

# تطبيقات التفاضل

أسئلة  
مقترحة

أسئلة  
أضافية

حلول أسئلة  
الكتاب

الفرع الأدبي

للأستاذ: محمد صلاح

0787412853



أنت

تطبيقات التفاضل

## التفسير الهندسي للمشتقة

③ معادلة المماس :

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \quad \text{تقاً (س، ف)}$$

يمكن تسمية هذه المعادلة بمعادلة المنحنى

④ ميل المماس :

$$\text{تقاً (س، ف)}$$

وهي جزء من معادلة المماس

يمكن تسمية هذا الميل بميل المنحنى

⑤ ملاحظة مهمة : آنتبه على المطلوب في السؤال

← إذا طلب السؤال ميل مماس ← فقط نشتق ونعوض

← نجد تقاً (س، ف)

← إذا طلب السؤال المعادلة

← نعوض في المعادلة

سأ: إذا كان  $q = (s)$  ،  $s^2 + 1 = 6s$  ، جد ميل المماس  
لمنحن الأقتران  $q = s$  عندما  $s = 3$  ؟

الحل: السؤال طلب ميل المماس ، فقط نشق  
ونعوض النقطة المعطاة

$$q = (s) = 3$$

$$q' = (2) = 2 \times 3 = 6 \rightarrow \text{ميل المماس} = 6$$

سأ: إذا كان  $q = 4s$  ،  $s + 5 = 6$  ، جد ميل المماس  
لمنحن الأقتران  $q = s$  عندما  $s = 1$  ؟

الحل: السؤال طلب ميل المماس ، فقط نشق  
ونعوض النقطة المعطاة

$$q = 4s$$

$$q' = 4 \rightarrow \text{ميل المماس} = 4$$

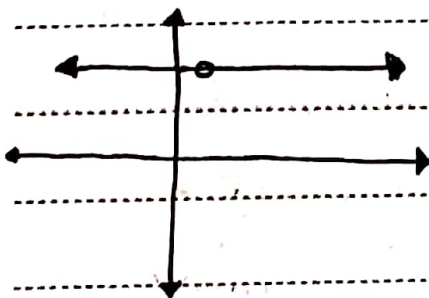
$$s = 1$$

س<sup>3</sup>: إذا كان  $ص = قه(س) = س = س^3 = 6س + 5$  فجد  
ميل المماس لمنحن  $ق$  عند  $ص = 4$  ؟

الحل:  $قه(س) = س^3 = 6س + 5$   
 $ق(6) = (6-1)س^2 = 6(6-1)س = 6(5)س = 30س$   
 $30س = 6 = 6 - 12 = 6 - 6 \times 2 = 6 - 12 = 6$   
 ميل المماس = 6

س<sup>4</sup>: إذا كان  $قه(س) = ص = 7$  فجد ميل المنحنى لمنحنى  
 القتران  $ق$  عند  $س = 0$  ؟

الحل: ميل المنحنى = ميل المماس  
 $ق(س) = صفر$   
 $ق(0) = صفر = 0$  ← ميل المنحنى = صفر



توضيح: عند رسم  $ق$  على المستوى  
 الديكارتي لا يوجد ميل  
 آذن الميل = صفر

٢٥٥  
س٥ : إذا كان  $f(x) = x^2 + px + 5$ ، حيث  $p$   
عدد ثابت وكان ميل المماس عند  $x = 1$  يساوي  
 $\epsilon$ ، جد قيمة الثابت  $p$ ؟

الحل : ميل المماس =  $f'(x)$  =  $f'(1)$

$$f'(x) = 2x + p = 2 + p$$

$$f'(1) = \epsilon$$

$$\epsilon = 2 + p \leftarrow \epsilon = 2 + 1 \times p$$

$$2 - \epsilon = p \leftarrow$$

$$\boxed{\frac{1}{p} = 2} \leftarrow 2 = p \leftarrow$$

س٦ : إذا كان  $f(x) = (x^2 + px + 2)$ ، حيث  $p$  عدد  
ثابت، وكان ميل المنحنى عند  $x = 3$  يساوي  
 $\epsilon$ ، جد قيمة الثابت  $p$ ؟

الحل :  $f'(x) = 2x + p = 2 \times 3 + p$

$$f'(3) = \epsilon \leftarrow \epsilon = (2 \times 3 + p)$$

$$\frac{\epsilon}{p} = 2 \times 3 + p \leftarrow$$

$$1 = 2 \times 3 + p \leftarrow$$

$$1 = 248 - 1012 \leftarrow$$

$$1012 + 1 = 248 \leftarrow$$

$$\frac{1012}{41} = 24 \leftarrow 1012 = 248 \leftarrow$$

س٧: إذا كان قسمة  $(س١) = س٢ - س٣$  ، فجد ميل المماس  
لمنحنى الأتي ان قسمة عند النقطة  $(٢, -٢)$  ؟

الحل:  $(٢, -٢)$

$$س١ = س٢ - س٣$$

له تستخدم فقط إذا طلب المعادلة

$$قسمة (س١) = س٢ - س٣$$

$$قسمة (٢) = ٢ \times ٢ - ٤ = ٠$$

$$\text{ميل المماس} = ١$$

سأ إذا كان  $f(x) = x^2 + px + q$ ، حيث  $p$  عدد ثابت، وكان ميل المماس عند  $x = 1$  يساوي  $1$ ، فما قيمة الثابت  $p$ ؟

الحل:  $f'(x) = 2x + p$

$$f'(1) = 1$$

$$1 = 2 + p \leftarrow 1 = 2 + 2 \times p$$

$$1 - 2 = p \leftarrow$$

$$-1 = p \leftarrow$$

$$\boxed{p = -1}$$

سأ إذا كان  $f(x) = \frac{1}{x}$ ، وكان ميل

المماس عند  $x = 1$  يساوي  $1$ ، فما قيمة

الثابت  $p$ ؟

الحل:  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ ،  $f'(1) = 1$

$$-\frac{1}{1^2} = 1 \leftarrow -1 = 1$$

③ معادلة المماس  $\leftarrow (ص - ص_1) = قه' (س - س_1) \quad (س_1 = ص_1)$

← كيفية الحل عندما يطلب معادلة المماس :

١. نعوّض  $س_1$  المعطاة في السؤال في الماقتران

الاصلي لنحصل على  $ص_1$

٢. نجد ميل المماس عند  $س_1$  بأشتقاق الماقتران

الاصلي

٣. نعوّض كل القيم في خطوط  $\square$   $\square$  بمعادلة

$(ص - ص_1) = قه' (س - س_1)$

س١ إذا كان  $قه' (س_1) = س_1 + ١$  نجد معادلة المماس

لمنحن الماقتران  $قه' عند س_1 = ١ = ٢$

الحل : معادلة المماس  $\leftarrow (ص - ص_1) = قه' (س - س_1) \quad (س_1 = ص_1)$

١.  $ص_1 = قه' (١) = (١) + ٢ = ٣$

٢.  $س_1 = ١$

٣. ميل المماس  $\leftarrow قه' (س_1) = ٢ س_1 + ١ = ٣$

$\leftarrow قه' (١) = ٣$

٤.  $(ص - ٣) = (٢ - ٣) (س - ١)$

$$س'' : إذا كان قه (س) = (س٢ + ١) (س٣ - ٤)$$

وجد معادلة المماس عند ما س = ٢ ؟

الحل :

$$\text{معادلة المماس} \leftarrow (ص١ - ص٢) = قه'(س) (س١ - س٢)$$

$$١ - ص١ = قه'(٢) = (٢٢ + ١) (٢٣ - ٤)$$

$$١ - ص١ = ٢ \times ٥ = ١٠$$

$$٢ - ص١ = ١٠$$

$$٣ - ص١ \text{ ميل المماس} \leftarrow قه'(س) = (س٢ + ١) (٣س٢ - ٤س)$$

عند س = ٢

$$\leftarrow قه'(٢) = (٢٢ + ١) (٣ \times ٢ - ٤ \times ٢)$$

$$١٠ = ٤ + ١٥ = ١٩$$

$$\leftarrow (ص١ - ص٢) = قه'(س) (س١ - س٢)$$

$$(١٠ - ص١) = (١٩ - س)$$

س'' إذا علمت أن قه(٥) = ٣ ، قه'(٥) = ٦ ، فجد

معادلة المماس عند س = ٥ ؟

$$\text{الحل : معادلة المماس} \leftarrow (ص١ - ص٢) = قه'(س) (س١ - س٢)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$(١٠ - ص١) = (٦ - س)$$

س<sup>١٣</sup>: إذا كان قه (س) = ٨س + س<sup>٢</sup>، فجد معادلة

المماس للاقتران عند النقطة (٢، ٢)؟

الحل: عند طلب المعادلة عند نقطة (س، ص) (٣، ٣)

يكون فقط باقي الأتمام المعادلة

ميل المماس

$$(ص - ص_1) = \text{قه}'(س_1) (س - س_1)$$

$$(٣ - ص) = \text{قه}'(٣) (س - ٣)$$

$$\leftarrow \text{ميل المماس} = \text{قه}'(٣) = ٣س + ٢ = ٢$$

$$= ٨ + ٢س$$

$$\text{قه}'(٢) = ٨ + ٢ \times ٢ = ٨ + ٤ = ١٢$$

$$\leftarrow \text{معادلة المماس} (ص - ٢) = (٢ - س) \times ١٢$$

س<sup>١٤</sup>: إذا كان قه (س) = (١ + س<sup>٢</sup>)، فجد معادلة المماس

لمدحى الاقتران قه عند س = ١؟

الحل: معادلة المماس  $\leftarrow (ص - ص_1) = \text{قه}'(س_1) (س - س_1)$

$$١ - ص = \text{قه}'(١) (س - ١) = ٢(١ + ١) = ٤$$

$$٢س = ٤ - ١$$

$$٣ = ٢(١ + س^2) = ٢(١ + ١) = ٤ \leftarrow \text{قه}'(س) = ٢(١ + ٢س) = ٢(١ + ٢) = ٦$$

$$\leftarrow \text{المعادلة} (ص - ٤) = (س - ١) \times ٦$$

س: إذا كان  $u = 6\epsilon + 1$ ،  $v = 2\epsilon$ ، جد

معدلية المماس للاقتيران  $u$  و  $v$  عند  $\epsilon = 1$ .

الحل:

← معدلية المماس ←  $(u - v) = \text{قمة } (\epsilon) (\epsilon - 1)$

1.  $u = 6(1) + 1 = 7$

$v = 2(1) = 2$  قمة  $(1) = 1 + 6 \times 1 = 7$

$20 = 1 + 2\epsilon =$

$\epsilon = 9.5$

س: ميل المماس ←  $\frac{u'}{v'} = 1$

$u' = 12 \times \epsilon = 12 \times 9.5 = 114$

$v' = 2 = 2 \times 1 = 2$

المعدلية ←  $(20 - v) = \epsilon(1 - 1) = 0$

$$س٦: ٢ إذا كنت نفي) قه (١+٥) - قه (١) = ٢$$

فجد معادلة المماس للاقتران قه (١, ١) عند (١, ١)؟

$$\text{الحل: نفي) قه (١+٥) - قه (١) = قه (١) = ٢}$$

$$\text{قه (١) = ٢}$$

$$\leftarrow \text{معادلة المماس} \leftarrow (١ - ١) = (١ - ١) (١ - ١)$$

$$\leftarrow (١ - ١) = (١ - ١) \leftarrow$$

س٧: جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$$\text{قه (١, ١) = ١ + ١ = ٢ عند ١ = ١}$$

$$\leftarrow \text{الحل: معادلة المماس} \leftarrow (١ - ١) = (١ - ١) (١ - ١)$$

$$\text{١ = ١ + ١ = ٢ = قه (١) = ٢}$$

$$\text{٢ = ١ + ١}$$

$$\text{١ = ١ + ١ = ٢ = قه (١) = ٢}$$

$$\text{٢ = ١ + ١ = ٢ = قه (١) = ٢}$$

$$\text{معادلة المماس (١ - ١) = (١ - ١) (١ - ١)}$$

س١٨: جد معادلة العماس لمنحنى الأقران

$$\text{نقطة (س, ف) = (س, \sqrt{1-س^2}) \text{ عند } س = 0 \text{ ؟}$$

الحل: معادلة العماس ← (س, ف) = (س, \sqrt{1-س^2})

$$\mu = \sqrt{9} = \sqrt{1-1} = \sqrt{1-0} = \sqrt{1} = 1 \text{ نقطة (0, 1)}$$

$$\text{ف: } 0 = 1 - س^2$$

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1-س^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0}} = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 \text{ نقطة (0, 1)}$$

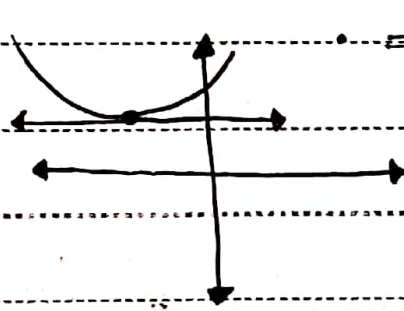
$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\sqrt{1-0}} = 1 \text{ نقطة (0, 1)}$$

∴ معادلة العماس ← (س, ف) = (س, \frac{1}{\mu})

⊕ صلاحية تنوي النقطة (س, ف) نقطة (0, 1)

١٩  
سأ: جد قيم  $s$  التي يكون عندها المماس لمنحنى  
المنحنى  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  موازياً  
لمحور السينات ؟

الحل: موازياً لمحور السينات يعني أنه يوجد



ميل  $\rightarrow$   $\frac{dy}{dx} = 0$

$$0 = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

$$\frac{1}{1} = \frac{3x}{1} = \frac{3x}{1}$$

$$x = 0 \quad \leftarrow \quad x = 2$$

سأ: إذا علمت أن ميل المماس للأقتران  $y = x^3 - 3x^2 + 1$   
عند النقطة  $(2, 1)$  يساوي  $3$ ، جد قيمة  $s$  (أ.أ.؟)

