدول التوحيد

$= -3 جاس + 2 جتاس + 5 ظاس + جـ$

3) $\int (\frac{1}{2} قاس^2 + 3 جاس + 5 - 5) دس$

الحل : التحليل ⊕ او ⊖ ⟸ يكامل من جدول التوحيد

$= \frac{1}{2} ظاس + 3 جتاس + \frac{3}{3} س - 5س + جـ$

$= \frac{1}{2} ظاس - 3 جتاس + س - 5س + جـ$

4) $\int (جاس + قاس^2 + \frac{3}{س^2}) دس$

الحل : التحليل ⊕ او ⊖ ⟸ يكامل من جدول التوحيد

$= -جتاس + ظاس + 3 لو|س| + جـ$

مجموعة أوراق عمل
لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

٥) $\int$ ظا س × ظتا س ، س

الحل : ا التعلية (×) :

نحتاج لجدول العاشر : حيث نضع

بدلاً من ظا س = $\frac{\text{جا}}{\text{جتا}}$ مع بقاء

و ظتا = $\frac{\text{جتا}}{\text{جا}}$ التكامل

ثم بعدها نكامل .

$\therefore \int \frac{\text{جا}}{\text{جتا}} \times \frac{\text{جتا}}{\text{جا}}$ س = $\int$ ١ س

= ١ س + جـ

٦) $\int \frac{\text{٣ جا}}{\text{جتا}} \times \text{جتا} - \frac{\text{٣ جا}}{\text{جتا}} \times \frac{\text{٥ جتا}}{\text{جا}}$ س

$\int$ ٣ جا − ٥ ا س

= − ٣ جتا − ٥ ا س + جـ

٧) $\int$ ٢ جتا س (٤ ظا س + ٦) س

الحل : التعليه (×) :

نحتاج لجدول العاشر حيث نضع بدلاً من :

ظا س = $\frac{\text{جا}}{\text{جتا}}$

ثم بعدها نخلي الاقواس ونكامل .

$\therefore \int$ ٢ جتا $\left(\frac{\text{٤ جا}}{\text{جتا}} + ٦\right)$ س

$\int$ ٢ جتا $\times \frac{\text{٤ جا}}{\text{جتا}}$ + ٢ جتا × ٦ س

$\int$ ٨ جا + ١٢ جتا س

= − ٨ جتا + ١٢ جا + جـ

٣) $\int$ ٣ ظا س (جتا − ٥ ظتا) س

الحل : التعليه (×) :

نحتاج لجدول العاشر حيث نضع بدلاً من :

ظا س = $\frac{\text{جا}}{\text{جتا}}$

ظتا = $\frac{\text{جتا}}{\text{جا}}$

ثم بعدها نخلي الاقواس ونكامل

$\therefore \int \frac{\text{٣ جا}}{\text{جتا}} \left(\text{جتا} - ٥ \frac{\text{جتا}}{\text{جا}}\right)$ س

مجموعة أوراق عمل
لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتنظيم الصحي

٨ $\int \left(\frac{1}{\text{قا}^2 س} + \frac{1}{\text{ظا} س} - \frac{1}{\text{جتا}^2 س}\right) \text{د}س$

الحل: التعليه (÷):

نختار لجدول العاشر حيث نضع بدلاً من:

$\frac{1}{\text{قا} س} = \text{جتا} س$

$\frac{1}{\text{قتا} س} = \text{جا} س$

$\frac{1}{\text{جتا}^2 س} = \text{قا}^2 س$

ثم نكامل من جدول التوحيد.

$\therefore \int (\text{جتا} س + \text{جا} س - \text{قا}^2 س) \text{د}س$

$= \text{جا} س + \text{جتا} س - \text{ظا} س + \text{جـ}$

٩ $\int (5\text{قا}^2 س + \text{جا} س - 3\text{جتا} س) \text{د}س$

$= 5\text{ظا} س + \text{جتا} س - 3\text{جا} س + \text{جـ}$

١٠ $\int (3س^2 + 5س^3 + 4\text{جتا} س - 2) \text{د}س$

الحل: التعليه (+) او (−) ⟸ نكامل من جدول التوحيد.

$\frac{3س^3}{3} + \frac{5س^4}{4} + 4\text{جا} س - 2س + \text{جـ}$

٨ $\int \frac{5}{\text{جتا}^2 س} + \text{جا} س - 3\text{جتا} س) \text{د}س$

الحل: التعليه (÷)

نختار لجدول العاشر حيث نضع بدلاً من: $\frac{5}{\text{جتا}^2 س} = 5\text{قا}^2 س$

ثم نكامل من التوحيد.

تعميم:

الناس رجلان:

أحدهم نائم في الشمس

وآخر مستيقظ

في الظلام.

وأنتم أجمل الشخصين، العمل في النهار والأمل في الظلام (النوم)

الله يرعاكم

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل
لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

تكامل الجذور :

خطواته : ① نحوّل الجذر الى كسر
حيث $\sqrt[ن]{س^م} = س^{\frac{م}{ن}}$

② نكامل ، نضيف للقوة واحد ونقسم على نفس القوة الجديدة !