الحل:

ميل المماس عند النقطة  $(2, 1)$

$$= 3 = 3x^2 - 6x$$

س٢١: إذا كان قه  $(س, ع) = س^٢ + ع^٢$ , فجد نقطة التماس

عند  $س = ع = ٢$

الحل: نقطة التماس  $\leftarrow (س, ع) = (٢, ٢)$

$$س = ١, ع = ٤ \rightarrow قه = (٤, ١) = ٤ + ١ = ٥$$

$$٢ع = ٨ + ١٦ = ٢٤$$

نقطة التماس  $\leftarrow (٢, ٤)$

س٢٢: إذا كانت معادلة المماس لعلاقه ما

تساوي  $١٥ - س = ٥ + ع$  فما هي قيمه

ميل المماس ؟

الحل: ميل المماس  $\leftarrow قه = (٥ - ع) = ٥ - ٤ = ١$

س٢٣: إذا كانت قه  $(س, ع) = ٦ + س + ع$ , فجد ميل المماس

الحل: ميل المماس  $= قه = (٦ + س) = ٦$

## " حلول أسئلة الدرس "

سأ: جد معادلة المماس لكل من المنحنيات الآتية عند قيمه من المبينة (زاوية كل منهما):

$$P. \text{ قه } (س) = (س) + 0 = 0, \text{ قه } = س, \text{ قه } = ؟$$

الحل: معادلة المماس  $\leftarrow (س - س) = (س - س) (س - س)$

$$1. \text{ ص } = 0 = 0 + 2 \times 3 = (2) \text{ قه } = 2$$

$$2. \text{ قه } = 1, \text{ قه } = 2$$

$$3. \text{ ميل المماس } = \text{ قه } (س) = س, \text{ قه } = س$$

$$\text{ قه } (س) = 2$$

$$4. \text{ المعادلة } (س - س) = (س - س) (س - س)$$

$$B. \text{ قه } (س) = (س) + 1 = 1, \text{ قه } = 1, \text{ قه } = ؟$$

الحل: معادلة المماس  $\leftarrow (س - س) = (س - س) (س - س)$

$$1. \text{ ص } = 1 = 1 = 1 + 1 \times 1 = (1) \text{ قه } = 1$$

$$2. \text{ قه } = 1, \text{ قه } = 1$$

$$3. \text{ ميل المماس } = \text{ قه } (س) = س + 1 = 1, \text{ قه } = 1$$

$$\text{ قه } (س) = 1 = 1 + 1 = 1$$

٥. معادلة المماس

$$(ص - ٣) = ٥ (س - ١)$$

٥. نقطة (س، ص) = (٢ - ع) (س + ١) ، س = صفر ؟

الحل: معادلة المماس  $\leftarrow (ص - ٣) = ٥ (س - ١)$  ، نقطة (س، ص) = (٣ - ١)

$$١ - ص = ٥ (س - ١) \quad (١ + ٢)$$

$$١ - ص = ٥س - ٥$$

$$٥س = ١ - ص$$

٦. ميل المماس  $\leftarrow$  نقطة (س، ص) ، س = صفر ؟

$$\text{نقطة (س، ص)} = (٣ - ع) (س + ١) + ٥س = ٥ (س - ١) + ٥س$$

$$\text{نقطة (س، ص)} = ٥س - ٥ + ٥س = ١٠س - ٥$$

٧. معادلة المماس  $\leftarrow (ص + ٤) = ٣ (س - ١)$

$$ص + ٤ = ٣س - ٣$$

سأ: إذا كان قه (س) =  $\frac{2+3r}{1+r}$  ، فجد معادلة المعاس  
لمدنى الاقتراض قه عندما س = 1 ؟

الحل: معادلة المعاس ← (ص - ص) = قه (س) (س - س)

$$1 - ص = \frac{2+1 \times 2}{1+1} = قه (1) = ص$$

$$1 - ص = 1$$

م: ميل المعاس ← قه (س) ، س = 1

$$\frac{2 \times (2+3r) - (2)(1+r)}{r(1+r)} = قه (س)$$

$$1 = \frac{2 \times (2+1 \times 2) - 2 \times (1+1)}{r(1+1)}$$

م: معادلة المعاس ← (ص - ص) = (1 - س) (1 - س)

سأ: إذا كان قه (س) =  $P \cdot s^2 + Es + M$ , حيث  $P$  عدد  
ثابت، وكان ميل المنحنى عندما  $s = 3$   
يساوي 2.2، فوجد قيمة الثابت  $P$ ؟

الحل: ميل المنحنى = قه' (س) =  $2Ps + E$

$$2Ps + E = 2.2 \quad (1)$$

$$2Ps + E = 2.2 \quad (2)$$

$$2Ps + E = 2.2 \quad (3)$$

$$2Ps + E = 2.2 \quad (4)$$

سأ: إذا كان قه (س) =  $s^2 + Es + 5$ ، فوجد ميل المنحنى  
للأقتران عندما  $s = 1$ ؟

الحل: ميل المنحنى = قه' (س) =  $2s + E$

$$2s + E = 1 \quad (1)$$

$$2s + E = 1 \quad (2)$$

$$2s + E = 1 \quad (3)$$

$$2s + E = 1 \quad (4)$$

$$2s + E = 1 \quad (5)$$

$$2s + E = 1 \quad (6)$$

$$2s + E = 1 \quad (7)$$

$$2s + E = 1 \quad (8)$$

س<sup>0</sup> إذا كان رقم (س) = (س<sup>2</sup> - 2) فجد

معادلة المماس لمنحن الأقتنار رقم

عند النقطة (س، س<sup>2</sup> - 2)

الحل: معادلة المماس ← (س - ص) = رقم (س) (س - س<sub>1</sub>)

$$ص = رقم (س) = (س - 1) \times (س - 1) = (س - 1)^2$$

$$ص = (س - 1)^2 = (س - 1) \times (س - 1) =$$

$$ص = س - 1$$

ميل المماس ← رقم (س) / س = 1 - 1 = 0

$$رقم (س) = (س - 1) \times (س - 1) = (س - 1)^2$$

$$رقم (س) = (س - 1) \times (س - 1) = (س - 1)^2$$

$$ص = س - 1$$

معادلة المماس

$$(ص - 1) = 0 \times (س - 1)$$

## " أسئلة إضافية "

س١: جد صغار لثة المماس لمدخني الدائرة

$$\text{ق١: (س) = س}^2 + ٢س - ٣ \quad \text{عند س = ١} \quad \text{ق}^2$$

الجواب: (ص) = (٢) = (س - ١)

س٢: إذا علمت أن ق١ ق٢ = (س) فما وجد ميل المماس

لمدخني ق٢ (س) عند س = ٦ ق٢

الجواب: ق٢ (٦) = ٢

س٣: إذا كان ق٢ ق٣ = (س) فما وجد ميل المماس

لمدخني ق٣ (س) عند س = ٣ ق٣

الجواب: ق٣ (٣) =  $\frac{1}{3}$

س٤: جد معادلة المماس لمنحنى الأقطران قه (س١) =  $\frac{1}{1-3x}$  عند ما س = صفر ؟

الجواب : ص = 1 = - 2س

س٥: إذا كان قه (س١) =  $(1+3x)^2$  ، فجد ميل المماس لمنحنى الأقطران قه (س١) عند س = ٢ ؟

الجواب : قه (٢) = ٢٠

س٦: إذا كان ص = قه (س١) =  $(3-2x)^2$  ، فجد ميل المماس لمنحنى الأقطران قه عند س = ١ ؟

الجواب : قه (١) = ٢٤

س٧: جد معادلة المماس لمنحنى الأقطران قه (س١) =  $\sqrt{7+3x^2}$  عند (١, ٣) ؟

الجواب : ص = ٣ = (١-٣)

س٧: إذا كان قه (س) =  $\frac{س^2}{س^3 + ٤}$  ، جد ميل المماس  
قه (س) عند س = ١.؟

الجواب: قه' (١) = ٨

س٨: جد معادلة المماس لمنحنى الأقتران  
قه (س) =  $\frac{٢}{١ - س^٣}$  ، عند (١، -٢) ؟

الجواب: ص = ٢ + ، ٦ = - س

س٩: جد معادلة المماس لمنحنى الأقتران

قه (س) =  $\frac{١}{س^٣ - ١}$  ، عندما س = ١

الجواب: ص = ١٦ ، ١ = - س

س١٠: جد معادلة المماس لمنحنى الأقتران قه (س) =  $\frac{١}{س^٢}$

عند س = ١

الجواب: ص = ١ - ، ٢ = ١ + س

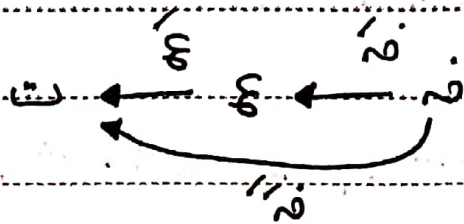
## التفسير الفيزيائي للمشتقة

② إذا تحرك جسم حسب العلاقة  $f = f(t)$  حيث  $f$  : المسافة بالامتار  
 $t$  : الزمن بالثواني فإن

← السرعة اللحظية  $v(t) = f'(t)$   
 $f$  هي  $t$  السرعة مشتقة المسافة

← التسارع اللحظي  $a(t) = v'(t) = f''(t)$   
 $a$  و  $t$  التسارع هو المشتقة الثانية للمسافة

أي  $a$  التسارع المشتقة الأولى للسرعة  
 $a$  و  $t$  التسارع هو المشتقة الثانية للمسافة



③ هناك ثلاث حالات لحل مثل هذا النوع من

المسألة:

→ الحالة الأولى:

الزمن معطى في السؤال ويطلب التسارع أو التسارع

من: إذا تحرك جسم بحيث كان بعده عن

نقطة الأصل بالمتار بعد  $n$  ثانية من

بدء حركته معطى بالعلاقة  $s = (n) = n^2 + 3n + 5$

فاحسب سرعة الجسم بعد مرور  $n$  ثوان

الحل:  $s = (n) = n^2 + 3n + 5$

$= n^2 + 3n + 5$

بعد  $n$  ثواني ←  $s = (3) = 3^2 + 3 \times 3 + 5 = 18 + 9 + 5 = 32$

$= 3^2 + 3 \times 3 + 5 = 18 + 9 + 5 = 32$

$= 3^2 + 3 \times 3 + 5 = 18 + 9 + 5 = 32$

ملاحظة: التسارع  $a = 2$  م/ث<sup>2</sup> التسارع  $a = 3$  م/ث<sup>2</sup>

س٢: إذا تحرك جسم بحيث كان بعده عن نقطة  
الأصل بالامتار بعد  $n$  ثانية معطى بالعلاقة  
فه  $(n) = 3n^2 - 2n + 4$  ، فأحسب سرعته  
الجسم بعد مرور ٢٠ ثانية من حركته ؟

$$\text{الحل: } s(n) = 3n^2 - 2n + 4$$

$$s(20) = 3 \times 20^2 - 2 \times 20 + 4$$

$$s(20) = 1200 - 40 + 4 = 1164 \text{ م/ث}$$

س٣: يتحرك جسم على خط مستقيم حيث كان  
بعده عن نقطة الأصل معطى بالعلاقة  
فه  $(n) = \sqrt{n} + 1$  ، فأحسب سرعته  
الجسم بعد مرور ١٦ ثانية من حركته ؟

$$\text{الحل: } s(n) = \sqrt{n} + 1$$

$$s(16) = \sqrt{16} + 1 = 4 + 1 = 5 \text{ م/ث}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{4 \times 2} =$$

٤  
٢  
للسا٤ يتحرك جسيم وفق العلاقة :  $v = (n) = (2n^2 + 1)$   
حيث  $n$  المسافة التي يقطعها الجسيم بالامتار  
 $n$  الزمن بالثواني ، جد تسارع الجسيم بعد مرور  
ثانيه واحدة من بدء الحركة ؟

الحل : يريد التسارع  $(n)$  عند  $n = 1$

$$1. \quad v = (n) = (2n^2 + 1) \quad \text{فه } (n) = 2 \times (1^2 + 1) = 4$$

$$2. \quad v = (n) = (2n^2 + 1) = 2 \times (2^2 + 1) + 1 = 9$$

$$3. \quad (1) = 4 \quad (2) = 9$$

$$4 = 2 \times 1 + 1 \quad 9 = 2 \times 2 + 1$$

٤  
٢  
للسا٤ يتحرك جسيم حسب العلاقة :  $v = \frac{n}{1+n}$   
جد السرعة والتسارع لهذا الجسيم بعد مرور  
ثانيتين من بدء الحركة ؟

الحل:

$$1. \quad \varepsilon \cdot n(n-1) = \varepsilon \cdot n(n-1) \\ \frac{n^2 + n}{2(1+n)} = \frac{1 \cdot n^2 - n(1+n)}{2(1+n)} =$$

$$\frac{\varepsilon - 2 \times 2 \times 3}{9} = \frac{\varepsilon^2 - 2 \times 2 \times (1+2)}{2(1+2)} = (2) \varepsilon$$

$$\frac{1}{9} = \frac{\varepsilon - 12}{9} =$$

$$2. \quad n(n-1) = (n-1) \varepsilon \\ \frac{(1+n)2 \times (n^2 + n) - (2+n) \varepsilon^2 (1+n)}{\varepsilon(1+n)} =$$

$$3. \quad \frac{6}{11} = \frac{\varepsilon 1 - 0 \varepsilon}{11} = \frac{6 \times 1 - 6 \times 9}{11} = (2) \varepsilon$$

٦. يتحرك جسم وفق العلاقة  $v = 10 - t^2$  حيث  $v$  المسافة بالمترا،  $t$  الزمن بالثواني. احسب كل ما يلي:

١. السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة  $[1, 4]$
٢. السرعة اللحظية للجسيم بعد مرور ٣ من الثواني

الحل:

$$١. \text{السرعة المتوسطة} = \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{v(4) - v(1)}{4 - 1} = \frac{10 - 16}{3} = -\frac{6}{3} = -2 \text{ م/ث}$$

$$٢. \text{السرعة اللحظية} = v(t) = 10 - t^2$$

$$= 10 - 2^2$$

$$= 10 - 4 = 6 \text{ م/ث}$$

لنأخذ: يتحرك جسم وفق العلاقة:  $v = (0.5)t^2 + 6t + 7$   
حيث  $v$  المسافة بالأمتر،  $t$  الزمن بالثواني.  
جد تصاريح هذا الجسم بعد مرور ثابنتين من  
بدء حركته؟

الحل: التسارع  $a = (0.5) = \frac{1}{2}$   $v = (0.5)t^2 + 6t + 7$

$$a = (0.5) = \frac{1}{2}$$

$$v = 6t + 7$$

$$v = 6t + 7 = (0.5)t^2 + 6t + 7$$

$$v = 6t + 7 = (0.5)t^2 + 6t + 7$$

$$v = 6t + 7 = (0.5)t^2 + 6t + 7$$

③ الحالة الثانية :

الزمن مجهول و يطلب السرعة  $\bar{v}$  و التسارع  
لكن سيكون هناك معطى في السؤال لا فراج الزمن

④ ملاحظات :

- 1- تستخدم سرعته  $v$  (ن) = 0
- 2- يستخدم تسارعه  $a$  (ن) = 0
- 3- التسارع عند ما تكون سرعته  $v$  م / ث  $\leftarrow v = (n) \cdot P$
- 4- السرعة عند ما يكون التسارع  $a$  م / ث<sup>2</sup>  $\leftarrow a = (n) \cdot P$

"من خلال المعطى في السؤال نخرج الزمن"

5- لا يوجد زمن سالب : مثلاً  $n = -x$

6- سرعته المتوسطة تساوي سرعته اللحظية

$$\bar{v} = \frac{v}{n}$$

سأ: إذا كانت  $(n)$  =  $n^3 - 9n^2 + 10n$  هي المسافة التي يقطعها جسم حيث  $n$  المسافة بالمتار،  $n$  الزمن بالثواني، فأحسب تسارع الجسم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته؟

الحل: أولاً: الزمن مجهول لكن هناك معلومة  
لأفراج الزمن  $\leftarrow (n) = 0$  ← تنعدم سرعته

$$(n) = (n) = (n) = n^3 - 9n^2 + 10n = 0$$

$$\leftarrow (n) = 0 = n^3 - 9n^2 + 10n = 0$$

$$\text{بالقسمة على } n \leftarrow n^2 - 9n + 10 = 0$$

$$\leftarrow (n - 1)(n - 10) = 0$$

$$n = 1, n = 10$$

ثانياً: معلوم التسارع  $(a) = (n) = 10n - 18n^2$

$$= 10 \times 1 - 18 \times 1^2 = -8$$

نعرف الزمن:

$$n = 1 \leftarrow (1) = 10 \times 1 - 18 \times 1^2 = -8 \text{ م/ث}^2$$

$$n = 10 \leftarrow (10) = 10 \times 10 - 18 \times 10^2 = -170 \text{ م/ث}^2$$

ص<sup>2</sup>: يتحرك جسم وفتح العلاقة:  $v = v_0 + at$   $v^2 = v_0^2 + 2atv_0$   $v^2 = 0 + 2 \times 10 \times 6 = 120$   $v = \sqrt{120} = 10.95$  م/ث

الحل:  $v = v_0 + at$   $v = 0 + 10 \times 6 = 60$  م/ث

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 10 + a \times 6 \Rightarrow a = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3} \text{ م/ث}^2$$

$$v = v_0 + at \Rightarrow 10 = 0 + a \times 6 \Rightarrow a = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \text{ م/ث}^2$$

$$v = v_0 + at \Rightarrow 10 = 0 + a \times 6 \Rightarrow a = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \text{ م/ث}^2$$

$$\frac{1}{t} = 0$$

طلب السرعة عند  $t = 1$  م/ث

$$v = v_0 + at \Rightarrow 10 = 0 + a \times 6 \Rightarrow a = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \text{ م/ث}^2$$

$$v = v_0 + at \Rightarrow 10 = 0 + a \times 6 \Rightarrow a = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \text{ م/ث}^2$$

سأ: يتحرك جسم وفق العلاقة  $v = 2t^2 - 4t$  حيث  $v$  سرعة الجسم عندما يكون تسارعه  $a = 10$  م/ث<sup>2</sup>؟

الحل: الزمان غير معطى لكن  $t(2) = 10$   
 $v(2) = 2(2)^2 - 4(2) = 8 - 8 = 0$   
 $t(3) = 2(3)^2 - 4(3) = 18 - 12 = 6$   
 $t(4) = 2(4)^2 - 4(4) = 32 - 16 = 16$   
 $t(5) = 2(5)^2 - 4(5) = 50 - 20 = 30$

من مألوف السرعة  $v(5) = 2(5)^2 - 4(5) = 50 - 20 = 30$   
 $v(4) = 2(4)^2 - 4(4) = 32 - 16 = 16$   
 $v(3) = 2(3)^2 - 4(3) = 18 - 12 = 6$   
 $v(2) = 2(2)^2 - 4(2) = 8 - 8 = 0$

س٤: يتحرك جسم وفق العلاقة  $v = 2n^3 - 6n - 4$  حيث  $v$  سرعة الجسم عند  $t$  ث. ما تسارع الجسم عند  $t = 1$  ث؟

الحل: الزمن غير معيَّن لكن  $a = (v) = 12n^2 - 6$

$$a = (v) = 12n^2 - 6 = 12(1)^2 - 6 = 6$$

$$a = (v) = 12n^2 - 6 = 12(2)^2 - 6 = 42$$

$$a = (v) = 12n^2 - 6 = 12(3)^2 - 6 = 102$$

$$a = 12n^2 - 6$$

$$a = 12n^2 - 6 = 12(4)^2 - 6 = 198$$

$$a = 12n^2 - 6 = 12(5)^2 - 6 = 294$$

X

زمن سالب

∴ مكوَّنات  $(n)$  عند  $n = 2$

$$a = (v) = 12n^2 - 6 = 12(2)^2 - 6 = 42$$

س٥: تحرك جسم بحيث كان بعده عن نقطة الأصل  
بالاعتبار بعد  $n$  ثانياً ما بدء الحركة معقراً بالعلاقة  
فإن  $\epsilon = n^2$  إذا كانت سرعته المتوسطة في  
الفترة الزمنية  $[P, \epsilon]$  تساوي سرعته اللحظية  
بعد مرور  $n$  ثوانٍ فجد قيمة الثابت  $P$ ؟

الحل: سرعته المتوسطة = سرعته اللحظية  $\leftarrow \bar{\epsilon} = \epsilon = (n)$

١. ولاً: نجد السرعة المتوسطة

$$\frac{\cancel{P} \epsilon}{\cancel{P} \epsilon} = \frac{(n) - (P\epsilon)}{1 - P\epsilon} = \frac{n}{1 - P\epsilon} = \bar{\epsilon}$$

$$P. 17 =$$

ثانياً: نجد السرعة اللحظية  $\leftarrow \epsilon = (n) = (0) = 0$

$$n = 3 \leftarrow \epsilon = (3) = 9$$

الخطأ:  $\bar{\epsilon} = (0) = 0 \leftarrow \epsilon = 9$

$$\frac{3}{9} = \frac{7}{9} = \frac{9}{17} = P \leftarrow$$

$$\boxed{\frac{3}{9} = P}$$

س٦: يتحرك جسم وفق العلاقة  $P = (1 - t)^2$  حيث  $t$  المسافة بالمترا.  $P$  الزمن بالثواني. إذا كانت سرعة الجسم المقطوعه بعد  $t$  تساوي  $1/2$  م/ث. فجد قيمه الثابت  $P$  ؟

$$\text{الحل: } \frac{1}{2} = (1 - t)^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = 1 - t \quad \leftarrow$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - t$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = t \quad \leftarrow \quad \frac{1}{2} = (1 - t)^2$$

$$\boxed{t = \frac{1}{\sqrt{2}}} \quad \leftarrow \quad \frac{1}{2} = P$$

س٧: يتحرك جسم وفق العلاقة  $P = (1 + t)^2$  حيث  $t$  المسافة التي يقطعها الجسم عندما تكون

سرته  $1/2$  م/ث ؟

$$\text{الحل: } \frac{1}{2} = (1 + t)^2 \quad \leftarrow$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = 1 + t \quad \leftarrow \quad \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 = t \quad \leftarrow \quad \boxed{t = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1}$$

س٨: المثلث المسافة عند  $t = 1$ ، فجد  $P = (1 + t)^2$

## " حلول أسئلة الكتاب "

سأ: إذا كانت  $v = 3n^2 + 2n$  هي المسافة التي  
يقطعها الجسم بالامتار بعد  $n$  ثابته فجد:

أ. السرعة بعد مرور  $n$  ثابته من بدء الحركة ؟

الحل:

$$v = 3n^2 + 2n$$

$$v = 3(2)^2 + 2(2) = 12 + 4 = 16 \text{ م/ث}$$

ب. التسارع عندما تكون السرعة  $v = 9$  م/ث ؟

$$v = 3n^2 + 2n = 9$$

$$3n^2 + 2n - 9 = 0$$

$$3n^2 + 2n - 9 = 0$$

$$3n^2 + 2n - 9 = 0$$

$$3n^2 + 2n - 9 = 0$$

$$3n^2 + 2n - 9 = 0$$

$$3n^2 + 2n - 9 = 0$$

$$3n^2 + 2n - 9 = 0$$

$$3n^2 + 2n - 9 = 0$$

سأقوم بحركتي جسمين بحيث كان بعده عن نقطة الأصل  
بالأمتار بعد  $n$  ثانية من بدء الحركة معطى  
بالعلاقة  $s = 2n^2$  إذا كانت سرعته المتوسطة  
في الفترة الزمنية  $[0, 3]$  تساوي سرعته اللحظية  
بعد مرور  $3$  ثوانٍ من بدء الحركة، فجد قيمة  $P$  ؟

الحل: السرعة المتوسطة = السرعة اللحظية

$$\bar{v} = v(3)$$

$$P = \frac{P_2}{P} = \frac{v(3) - v(0)}{3 - 0} = \bar{v}$$

$$v(3) = v(0) = 2 \times 3 = 6$$

$$v(3) = 2 \times 3 = 6$$

$$6 = \bar{v}$$

$$6 = P \leftarrow 12 = P_2$$

سأ: إذا كان  $x = (n)$  فـ  $x + 3 = (n-2)$  يمثل المسافة التي يقطعها جسم بالامتار بعد  $n$  ثانية. فجد السرعة المقطوعة بعد  $x$  ثواني من بدء الحركة؟

$$\text{الحل: } x = (n) = \text{فـ } (n) = (n-2) \times 3 =$$

$$3(n-2) =$$

$$3(6) = 3(2-4 \times 2) = (4) \text{ م/ث}$$

$$3 \times 6 = 18 \text{ م/ث}$$

سأ: إذا مثل الأقطار  $(n)$  المسافة التي يقطعها جسم بالامتار بعد  $n$  ثانية من بدء حركته. وكان  $x = (n) = n^2 - n + 5$  فما سرعة هذا الجسم عندما يكون تسارعه  $4 \text{ م/ث}^2$ ؟

الحل: الزمن مجهول ولكن  $t = (n) =$

$$x = (n) = n^2 - n + 5$$

$$t = (n) = n^2 - n + 5 \leftarrow$$

$$x = 5 - n + 5 \leftarrow$$

$$1 = n - 5 + 5 \leftarrow$$

حل السؤال السرعة ع (ن) =  $3n - 2$

ع (1) =  $3 - 2 = 1$  م/ث

س: حل السؤال الوارد في بداية الدرس:

إذا تحركت سيارة وكان موقعها في اللحظة ن

معرفاً بالاقتران  $(n)$  =  $3n - 2$  ع + ن

حيث ن المسافة التي تقطعها السيارة بالآمتار

ن الزمن بالثواني فجد سرعة السيارة بعد مرور

ع ثواني من بدء الحركة ؟

الحل: ع (ن) =  $3n - 2$  =  $3 \cdot 6 - 2$  ع

ع (6) =  $3 \times 6 - 2 = 16$  م/ث

## " أسئلة إضافية "

س١: يتحرك جسم وفق العلاقة  $(ن) = ٣ن + ٩ن + ١$  حيث  $ن$  المسافة التي يقطعها الجسم عندما  
سرعته  $١٢$  م/ث جد تسارعه  $٤$ .

الحل: الجواب:  $ن = ١$   
ت (١) =  $٦$  م/ث

س٢: يتحرك جسم وفق العلاقة  $(ن) = ٣ن - ٦ن - ٣$  حيث  $ن$  المسافة المقطوعة بالامتار  $ن$  الزمن  
بالتواني ما تسارع الجسم بالتحفة  $١$   $٤$ .

الجواب: ت الت =  $٣$  م/ث

س٣: يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة  
 $(ن) = ٣ن - ٣ن + ١$  حيث  $ن$  المسافة بالامتار  
 $ن$  الزمن بالتواني جد سرعته الجسم بعد مرور  $٤$   
تواني ما بدء الحركة  $٤$ .