③ نرتبه : نقلب المقام × $\sqrt[ن]{س^{ن+م}}$ + جـ

امثلة : احسبي التكاملات التاليه :

1) $\int \sqrt{س}$ د س

الحل : 1) نحوله لكسر $\int س^{\frac{1}{2}}$ د س

2) نكامل : $\frac{س^{\frac{1+\frac{1}{2}}}{1+\frac{1}{2}}} + جـ$

$= \frac{س^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + جـ$

3) نرتبه : $\frac{2}{3}\sqrt{س^3} + جـ$.

2) $\int \sqrt[3]{س^5}$ د س

الحل : 1) نحوله لكسر $\int س^{\frac{5}{3}}$ د س

2) نكامل : $\frac{س^{1+\frac{5}{3}}}{1+\frac{5}{3}} + جـ$

$\frac{س^{\frac{8}{3}}}{\frac{8}{3}} + جـ$

3) نرتبه : $\frac{3}{8}\sqrt[3]{س^8} + جـ$.

3) $\int \sqrt[7]{س^4} + 2\sqrt[5]{س}$ د س

الحل : 1) نحوله لكسر $\int س^{\frac{4}{7}} + 2س^{\frac{1}{5}}$ د س

2) نكامل : $\frac{س^{1+\frac{4}{7}}}{1+\frac{4}{7}} + 2\frac{س^{1+\frac{1}{5}}}{1+\frac{1}{5}} + جـ$

$\frac{س^{\frac{11}{7}}}{\frac{11}{7}} + 2\frac{س^{\frac{6}{5}}}{\frac{6}{5}} + جـ$

3) نرتبه : $\frac{7}{11}\sqrt[7]{س^{11}} + 2\times\frac{5}{6}\sqrt[5]{س^6} + جـ$.

مجموعة أوراق عمل
لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

٤ $\int (س^{3} + ك س - 3\sqrt{س^{5}})$ د س .

الحل: ١) نحول الجذر الى كسر .

$\int (س^{3} + ك س - س^{\frac{5}{3}})$ د س .

٢) تكامل : $\frac{س^{4}}{4} + ك س - \frac{س^{\frac{5}{3}+1}}{\frac{5}{3}+1} + ج$

$= \frac{س^{4}}{4} + ك س - \frac{س^{\frac{8}{3}}}{\frac{8}{3}} + ج$

٣) نرتبه : $\frac{س^{4}}{4} + ك س - \frac{3}{8}\sqrt[3]{س^{8}} + ج$

٥ $\int \frac{4}{\sqrt{س}}$ د س .

الحل: ١) نحوله لكسر :

$\int 4 س^{-\frac{1}{2}}$ د س

٢) نرفعه للبسط ونعكس اشارة القوة :

$4 \int س^{-\frac{1}{2}}$ د س .

ونكامل : $4 \frac{س^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + ج$

$4 \frac{س^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + ج = 4 \times 2 س^{\frac{1}{2}} + ج$

٣) نرتبه : $8\sqrt{س} + ج$.

٦ $\int \frac{س^{2} + 7س}{\sqrt{س}}$ د س .

الحل: التجزئة ÷

١) لايكامل مباشرة .
٢) مقام وحيد .
٣) توزع البسط ونظرح القوة .

١) $\int \frac{س^{2}}{\sqrt{س}} + \frac{7س}{\sqrt{س}}$ د س .

$\int \frac{س^{2}}{س^{\frac{1}{2}}} + 7$ د س .

$\int س^{\frac{3}{2}} + 7$ د س .

$\int س^{\frac{3}{2}} + 7$ د س .

٢) نكامل : $\frac{س^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + 7س + ج$

$= \frac{س^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + 7س + ج$

٣) نرتبه : $\frac{2}{5}\sqrt{س^{5}} + 7س + ج$.

مجموعة أوراق عمل
لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

التفسير الهندسي للتكامل :

في هذا النوع من المسائل نعطى لنا

إما $ق'(س)$ أو الميل .

ويطلب السؤال ايجاد :

إما قاعدة $ق(س)$ أو $ق(ر_م)$

خطوات الحل :

① نكامل :

$$\text{قاعدة } ق(س) = \int (\text{الميل}) \, د س$$

$$= \text{سيات} + جـ$$

② ثم نجد قيمة $جـ$.

امثلة على التفسير الهندسي :

1) اذا كان ميل المماس لمرسوم ملحنى $ص = ق(س)$ عند اي نقطة $(س، ص)$ واحدة عليه هو : $٣س^٢ + ٢س + ٥$.