الجواب:  $٤$  (٤) =  $٢٤$  م/ث

سأ<sup>٤</sup>: يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة  
 في (ت) =  $N^3 - N^2 + N$  حيث  $N$  المسافة  
 التي يقطعها الجسم بالامتار،  $N$  الزمن  
 بالثواني، جد المسافة التي يقطعها الجسم  
 عندما يكون تسارعه  $٤ م/ث^٢$

الجواب:  $N = ٢$

في (ت) =  $٨ - ٤ + ٢ = ٦ م$

سأ<sup>٥</sup>: يتحرك جسم على خط مستقيم وفقاً للاقتراح  
 في (ت) =  $N^3 - N^2 + N$  جد سرعة الجسم عندما  
 يكون تسارعه  $٤ م/ث^٢$ ؟

الجواب:  $N = ١$

في (ت) =  $١ - ١ + ١ = ١ م/ث$

س٦: يتحرك جسم على خط مستقيم وفقاً للاقتراح

$$v = (n) = n^2 + n + 6 \text{ م/ث} \quad n < 10$$

جد تسارع الجسم عندما تكون سرعته 10 م/ث ؟

الجواب:  $n = 4$ ,  $n = \frac{2}{3}$

تعمل  $n < 10$

ت (٢٤) = 10 م/ث ؟

س٧: يتحرك جسم وفق العلاقة  $v = n^2 + n + 6$  م/ث

جد المسافة التي يقطعها الجسم عندما

يكون تسارعه 3 م/ث ؟

الجواب:  $n = 3$

فه (٣) = 27 م

## تطبيقات الاشتقاق

④ القيم أو الأعداد المرجح : هي قيم  $s$  التي يكون عندها

المشتقة الأولى تساوي صفر

"أصغار المشتقة الأولى"

⑤ النقال المرجح : هي ناتج تعويض أصغار المشتقة

الأولى في المقتران الأصلي وتكون

عبارة عن آزاويج مرتبه  $(s, f(s))$

سأب إذا كان  $f'(s) = 0$   $s = 2$  نجد القيم المرجح ؟

الحل :

$$f'(s) = 2s - 1 = 0$$

$$2s - 1 = 0 \quad \leftarrow f'(s) = 0$$

$$2s = 1 \quad \leftarrow 2s - 1 = 0$$

$$s = \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{1}{2}$$

سأ: إذا كان قه (س) =  $s^2 - 1$  + ع جد الأعداد  
المرجحة ؟

الحل: قه (س) =  $s^2 - 1$

قه (س) =  $s^2 - 1$

ع =  $s^2 - 1$  ←

∴ س =  $\sqrt{ع + 1}$  عدد حرج

س: إذا كان قه (س) =  $s^3 - 1$  + س جد التقاطع  
المرجحة ؟

الحل: تقاطع حرجه ←  $\sqrt[3]{ع + 1}$  مرتبه

أولاً: نشق للأيجاد القيم المرجحة

قه (س) =  $s^3 - 1$

قه (س) =  $s^3 - 1$  ←

←  $(s - 1)(s^2 + s + 1)$

←  $s = 1, s = \omega, s = \omega^2$

ثانياً: نعوين القيم الحرجه في قه (س) للأيجاد

قه (٢)، قه (٢-)، النقاط الحرجه

$$\leftarrow \text{قه (٢)} = (٢) = (٢) = ٣ - (٢) \times ٢ = ٣ + ٢٤ - ١ = ٣ + ٢٤ - ١$$

$$= ١٣ = ٣ + ١٠ =$$

$$\leftarrow \text{قه (٢-)} = (٢-) = (٢-) = ٣ + ٢ - ٤ \times ٢ = ٣ + ٢ - ٨ = ٣ + ٢ - ٨$$

$$= ١٩ = ٣ + ١٦ =$$

∴ التقاطح الحرجه (٢، ١٣-)، (٢-)، ١٩

س: إذا كان قه (س) = س<sup>٣</sup> + س<sup>٢</sup> جد القيم الحرجه ؟

الحل:

$$\text{قه (س)} = س^٣ + س^٢$$

$$\leftarrow \text{قه (س)} = س^٣ + س^٢ = ٠$$

$$\leftarrow س (س^٢ + س) = ٠$$

$$\leftarrow س = ٠، س^٢ + س = ٠$$

$$\leftarrow س^٢ = -س \quad \boxed{\frac{٢-}{٣} = س}$$

∴ القيم الحرجه س = ٠،  $\frac{٢-}{٣}$

عندما يطلب السؤال قيمة مجهول، ويكون مكتوباً  
في سؤال آخر هذه الكلمات: قيم حرجه، عدد حرج  
نقطة حرجه، مشتق ونساي، بالصفر لايجاد قيمة  
المجهول.

س: إذا كان قم  $(s) = p = s^2 - 3s$  وكان للاقتزان  
نقطة حرجه عند  $s = 1$ ، جد قيمة الثابت  $p$ .

الحل: نقطة حرجه عند  $s = 1$  ← قم  $(1) = صفر$

قم  $(s) = 0 = p \cdot 2 - s \cdot 3$

قم  $(1) = صفر$  ←  $0 = 2p - 3$  ←  $صفر = 3 - 2p$

$3 = 2p$  ←  $\frac{3}{2} = p$

سأبدأ إذا كان قه (س) = (س + ٥) <sup>٢</sup> وكان للأقتران  
قه (س) قيمة خرجة عند س = ٣. جد قيمة  $\frac{١}{٣}$  ثابت...

٤. ٢

الحل: قيمة خرجة ← قه (٣) = صفر

$$٥ \times (٣ + ٥) \cdot ٢ = (٣) \text{ قه}$$

$$\text{قه (٣)} = \text{صفر}$$

$$\text{صفر} = ٥ \times (٣ + ٥) \cdot ٢$$

$$\text{صفر} = (٣ + ٥) \cdot ١ \leftarrow \text{صفر} = ٣ + ٥$$

$$\boxed{١٥ = ٣}$$



ع: فترات التزايد من  $(-\infty, 2)$

فترات التناقص من  $(2, \infty)$

$$س^2: \text{ إذا كان } قه(س) = ع س^3 - 6س^2 + 2$$

جد فترات التزايد والتناقص؟

الحل:

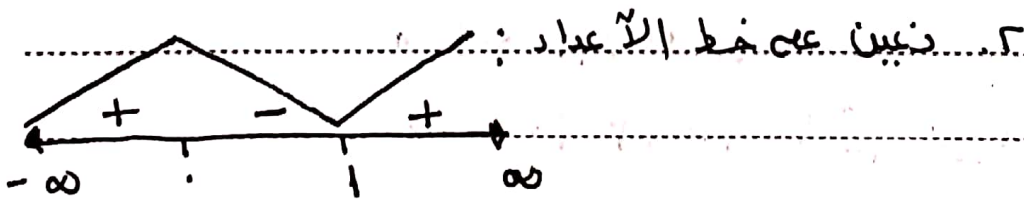
$$1: \text{ قه}'(س) = 3س^2 - 12س$$

$$\text{قه}'(س) = 0 \rightarrow 3س^2 - 12س = 0$$

$$\rightarrow 3س(س - 4) = 0$$

$$\rightarrow س = 0, س = 4$$

$$س = 4$$



$$3: 1 < 2 \rightarrow \text{قه}'(2) = 3 \times 2^2 - 12 \times 2 = 12 - 24 = -12 < 0$$

$$4: 1 > 2 \rightarrow \text{قه}'(1) = 3 \times 1^2 - 12 \times 1 = 3 - 12 = -9 < 0$$

$$5: 1 > 4 \rightarrow \text{قه}'(4) = 3 \times 4^2 - 12 \times 4 = 48 - 48 = 0$$

ع. فترات التزايد:  $(- \infty, 1)$

$(1, \infty)$

أو  $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$

فترات التناقص:  $[1, \infty)$

س٣: إذا كان  $q = (s)$  =  $s^3 - 3s^2 - 9s + 9$  من رجة فترات

التزايد والتناقص والقيم الحرجة ؟

١. القيم الحرجة  $\leftarrow$   $q'(s) = 3s^2 - 6s - 9 = 0$

$q''(s) = 6s - 6 = 0$   $\leftarrow$   $s = 1$

$s = 3$   $\leftarrow$   $s = 1$   $\leftarrow$   $s = 3$

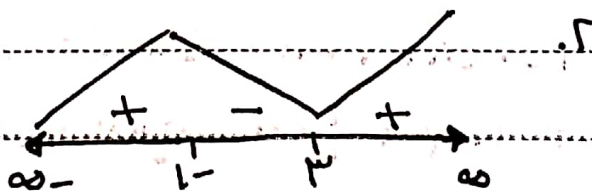
$\leftarrow$   $(s-1)(s+3) = 0$

$\leftarrow$   $s = 1, 3$  = القيم الحرجة

تزايد  $(-\infty, 1)$

$(1, 3)$

تناقص  $(3, \infty)$



سؤال ٤: إذا كان قه (س) =  $س^2 - ٦س$  ، حدد فترات التزايد

والتناقص و القيم الحرجة ؟

الحل :

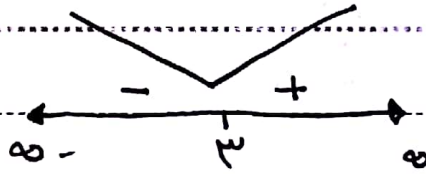
١. قيم حرجه ← قه (س) =  $س^2 - ٦س$

قه (س) = ٠ ←  $٠ = س^2 - ٦س$

←  $٦ = س^2$  ←  $س = ٣$  قيمة حرجه

٢. تتناقص [٠ ، ٣]

متزايد [٣ ، ٥]



سؤال ٥: إذا كان قه (س) =  $س - ١$  ، حدد القيم

الحرجة وفترات التزايد والتناقص ؟

الحل :

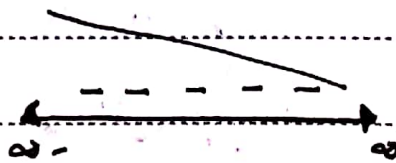
١. قيم حرجه ← قه (س) =  $س - ١$

قه (س) = ٠ ←  $٠ = س - ١$  ؟ لا يوجد قيم

حرجه

٢. تزايد لا يوجد

تتناقص (١ ، ٥)



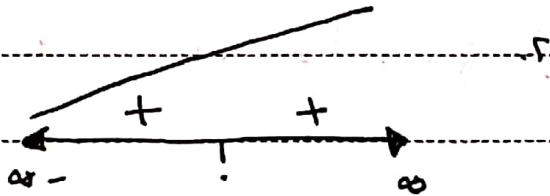
س<sup>7</sup> + 1 إذا كان قه (س) = س<sup>3</sup> + س<sup>2</sup> جد فترات

المتزايد والتناقص والقيم الحرجة ؟

الحل : قيم حرجة ← قه (س) = س<sup>3</sup> + س<sup>2</sup>

$$\text{قه (س)} = \dots = \text{س}^3 + \text{س}^2 = \text{س}^2 (\text{س} + 1)$$

قيم حرجة



تزايد : ( -∞, 0 )

تناقص : ( 1, ∞ )

س<sup>5</sup> بين أن اللآقتري ان قه (س) = س<sup>3</sup> + س<sup>2</sup> جد فترات

المتزايد على مجموعة الأعداد الحقيقية ؟

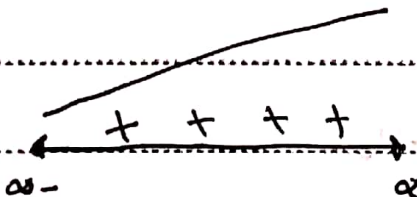
الحل : قه (س) = س<sup>3</sup> + س<sup>2</sup>

$$\text{قه (س)} = \dots = \text{س}^3 + \text{س}^2 = \text{س}^2 (\text{س} + 1)$$

$$\text{س}^2 = 1 \text{ عقول}$$

مسألة قيم حرجة ؟

تبادلي س<sup>2</sup>



لا يوجد قيم حرجة

قه (س) = س<sup>3</sup> + س<sup>2</sup> متزايد على

سأ؛ إذا كان رقم (س) =  $P$  سأ + ب س وكان رقم (ا) =  $r$   
وكان له رقم (س) نقطة مرجعه عند  $s = 1$  يوجد قيمة كل

من الثابتين  $P, r$  ب.

الحل: رقم (ا) =  $r$

$$\textcircled{1} \quad r = b + p$$

رقم (س) نقطة مرجعه عند  $s = 1$  رقم (ا) =  $r$

$$\text{رقم (س)} = r = p + b$$

$$\textcircled{2} \quad r = b + p$$

$$\textcircled{1} \quad r = b + p \quad \text{رقم (ا) = } r$$

$$\textcircled{3} \quad r = b + p$$

$$\textcircled{4} \quad r = b + p$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \quad \boxed{r = p} \quad \text{وتكويفض بالمعادلة } \textcircled{3}$$

$$\boxed{r = b} \quad \text{رقم (ا) = } r$$

٣٤ القيم القصوى نوعين :

١- عظمى ← تنتج من تعريفها ضمن المشتقة

في الاقتران الداخلي

يكون شكل العظمى

رأس مدبب للأعلى

٢- صغرى ← تنتج من تعريفها ضمن المشتقة

في الاقتران الداخلي

يكون شكل الصغرى

رأس مدبب للأسفل

مثال : إذا كان  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x - 4$  حدد القيم القصوى

الحل :

نم  $f'(x) = x^2 - 2x + 2 = 0$

$x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm i$

نجد أن  $f''(1+i) = 2(1+i) = 2+2i > 0$  و  $f''(1-i) = 2(1-i) = 2-2i > 0$

∴ قيمة عظمى عند  $x = 1+i$  و  $x = 1-i$

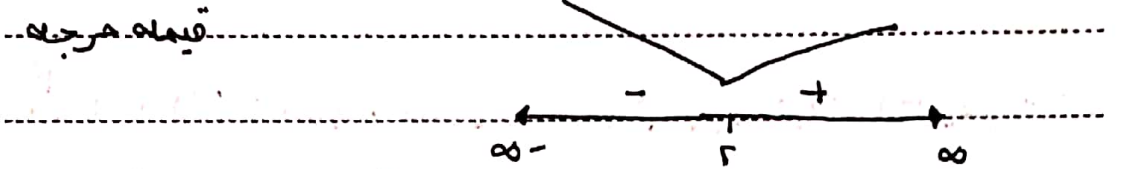
∴ قيمة صغرى عند  $x = 1$

س٢: إذا كان  $f(x) = x^2 - 6x + 1$ ، حدد فترات التزايد

والتناقص و القيم القصوى و القيم الحرجة ؟

الحل:  $f'(x) = 2x - 6 = 0$

$f'(x) = 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3$



فترات التزايد  $(-\infty, 3)$  /  $(3, \infty)$  /  $(3, \infty)$  /  $(-\infty, 3)$  /

فترات التناقص  $(-\infty, 3)$  /  $(3, \infty)$  /  $(-\infty, 3)$  /  $(3, \infty)$  /

$(-\infty, 3)$  /  $(3, \infty)$  /  $(-\infty, 3)$  /  $(3, \infty)$  /

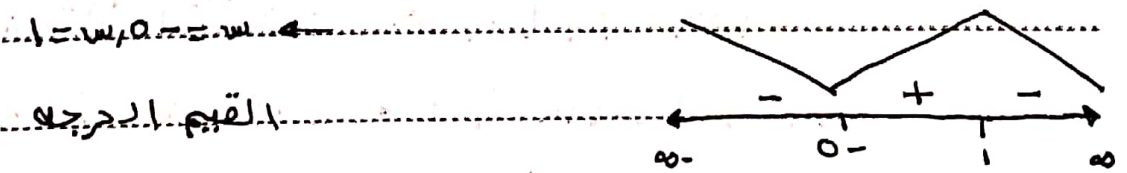
س٣: إذا كان  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ ، حدد فترات

التزايد و التناقص و القيم القصوى و القيم الحرجة ؟

الحل:  $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x = 1, 3$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x = 1, 3$



فترات التزايد :  $[-5, 1]$

فترات النقصان :  $(-5, 1]$  ،  $(1, 5)$

عظمى عند  $x = 1 \leftarrow (1, 1) = (1, 1)$

صغرى عند  $x = -5 \leftarrow (-5, -5) = (-5, -5)$

سأذكر إذا كانا رقم  $(-5, 1)$  ،  $(1, 5)$  ، نجد فترات التزايد والنقصان

و القيم القصوى و القيم الحرجة ؟

الحل : رقم  $(-5, 1)$  ،  $(1, 5)$  ،  $(-5, 1)$  ،  $(1, 5)$

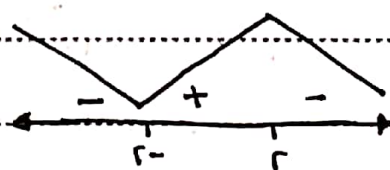
$= -5 + 1 = -4$  ،  $1 + 5 = 6$  ،  $-5 + 5 = 0$  ،  $1 - 1 = 0$

رقم  $(-5, 1)$  = صفر  $\leftarrow 1 - 5 = -4$  ،  $1 - 1 = 0$  ،  $5 - 5 = 0$

$(-5, 1)$  ،  $(1, 5)$  ،  $(-5, 1)$  ،  $(1, 5)$

$1 = 5$  ،  $1 = 5$  ،  $1 = 5$  ،  $1 = 5$

قيم حرجة



فترات التزايد :  $[-2, 2]$

فترات النقصان :  $(-2, 2)$  ،  $(2, 5)$

عظمى عند  $x = 2 \leftarrow (2, 2) = (2, 2)$

صغرى عند  $x = -2 \leftarrow (-2, -2) = (-2, -2)$

س٤: إذا كان  $q(x) = 1 - 2x$ ، راجد فترات التزايد والتناقص

و القيم القصوى والقيم الحرجة؟

الحل:  $q'(x) = -2 = 0 \rightarrow x = 0$  لا يوجد قيم حرجة

فترات التزايد لا يوجد  
متناقص دائماً

فترات التناقص:  $(-\infty, \infty)$

عظمى لا يوجد، صغرى لا يوجد

س٥: إذا كان  $q(x) = x^3 + 2x^2$ ، راجد فترات التزايد والتناقص

و القيم القصوى والقيم الحرجة؟

الحل:  $q'(x) = 3x^2 + 4x = 0 \rightarrow x = 0, x = -\frac{4}{3}$   
قيم حرجة

فترات التزايد:  $(-\frac{4}{3}, \infty)$

فترات التناقص: لا يوجد متزايد دائماً

عظمى لا يوجد، صغرى لا يوجد

س<sup>7</sup> : إذا كان قه (س) = 6س - 3س<sup>2</sup> ، حدد فترات التزايد

والتناقص و القيم القصوى و القيم الحرجة ؟

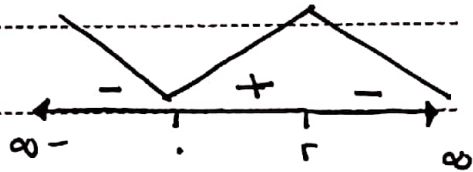
الحل : المقتضى ان مشتقتو جازمه

$$\text{قه}'(س) = 6س - 6س = 0 \leftarrow \text{قه}'(س) = 0$$

$$6س - 6س = 0 \leftarrow 6س = 6س \quad \text{بـ} = 1$$

$$6س - 6س = 0 \leftarrow 6س = 6س \quad \text{بـ} = 1$$

$$6س - 6س = 0 \leftarrow 6س = 6س \quad \text{بـ} = 1$$



$$6س - 6س = 0 \leftarrow 6س = 6س \quad \text{بـ} = 1$$

فترات تزايد : [1, 2]

فترات تناقص : (-∞, 1] و [2, ∞)

عظمى عند س = 2 ، قه(2) = 6(2) - 3(2)<sup>2</sup> = 12 - 12 = 0

صغرى عند س = 1 ، قه(1) = 6(1) - 3(1)<sup>2</sup> = 6 - 3 = 3

س<sup>3</sup> : إذا كان قه (س) = (س - 5) ، حدد فترات التزايد والتناقص

و القيم القصوى و القيم الحرجة ؟

الحل : قه'(س) = 3س - 5 = 0  $\leftarrow$  قه'(س) = 0

$$3س - 5 = 0 \leftarrow 3س = 5 \quad \text{بـ} = \frac{5}{3}$$

قيمه حرجه

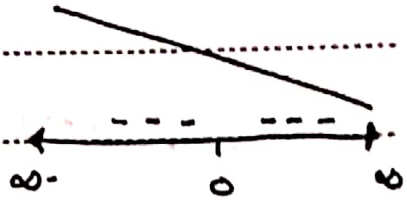
$$3س - 5 = 0 \leftarrow 3س = 5 \quad \text{بـ} = \frac{5}{3}$$

فترات التزايد: لا يوجد

فترات التناقص: ( -∞ -∞ )

غصن: لا يوجد

مضوى: لا يوجد



5 في إيجاد المجاهيل عندما يقول السؤال  $\hat{P}$  ويذكر

1. قيمة قصوى ← مشتق ونساوي بالصفر

2. قيمة غصن ← مشتق ونساوي بالصفر

3. قيمة مضوى ← مشتق ونساوي بالصفر

4. قيمة درجة  $\hat{P}$  ونقله درجة  $\hat{P}$  أو عدد خرج ← مشتق ونساوي

بالصفر "مفروضه سابقاً"

سابقاً إذا كان  $Q = -3x^2 + 2x + 1$  وكان للاقترب

قيمة غصن عند  $x = 1$  حدد قيمة الثابت  $P$  ؟

الحل: قيمة غصن ←  $Q'(1) = 0$  = صفر

قيمة  $Q'(1) = -6x + 2 = -6(1) + 2 = -4$

قيمة  $Q'(1) = -4 = 0$  = صفر ←  $-4 = 0$

$$\boxed{P = 10}$$

سأ: إذا كان  $s = (s)$ ،  $s^2 + p s = (s)$  وكان للاقتران  $s$  قيمة

قيمة  $s = 3$  عند  $s = 3$ ، حدد قيمة الثابت  $p$ ؟

الحل: 1. قيمة  $s = 3$  ←  $s^2 + p s = (s)$

$$3^2 + p \cdot 3 = (3) \leftarrow \text{قيمة } s = 3$$

$$9 + 3p = 3 \leftarrow$$

$$3p = 3 - 9 \leftarrow$$

$$3p = -6 \leftarrow$$

$$p = \frac{-6}{3} = -2 \leftarrow$$

سأ: إذا كان  $s = (s)$ ،  $s^2 + p s + 1 = (s)$  وكان للاقتران  $s$  قيمة

قيمة  $s = 1$  عند  $s = 1$ ، حدد قيمة الثابت  $p$ ؟

الحل: 1. قيمة  $s = 1$  ←  $s^2 + p s + 1 = (s)$

$$1^2 + p \cdot 1 + 1 = (1) \leftarrow \text{قيمة } s = 1$$

$$1 + p + 1 = 1 \leftarrow$$

$$p + 2 = 1 \leftarrow$$

$$p = 1 - 2 \leftarrow$$

$$p = -1 \leftarrow$$

س٤: إذا كانت قيم  $(1, 2) = 2$  ،  $(2, 1) = 2$  ،  $(1, 3) = 2$  ،  $(3, 1) = 2$  ،

قيمة  $(3, 3) = 5$  ،  $(2, 2) = 4$  ،  $(1, 1) = 0$  ،  $(3, 0) = 3$  ،  $(0, 3) = 3$  ،

١- جد القيم الحرجة ؟

الحل: القيم الحرجة هي  $(3, 3)$  المشتقة الأولى

$$\leftarrow s = (3, 3)$$

٢- جد القيم القصوى ؟

الحل: عظمى عند  $s = 3$  لأن  $(3, 3) < (1, 1)$

$$\leftarrow (3, 3) = (3, 3) = (3, 3)$$

صغرى عند  $s = 1$  لأن  $(1, 1) > (3, 3)$

$$\leftarrow (1, 1) = (1, 1) = (1, 1)$$

س٥: إذا كانت قيم  $(1, 2) = 3$  ،  $(2, 1) = 3$  ،  $(1, 3) = 5$  ،  $(3, 1) = 5$  ،

جد القيم الحرجة ؟

الحل: القيم الحرجة هي  $(3, 3)$  المشتقة الأولى

$$\leftarrow s = (3, 3)$$

٣٥ أوجد فترات التزايد والتناقص والقيم الحرجة من

الرسم ١.

٣٦ رسمه قه اسد!

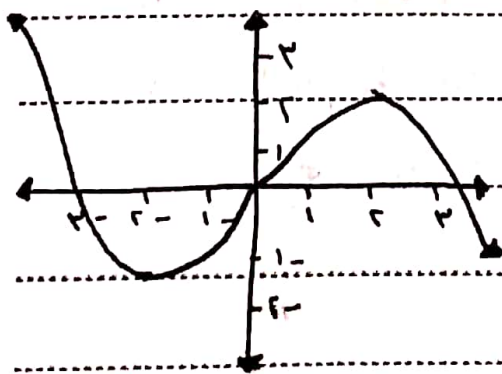
ملاحظات: متزايد، تناقص، ثابت

ملاحظة هامة: القيم الحرجة في الرسم هي القيم التي يتغير

فيها الاقتران من تزايد إلى تناقص

أو من تناقص إلى تزايد

٣٧: بما لا يعتمد على الرسم المجاور الذي يحتل مدخني قه اسد.