أوجدي : قاعدة $ق(س)$ علماً انه يمر بالنقطة $(١، ١٢)$ ؟

الحل : ① نكامل : $\text{قاعدة } ق(س) = \int (\text{الميل}) \, د س$

$$= \int (٣س^٢ + ٢س + ٥) \, د س$$

$$= س^٣ + س^٢ + ٥س + جـ$$

$$ق(س) = س^٣ + س^٢ + ٥س + جـ$$

② نعطى لنا : يمر $(١، ١٢)$

$$ق(١) = ١٢$$

$$١ + ١ + ٥ + جـ = ١٢$$

$$٧ + جـ = ١٢ \Leftarrow جـ = ١٢ - ٧ = ٥$$

∴ اصبح : $ق(س) = س^٣ + س^٢ + ٥س + ٥$.

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل

لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

٢ إذا كان (ميل المماس) لمنحنى الرسوم البياني لـ $ص = ق(س)$ عند $(س، ص)$ الواقعة عليه هو:

$٤س^{٣} + ٢س$

أوجدي: قاعدة $ق(س)$ علماً أن $ق$ يمر بالنقطة $(-١، ٦)$ ؟

الحل: ① نكامل:

$ق(س) = \int$ (قاعدة $ق(س)$) ds

$= \int ٤س^{٣} + ٢س \, ds$

$= س^{٤} + س^{٢} + ج$

$ق(س) = س^{٤} + س^{٢} + ج$

② نعطى لنا: $ق$ يمر $(-١، ٦)$

$٦ = (-١)^{٤} + (-١)^{٢} + ج$

$٦ = ١ + ١ + ج$

$٦ = ٢ + ج \Leftarrow ج = ٦ - ٢$

$ج = ٤$

∴ الصيغة:

$ق(س) = س^{٤} + س^{٢} + ٤$.

٣ إذا كان (ميل المماس) لمنحنى الرسوم البياني لـ $ص = ق(س)$ عند $(س، ص)$ هو:

$٣س(س - ٢)$.

أوجدي: قاعدة $ق(س)$ علماً أن

$ق(٣) = ٩$ ؟

الحل: ① نكامل: $ق(س) = \int$ (قاعدة $ق(س)$) ds

$= \int ٣س(س - ٢) \, ds$

$= \int ٣س^{٢} - ٦س \, ds$

$= س^{٣} - ٣س^{٢} + ج$

$ق(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ج$

② نعطى لنا: $ق(٣) = ٩$

$٩ = (٣)^{٣} - ٣(٣)^{٢} + ج$

$٩ = ٢٧ - ٢٧ + ج$

$٩ = ج \Leftarrow ج = ٩$

∴ الصيغة: $ق(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٩$.

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل

لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

٤ اذا كان (ميل المماس) لمنحنى $ص = ق(س)$ هو :

$$\frac{٣س^{٣} + ٢}{س}$$

اوجدي : قاعدة $ق(س)$ علماً ان

$ق(١) = ٨$ ؟

الحل : ① تكامل :

$$\text{قاعدة } ق(س) = \text{الميل} \cdot \text{د}س$$

$$= \int \frac{٣س^{٣} + ٢}{س} \cdot \text{د}س$$

نوزع البسط

$$= \int \frac{٣س^{٣}}{س} + \frac{٢}{س} \cdot \text{د}س$$

$$= \int ٣س^{٢} + ٢ \ln|س| \cdot \text{د}س$$

$$= س^{٣} + ٢ \ln|س| + جـ$$

$$ق(س) = س^{٣} + ٢ \ln|س| + جـ$$

② نعوض : $ق(١) = ٨$

$$٨ = (١)^{٣} + ٢ \ln|١| + جـ$$

$$٨ = ١ + ٢ \times ٠ + جـ$$

$$٨ = ١ + جـ$$

$$٨ - ١ = جـ \longleftarrow ٧ = جـ$$

$\therefore$ اصبح : $ق(س) = س^{٣} + ٢ \ln|س| + ٧$

٥ اذا كان ميل المماس لمنحنى $ق(س)$ هو : $٨(٣س + ١)^{٣}$.

اوجدي : قاعدة $ق(س)$ علماً ان

$ق(٠) = ١٣$.

الحل : ① تكامل :

$$\text{قاعدة } ق(س) = \text{الميل} \cdot \text{د}س$$

$$= \int ٨(٣س + ١)^{٣} \cdot \text{د}س$$

نفك القوس

$$= \int ٨(٢٧س^{٣} + ٢٧س^{٢} + ٩س + ١) \cdot \text{د}س$$

$$= ٨ \left(\frac{٢٧س^{٤}}{٤} + \frac{٢٧س^{٣}}{٣} + \frac{٩س^{٢}}{٢} + س \right) + جـ$$

$$ق(س) = ٢ س^{٤} (٣س + ١)^{٤} + ٩س^{٣} + ٩س^{٢} + ٨س + جـ$$

② نجد جـ : $ق(١) = ١٣$

$$١٣ = ٢(١)^{٤}(٣ \times ٠ + ١)^{٤} + ٩(٠)^{٣} + جـ$$

$$١٣ = ٢ + جـ$$

$$١٣ - ٢ = جـ$$

$$جـ = ١١$$

$\therefore ق(س) = ٢(٣س + ١)^{٤} + ٩س^{٣} + ٩س^{٢} + ٨س + ١١$