١. حدد فترات التزايد والتناقص؟

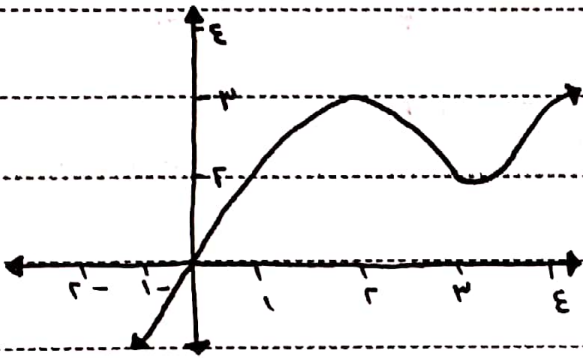
٢. فترات التناقص:  $(-2, 0)$

$(0, 2)$

٣. فترات التزايد:  $[2, 2]$

٤. حدد القيم الحرجة؟  $3 = 2 - 2 = 2$

سأ: بما يعتمد على الرسم المجرى الذي يمثل منحنى قه (س) حدد:



١- أوجد القيم الحرجة؟

$$س = 2, 3$$

٢- أوجد فترات التزايد

والتناقص؟

فترات التزايد:  $(-∞, 2]$ ,  $[3, ∞)$

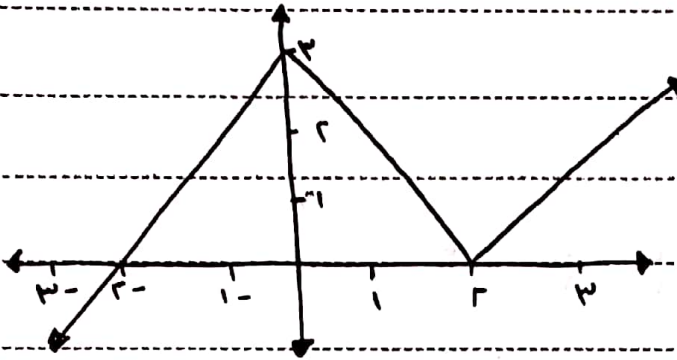
فترات التناقص:  $[2, 3]$

ب- حدد القيم القصوى؟

← عظمى عند  $س = 2$  ←  $(2, 3)$  ←  $(2, 3)$

← صغرى عند  $س = 3$  ←  $(3, 2)$  ←  $(3, 2)$

س ٣: باالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحني الأقران  
نفسه أسد؟



١. جد فترات التزايد والتناقص؟

فترات التزايد:  $(-\infty, -1]$ ,  $[1, \infty)$

فترات التناقص:  $[-1, 1]$

٢. جد القيم المرجحة؟

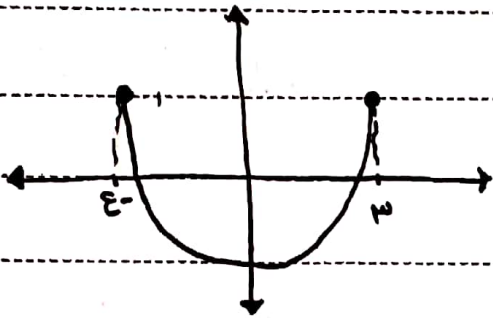
س = 2, 0, 2

٣. جد القيم القصوى؟

عند  $s = 0$  ←  $(0, 2)$  ←  $(1, 0)$  ←  $(3, 2)$

عند  $s = 2$  ←  $(-1, 2)$  ←  $(1, 0)$  ←  $(3, 2)$

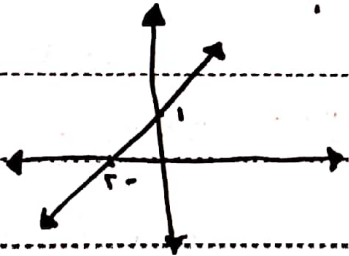
س٤: صعداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المقتران  
تمة (س) نجد الفترات التي يكون فيها المقتران  
متناقصاً؟



الحل:  
فترات التناقص

$$[-\infty, \epsilon^-]$$

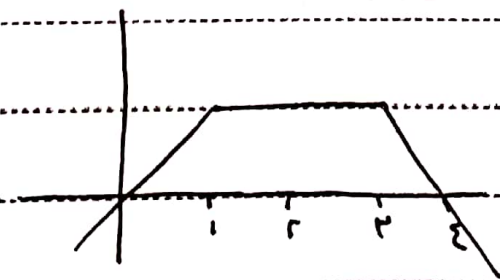
س٥: صعداً على الشكل الذي يمثل منحنى تمة (س) فإن  
تمة (س) يكون متزايداً على الفترة؟



$$[0, \epsilon^+] \quad \text{ب.} \quad ]-\infty, \epsilon^+]$$

$$[0, \epsilon^+] \quad \text{د.} \quad ]-\infty, \epsilon^+]$$

س٦: نجد فترات التزايد والتناقص حسب الشكل التالي الذي  
يمثل منحنى تمة (س)؟



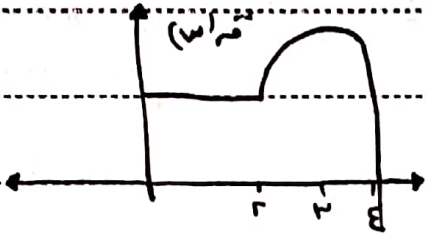
$$\text{الحل: فترات التزايد } ]-\infty, 2]$$

$$\text{فترات التناقص } ]2, 3]$$

$$\text{يكون ثابت } ]2, 3]$$

سأ: إذا كان  $f(x)$  يمثل مدخني الاقتران المرسوم

جد فترات التزايد؟



1. لحد:

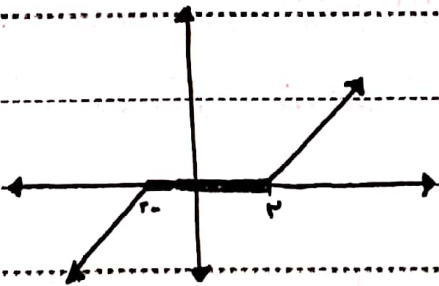
فترات التزايد:

$[2, 3]$

سأ: بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل مدخني الاقتران

جد:

1. ما هي فترات التزايد؟



$[1, 2]$

2. ما هي فترات التناقص؟

$[2, \infty)$

3. متى يكون  $f(x) = 0$  صفر؟

$[0, 1]$  لأن في هذه الفترة يكون الاقتران ثابت

و مشتقه اللابت صفر

س٩: بين أن الاقتران  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$  ثابت لجميع قيم

س٩:؟

الحل:  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

ثابت

دائماً عند التعويض

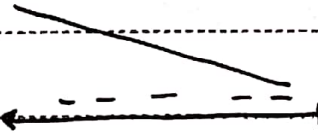
ثابت لجميع

قيم س٩ في المشتقة يكون الناتج صفر

س١٠: بين أن الاقتران  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$  متناقص على مجموعة

الاعداد الحقيقية؟

الحل:  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

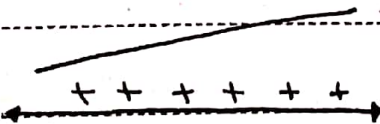


متناقص على

س١١: بين أن الاقتران  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$  متزايد على مجموعة

الاعداد الحقيقية؟

الحل:  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

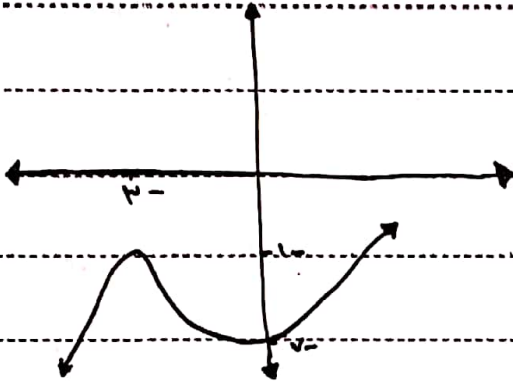


متزايد على

سأ 12: بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحني قوس (س) .

جد ؟

1. النقط الحرجه ؟



2. النقط الحرجه

هي ناتج تكوين القيم الحرجه

في الاقتران الآتي ← (3, 1) ، (4, -1) ، (5, 0)

3. القيم القصوى ؟ عظمى عند  $s = 3$  ← (3, 1) ، (3, -1) ، (3, 2)

صغرى عند  $s = 4$  ← (4, 1) ، (4, -1) ، (4, 2)

سأ 13: بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحني الاقتران

قوس (س) جد

1. فترات التزايد و التناقص ؟

فترات التزايد (1, 2) ، (3, 4)

فترات التناقص (2, 3) ، (4, 5)

ثابت (1, 2) ، (3, 4)

2. ايضاً تكون قوس (س) = صفر

⑤ أيجاد فترات المتزايد والتناقص و القيم الحرجه

من الرسم:

رسمه رقم 1:

ملاحظات مهمه:

1. في رسمه رقم 1، نقاط التقاطع مع محور

السينات هي القيم الحرجه

2. في رسمه رقم 2، يكون الرسم فوق محور السينات  
"متزايد"

3. في رسمه رقم 3، يكون الرسم تحت محور السينات  
"متناقص"

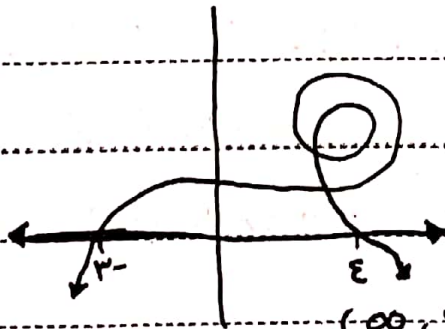
سأ: 2. عندما دأ على الرسم الجوار الذي يمثل منحني

المتناقص أو المتزايد:

1. فترات المتزايد والتناقص؟

فترات التزايد:  $[-2, 4]$

فترات التناقص:  $(-\infty, -2]$ ,  $[4, \infty)$



٤. القيم الحرجة ؟

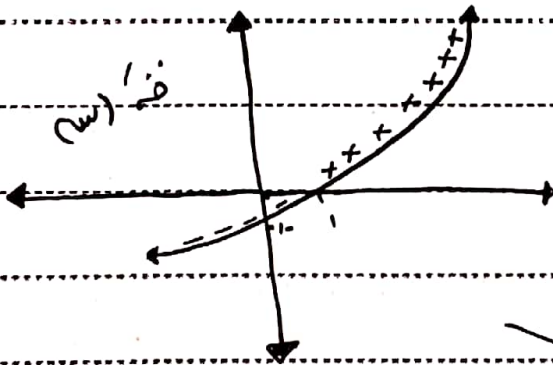
$$s = 3 - 2 = 1$$

⊙ ملا خطه هو ما هو جداً ؟

سهل على حاله بس نشوف نمة (س)

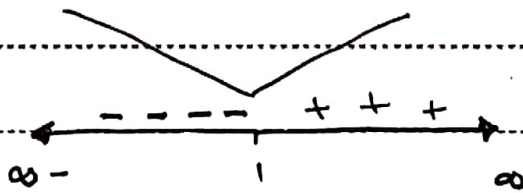
ترجم على خط الاشارات

س٢: اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل نمة (س)

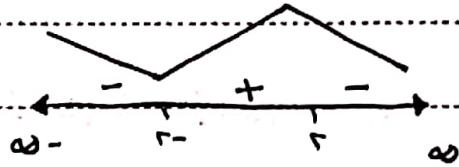
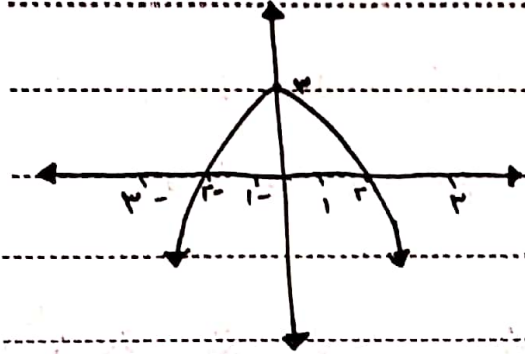


١. فترات التزايد والتناقص ؟

ترجم نمة (س)

٢. فترات التزايد:  $[-\infty, 1]$ ٣. فترات التناقص:  $[1, \infty)$ ٤. القيم الحرجة ؟  $s = 1$

س١٠٣: أ. عندما دأ على الشكل المجاور الذي منجى الآقتران  
قمة (س) ؟



١. جد القيم الحرجة ؟  $s = \{-2, 2, -1\}$  ؟

٢. قترات التزايد والتناقص ؟

تزايد :  $[-2, -1]$

تناقص :  $[-1, 1]$  و  $[1, 2]$

٣. القيم القصوى ؟ القيم القصوى في قمة (س) هي ناتج

نقاط التقاطع مع محور السينات

٤. على عند  $s = -2$  ← (قمة (س) = 0)

لما عند (قمة (س) = 1)

التعريف بنقل مثل ما هي

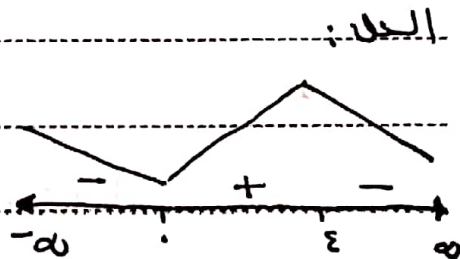
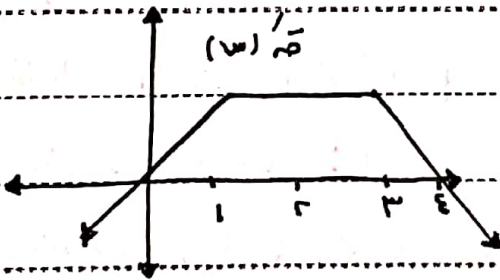
٥. على عند  $s = 2$  ← (قمة (س) = 0)

$$ع. جد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$  ؟$$

الحل: لتخليبه يضحك عليك نفسه  $f'(0)$

ومن خلال الرسم  $f'(0) = 3$

سأ: يمثل الشكل المجاور منحني الأقتران  $f(x)$  أوجد  
فترات التزايد والتناقص للأقتران  $f(x)$  :

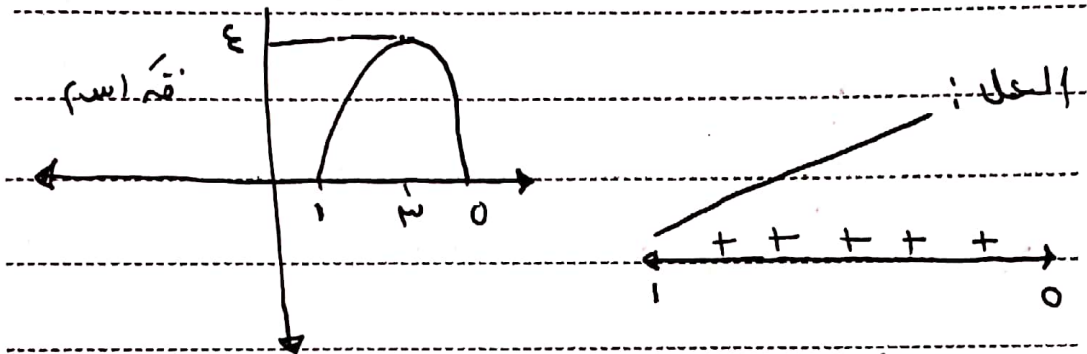


فترات التزايد:  $[1, 3]$

فترات التناقص:  $(-\infty, 1)$  و  $(3, \infty)$

٥٠ : بالاعتماد على الشكل المجاور الذي منحن  
نقطة  $(2, 1)$  :  $(-1, 0)$  :  $(0, 0)$  :  $(1, 1)$  :  $(2, 2)$  :  $(3, 3)$  :  $(4, 4)$  :  $(5, 5)$  :  $(6, 6)$  :  $(7, 7)$  :  $(8, 8)$  :  $(9, 9)$  :  $(10, 10)$  :  $(11, 11)$  :  $(12, 12)$  :  $(13, 13)$  :  $(14, 14)$  :  $(15, 15)$  :  $(16, 16)$  :  $(17, 17)$  :  $(18, 18)$  :  $(19, 19)$  :  $(20, 20)$  :  $(21, 21)$  :  $(22, 22)$  :  $(23, 23)$  :  $(24, 24)$  :  $(25, 25)$  :  $(26, 26)$  :  $(27, 27)$  :  $(28, 28)$  :  $(29, 29)$  :  $(30, 30)$  :  $(31, 31)$  :  $(32, 32)$  :  $(33, 33)$  :  $(34, 34)$  :  $(35, 35)$  :  $(36, 36)$  :  $(37, 37)$  :  $(38, 38)$  :  $(39, 39)$  :  $(40, 40)$  :  $(41, 41)$  :  $(42, 42)$  :  $(43, 43)$  :  $(44, 44)$  :  $(45, 45)$  :  $(46, 46)$  :  $(47, 47)$  :  $(48, 48)$  :  $(49, 49)$  :  $(50, 50)$  :  $(51, 51)$  :  $(52, 52)$  :  $(53, 53)$  :  $(54, 54)$  :  $(55, 55)$  :  $(56, 56)$  :  $(57, 57)$  :  $(58, 58)$  :  $(59, 59)$  :  $(60, 60)$  :  $(61, 61)$  :  $(62, 62)$  :  $(63, 63)$  :  $(64, 64)$  :  $(65, 65)$  :  $(66, 66)$  :  $(67, 67)$  :  $(68, 68)$  :  $(69, 69)$  :  $(70, 70)$  :  $(71, 71)$  :  $(72, 72)$  :  $(73, 73)$  :  $(74, 74)$  :  $(75, 75)$  :  $(76, 76)$  :  $(77, 77)$  :  $(78, 78)$  :  $(79, 79)$  :  $(80, 80)$  :  $(81, 81)$  :  $(82, 82)$  :  $(83, 83)$  :  $(84, 84)$  :  $(85, 85)$  :  $(86, 86)$  :  $(87, 87)$  :  $(88, 88)$  :  $(89, 89)$  :  $(90, 90)$  :  $(91, 91)$  :  $(92, 92)$  :  $(93, 93)$  :  $(94, 94)$  :  $(95, 95)$  :  $(96, 96)$  :  $(97, 97)$  :  $(98, 98)$  :  $(99, 99)$  :  $(100, 100)$  :  $(101, 101)$  :  $(102, 102)$  :  $(103, 103)$  :  $(104, 104)$  :  $(105, 105)$  :  $(106, 106)$  :  $(107, 107)$  :  $(108, 108)$  :  $(109, 109)$  :  $(110, 110)$  :  $(111, 111)$  :  $(112, 112)$  :  $(113, 113)$  :  $(114, 114)$  :  $(115, 115)$  :  $(116, 116)$  :  $(117, 117)$  :  $(118, 118)$  :  $(119, 119)$  :  $(120, 120)$  :  $(121, 121)$  :  $(122, 122)$  :  $(123, 123)$  :  $(124, 124)$  :  $(125, 125)$  :  $(126, 126)$  :  $(127, 127)$  :  $(128, 128)$  :  $(129, 129)$  :  $(130, 130)$  :  $(131, 131)$  :  $(132, 132)$  :  $(133, 133)$  :  $(134, 134)$  :  $(135, 135)$  :  $(136, 136)$  :  $(137, 137)$  :  $(138, 138)$  :  $(139, 139)$  :  $(140, 140)$  :  $(141, 141)$  :  $(142, 142)$  :  $(143, 143)$  :  $(144, 144)$  :  $(145, 145)$  :  $(146, 146)$  :  $(147, 147)$  :  $(148, 148)$  :  $(149, 149)$  :  $(150, 150)$  :  $(151, 151)$  :  $(152, 152)$  :  $(153, 153)$  :  $(154, 154)$  :  $(155, 155)$  :  $(156, 156)$  :  $(157, 157)$  :  $(158, 158)$  :  $(159, 159)$  :  $(160, 160)$  :  $(161, 161)$  :  $(162, 162)$  :  $(163, 163)$  :  $(164, 164)$  :  $(165, 165)$  :  $(166, 166)$  :  $(167, 167)$  :  $(168, 168)$  :  $(169, 169)$  :  $(170, 170)$  :  $(171, 171)$  :  $(172, 172)$  :  $(173, 173)$  :  $(174, 174)$  :  $(175, 175)$  :  $(176, 176)$  :  $(177, 177)$  :  $(178, 178)$  :  $(179, 179)$  :  $(180, 180)$  :  $(181, 181)$  :  $(182, 182)$  :  $(183, 183)$  :  $(184, 184)$  :  $(185, 185)$  :  $(186, 186)$  :  $(187, 187)$  :  $(188, 188)$  :  $(189, 189)$  :  $(190, 190)$  :  $(191, 191)$  :  $(192, 192)$  :  $(193, 193)$  :  $(194, 194)$  :  $(195, 195)$  :  $(196, 196)$  :  $(197, 197)$  :  $(198, 198)$  :  $(199, 199)$  :  $(200, 200)$  :  $(201, 201)$  :  $(202, 202)$  :  $(203, 203)$  :  $(204, 204)$  :  $(205, 205)$  :  $(206, 206)$  :  $(207, 207)$  :  $(208, 208)$  :  $(209, 209)$  :  $(210, 210)$  :  $(211, 211)$  :  $(212, 212)$  :  $(213, 213)$  :  $(214, 214)$  :  $(215, 215)$  :  $(216, 216)$  :  $(217, 217)$  :  $(218, 218)$  :  $(219, 219)$  :  $(220, 220)$  :  $(221, 221)$  :  $(222, 222)$  :  $(223, 223)$  :  $(224, 224)$  :  $(225, 225)$  :  $(226, 226)$  :  $(227, 227)$  :  $(228, 228)$  :  $(229, 229)$  :  $(230, 230)$  :  $(231, 231)$  :  $(232, 232)$  :  $(233, 233)$  :  $(234, 234)$  :  $(235, 235)$  :  $(236, 236)$  :  $(237, 237)$  :  $(238, 238)$  :  $(239, 239)$  :  $(240, 240)$  :  $(241, 241)$  :  $(242, 242)$  :  $(243, 243)$  :  $(244, 244)$  :  $(245, 245)$  :  $(246, 246)$  :  $(247, 247)$  :  $(248, 248)$  :  $(249, 249)$  :  $(250, 250)$  :  $(251, 251)$  :  $(252, 252)$  :  $(253, 253)$  :  $(254, 254)$  :  $(255, 255)$  :  $(256, 256)$  :  $(257, 257)$  :  $(258, 258)$  :  $(259, 259)$  :  $(260, 260)$  :  $(261, 261)$  :  $(262, 262)$  :  $(263, 263)$  :  $(264, 264)$  :  $(265, 265)$  :  $(266, 266)$  :  $(267, 267)$  :  $(268, 268)$  :  $(269, 269)$  :  $(270, 270)$  :  $(271, 271)$  :  $(272, 272)$  :  $(273, 273)$  :  $(274, 274)$  :  $(275, 275)$  :  $(276, 276)$  :  $(277, 277)$  :  $(278, 278)$  :  $(279, 279)$  :  $(280, 280)$  :  $(281, 281)$  :  $(282, 282)$  :  $(283, 283)$  :  $(284, 284)$  :  $(285, 285)$  :  $(286, 286)$  :  $(287, 287)$  :  $(288, 288)$  :  $(289, 289)$  :  $(290, 290)$  :  $(291, 291)$  :  $(292, 292)$  :  $(293, 293)$  :  $(294, 294)$  :  $(295, 295)$  :  $(296, 296)$  :  $(297, 297)$  :  $(298, 298)$  :  $(299, 299)$  :  $(300, 300)$  :  $(301, 301)$  :  $(302, 302)$  :  $(303, 303)$  :  $(304, 304)$  :  $(305, 305)$  :  $(306, 306)$  :  $(307, 307)$  :  $(308, 308)$  :  $(309, 309)$  :  $(310, 310)$  :  $(311, 311)$  :  $(312, 312)$  :  $(313, 313)$  :  $(314, 314)$  :  $(315, 315)$  :  $(316, 316)$  :  $(317, 317)$  :  $(318, 318)$  :  $(319, 319)$  :  $(320, 320)$  :  $(321, 321)$  :  $(322, 322)$  :  $(323, 323)$  :  $(324, 324)$  :  $(325, 325)$  :  $(326, 326)$  :  $(327, 327)$  :  $(328, 328)$  :  $(329, 329)$  :  $(330, 330)$  :  $(331, 331)$  :  $(332, 332)$  :  $(333, 333)$  :  $(334, 334)$  :  $(335, 335)$  :  $(336, 336)$  :  $(337, 337)$  :  $(338, 338)$  :  $(339, 339)$  :  $(340, 340)$  :  $(341, 341)$  :  $(342, 342)$  :  $(343, 343)$  :  $(344, 344)$  :  $(345, 345)$  :  $(346, 346)$  :  $(347, 347)$  :  $(348, 348)$  :  $(349, 349)$  :  $(350, 350)$  :  $(351, 351)$  :  $(352, 352)$  :  $(353, 353)$  :  $(354, 354)$  :  $(355, 355)$  :  $(356, 356)$  :  $(357, 357)$  :  $(358, 358)$  :  $(359, 359)$  :  $(360, 360)$  :  $(361, 361)$  :  $(362, 362)$  :  $(363, 363)$  :  $(364, 364)$  :  $(365, 365)$  :  $(366, 366)$  :  $(367, 367)$  :  $(368, 368)$  :  $(369, 369)$  :  $(370, 370)$  :  $(371, 371)$  :  $(372, 372)$  :  $(373, 373)$  :  $(374, 374)$  :  $(375, 375)$  :  $(376, 376)$  :  $(377, 377)$  :  $(378, 378)$  :  $(379, 379)$  :  $(380, 380)$  :  $(381, 381)$  :  $(382, 382)$  :  $(383, 383)$  :  $(384, 384)$  :  $(385, 385)$  :  $(386, 386)$  :  $(387, 387)$  :  $(388, 388)$  :  $(389, 389)$  :  $(390, 390)$  :  $(391, 391)$  :  $(392, 392)$  :  $(393, 393)$  :  $(394, 394)$  :  $(395, 395)$  :  $(396, 396)$  :  $(397, 397)$  :  $(398, 398)$  :  $(399, 399)$  :  $(400, 400)$  :  $(401, 401)$  :  $(402, 402)$  :  $(403, 403)$  :  $(404, 404)$  :  $(405, 405)$  :  $(406, 406)$  :  $(407, 407)$  :  $(408, 408)$  :  $(409, 409)$  :  $(410, 410)$  :  $(411, 411)$  :  $(412, 412)$  :  $(413, 413)$  :  $(414, 414)$  :  $(415, 415)$  :  $(416, 416)$  :  $(417, 417)$  :  $(418, 418)$  :  $(419, 419)$  :  $(420, 420)$  :  $(421, 421)$  :  $(422, 422)$  :  $(423, 423)$  :  $(424, 424)$  :  $(425, 425)$  :  $(426, 426)$  :  $(427, 427)$  :  $(428, 428)$  :  $(429, 429)$  :  $(430, 430)$  :  $(431, 431)$  :  $(432, 432)$  :  $(433, 433)$  :  $(434, 434)$  :  $(435, 435)$  :  $(436, 436)$  :  $(437, 437)$  :  $(438, 438)$  :  $(439, 439)$  :  $(440, 440)$  :  $(441, 441)$  :  $(442, 442)$  :  $(443, 443)$  :  $(444, 444)$  :  $(445, 445)$  :  $(446, 446)$  :  $(447, 447)$  :  $(448, 448)$  :  $(449, 449)$  :  $(450, 450)$  :  $(451, 451)$  :  $(452, 452)$  :  $(453, 453)$  :  $(454, 454)$  :  $(455, 455)$  :  $(456, 456)$  :  $(457, 457)$  :  $(458, 458)$  :  $(459, 459)$  :  $(460, 460)$  :  $(461, 461)$  :  $(462, 462)$  :  $(463, 463)$  :  $(464, 464)$  :  $(465, 465)$  :  $(466, 466)$  :  $(467, 467)$  :  $(468, 468)$  :  $(469, 469)$  :  $(470, 470)$  :  $(471, 471)$  :  $(472, 472)$  :  $(473, 473)$  :  $(474, 474)$  :  $(475, 475)$  :  $(476, 476)$  :  $(477, 477)$  :  $(478, 478)$  :  $(479, 479)$  :  $(480, 480)$  :  $(481, 481)$  :  $(482, 482)$  :  $(483, 483)$  :  $(484, 484)$  :  $(485, 485)$  :  $(486, 486)$  :  $(487, 487)$  :  $(488, 488)$  :  $(489, 489)$  :  $(490, 490)$  :  $(491, 491)$  :  $(492, 492)$  :  $(493, 493)$  :  $(494, 494)$  :  $(495, 495)$  :  $(496, 496)$  :  $(497, 497)$  :  $(498, 498)$  :  $(499, 499)$  :  $(500, 500)$  :  $(501, 501)$  :  $(502, 502)$  :  $(503, 503)$  :  $(504, 504)$  :  $(505, 505)$  :  $(506, 506)$  :  $(507, 507)$  :  $(508, 508)$  :  $(509, 509)$  :  $(510, 510)$  :  $(511, 511)$  :  $(512, 512)$  :  $(513, 513)$  :  $(514, 514)$  :  $(515, 515)$  :  $(516, 516)$  :  $(517, 517)$  :  $(518, 518)$  :  $(519, 519)$  :  $(520, 520)$  :  $(521, 521)$  :  $(522, 522)$  :  $(523, 523)$  :  $(524, 524)$  :  $(525, 525)$  :  $(526, 526)$  :  $(527, 527)$  :  $(528, 528)$  :  $(529, 529)$  :  $(530, 530)$  :  $(531, 531)$  :  $(532, 532)$  :  $(533, 533)$  :  $(534, 534)$  :  $(535, 535)$  :  $(536, 536)$  :  $(537, 537)$  :  $(538, 538)$  :  $(539, 539)$  :  $(540, 540)$  :  $(541, 541)$  :  $(542, 542)$  :  $(543, 543)$  :  $(544, 544)$  :  $(545, 545)$  :  $(546, 546)$  :  $(547, 547)$  :  $(548, 548)$  :  $(549, 549)$  :  $(550, 550)$  :  $(551, 551)$  :  $(552, 552)$  :  $(553, 553)$  :  $(554, 554)$  :  $(555, 555)$  :  $(556, 556)$  :  $(557, 557)$  :  $(558, 558)$  :  $(559, 559)$  :  $(560, 560)$  :  $(561, 561)$  :  $(562, 562)$  :  $(563, 563)$  :  $(564, 564)$  :  $(565, 565)$  :  $(566, 566)$  :  $(567, 567)$  :  $(568, 568)$  :  $(569, 569)$  :  $(570, 570)$  :  $(571, 571)$  :  $(572, 572)$  :  $(573, 573)$  :  $(574, 574)$  :  $(575, 575)$  :  $(576, 576)$  :  $(577, 577)$  :  $(578, 578)$  :  $(579, 579)$  :  $(580, 580)$  :  $(581, 581)$  :  $(582, 582)$  :  $(583, 583)$  :  $(584, 584)$  :  $(585, 585)$  :  $(586, 586)$  :  $(587, 587)$  :  $(588, 588)$  :  $(589, 589)$  :  $(590, 590)$  :  $(591, 591)$  :  $(592, 592)$  :  $(593, 593)$  :  $(594, 594)$  :  $(595, 595)$  :  $(596, 596)$  :  $(597, 597)$  :  $(598, 598)$  :  $(599, 599)$  :  $(600, 600)$  :  $(601, 601)$  :  $(602, 602)$  :  $(603, 603)$  :  $(604, 604)$  :  $(605, 605)$  :  $(606, 606)$  :  $(607, 607)$  :  $(608, 608)$  :  $(609, 609)$  :  $(610, 610)$  :  $(611, 611)$  :  $(612, 612)$  :  $(613, 613)$  :  $(614, 614)$  :  $(615, 615)$  :  $(616, 616)$  :  $(617, 617)$  :  $(618, 618)$  :  $(619, 619)$  :  $(620, 620)$  :  $(621, 621)$  :  $(622, 622)$  :  $(623, 623)$  :  $(624, 624)$  :  $(625, 625)$  :  $(626, 626)$  :  $(627, 627)$  :  $(628, 628)$  :  $(629, 629)$  :  $(630, 630)$  :  $(631, 631)$  :  $(632, 632)$  :  $(633, 633)$  :  $(634, 634)$  :  $(635, 635)$  :  $(636, 636)$  :  $(637, 637)$  :  $(638, 638)$  :  $(639, 639)$  :  $(640, 640)$  :  $(641, 641)$  :  $(642, 642)$  :  $(643, 643)$  :  $(644, 644)$  :  $(645, 645)$  :  $(646, 646)$  :  $(647, 647)$  :  $(648, 648)$  :  $(649, 649)$  :  $(650, 650)$  :  $(651, 651)$  :  $(652, 652)$  :  $(653, 653)$  :  $(654, 654)$  :  $(655, 655)$  :  $(656, 656)$  :  $(657, 657)$  :  $(658, 658)$  :  $(659, 659)$  :  $(660, 660)$  :  $(661, 661)$  :  $(662, 662)$  :  $(663, 663)$  :  $(664, 664)$  :  $(665, 665)$  :  $(666, 666)$  :  $(667, 667)$  :  $(668, 668)$  :  $(669, 669)$  :  $(670, 670)$  :  $(671, 671)$  :  $(672, 672)$  :  $(673, 673)$  :  $(674, 674)$  :  $(675, 675)$  :  $(676, 676)$  :  $(677, 677)$  :  $(678, 678)$  :  $(679, 679)$  :  $(680, 680)$  :  $(681, 681)$  :  $(682, 682)$  :  $(683, 683)$  :  $(684, 684)$  :  $(685, 685)$  :  $(686, 686)$  :  $(687, 687)$  :  $(688, 688)$  :  $(689, 689)$  :  $(690, 690)$  :  $(691, 691)$  :  $(692, 692)$  :  $(693, 693)$  :  $(694, 694)$  :  $(695, 695)$  :  $(696, 696)$  :  $(697, 697)$  :  $(698, 698)$  :  $(699, 699)$  :  $(700, 700)$  :  $(701, 701)$  :  $(702, 702)$  :  $(703, 703)$  :  $(704, 704)$  :  $(705, 705)$  :  $(706, 706)$  :  $(707, 707)$  :  $(708, 708)$  :  $(709, 709)$  :  $(710, 710)$  :  $(711, 711)$  :  $(712, 712)$  :  $(713, 713)$  :  $(714, 714)$  :  $(715, 715)$  :  $(716, 716)$  :  $(717, 717)$  :  $(718, 718)$  :  $(719, 719)$  :  $(720, 720)$  :  $(721, 721)$  :  $(722, 722)$  :  $(723, 723)$  :  $(724, 724)$  :  $(725, 725)$  :  $(726, 726)$  :  $(727, 727)$  :  $(728, 728)$  :  $(729, 729)$  :  $(730, 730)$  :  $(731, 731)$  :  $(732, 732)$  :  $(733, 733)$  :  $(734, 734)$  :  $(735, 735)$  :  $(736, 736)$  :  $(737, 737)$  :  $(738, 738)$  :  $(739, 739)$  :  $(740, 740)$  :  $(741, 741)$  :  $(742, 742)$  :  $(743, 743)$  :  $(744, 744)$  :  $(745, 745)$  :  $(746, 746)$  :  $(747, 747)$  :  $(748, 748)$  :  $(749, 749)$  :  $(750, 750)$  :  $(751, 751)$  :  $(752, 752)$  :  $(753, 753)$  :  $(754, 754)$  :  $(755, 755)$  :  $(756, 756)$  :  $(757, 757)$  :  $(758, 758)$  :  $(759, 759)$  :  $(760, 760)$  :  $(761, 761)$  :  $(762, 762)$  :  $(763, 763)$  :  $(764, 764)$  :  $(765, 765)$  :  $(766, 766)$  :  $(767, 767)$  :  $(768, 768)$  :  $(769, 769)$  :  $(770, 770)$  :  $(771, 771)$  :  $(772, 772)$  :  $(773, 773)$  :  $(774, 774)$  :  $(775, 775)$  :  $(776, 776)$  :  $(777, 777)$  :  $(778, 778)$  :  $(779, 779)$  :  $(780, 780)$  :  $(781, 781)$  :  $(782, 782)$  :  $(783, 783)$  :  $(784, 784)$  :  $(785, 785)$  :  $(786, 786)$  :  $(787, 787)$  :  $(788, 788)$  :  $(789, 789)$  :  $(790, 790)$  :  $(791, 791)$  :  $(792, 792)$  :  $(793, 793)$  :  $(794, 794)$  :  $(795, 795)$  :  $(796, 796)$  :  $(797, 797)$  :  $(798, 798)$  :  $(799, 799)$  :  $(800, 800)$  :  $(801, 801)$  :  $(802, 802)$  :  $(803, 803)$  :  $(804, 804)$  :  $(805, 805)$  :  $(806, 806)$  :  $(807, 807)$  :  $(808, 808)$  :  $(809, 809)$  :  $(810, 810)$  :  $(811, 811)$  :  $(812, 812)$  :  $(813, 813)$  :  $(814, 814)$  :  $(815, 815)$  :  $(816, 816)$  :  $(817, 817)$  :  $(818, 818)$  :  $(819, 819)$  :  $(820, 820)$  :  $(821, 821)$  :  $(822, 822)$  :  $(823, 823)$  :  $(824, 824)$  :  $(825, 825)$  :  $(826, 826)$  :  $(82$

س١: ٢. عندما دأ على الشكل المبين، الذي يمثل منحس  
نقمة (عدد) جد فترات التزايد والتناقص و.ا. (قيم القصور)



فترات التزايد: [١, ٣]

عظمى عند  $x=3$  (نقمة 4)

دنيا صغيرة عند  $x=1$  (نقمة 0)

س٢: بالاعتماد على الشكل المبين، الجواب:

١. القيم القصور؟

العدد: لا يوجد تقاطع

عدد جذور السبائك

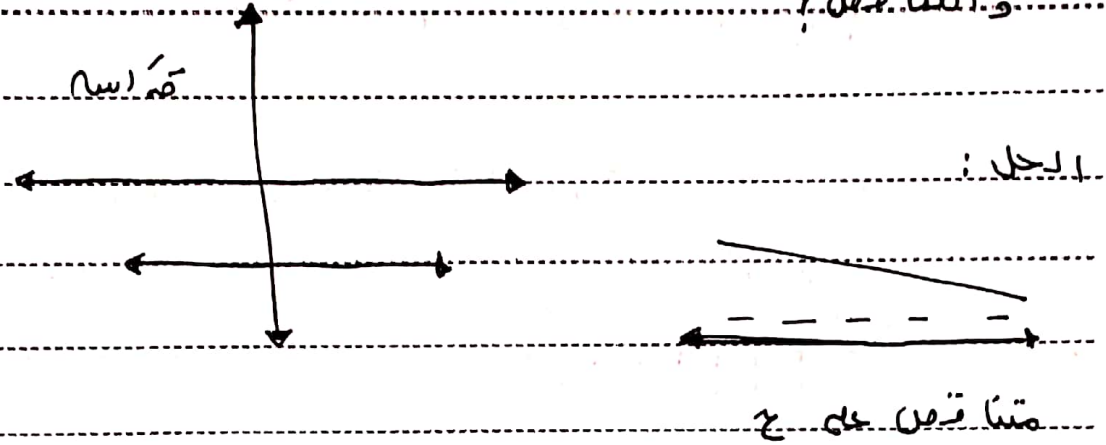
لا يوجد قصور

٢. فترات التزايد والتناقص؟

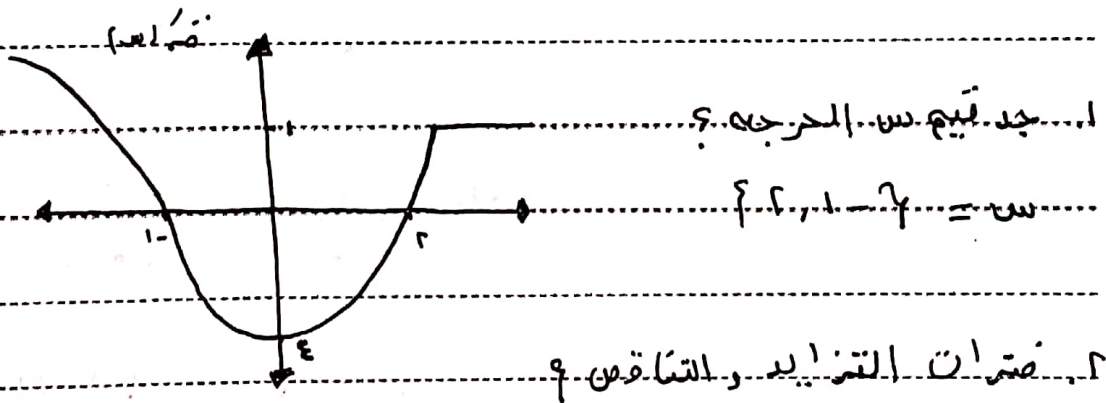
متزايد على  $(-1, 2)$

س٩: بالاعتماد على الشكل المبرور، جد فترات التزايد

والتناقص؟



س١٠: بالاعتماد على الشكل المبرور، جد:



١. فترات التزايد:  $(1, 2)$  و  $(3, \infty)$

٢. فترات التناقص:  $(0, 1)$

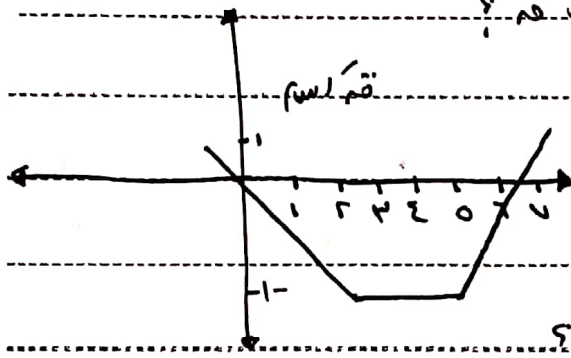
٣. فترات التناقص:  $(0, 1)$

س١١: جد ميل المماس المرسوم لمنحنى الملقترانة عند  $x = 2$  و  $x = 4$

س 1: ساعداً على الشكل المبين الذي يمثل منحني المشتقة

المأولي للأقتران  $q(x)$  جد كلاً مما يلي:

1- قيم  $q$  الحرجة للأقتران  $q$ ؟



س 2 = { 6, 5 }

2-  $\frac{q(5) - q(0)}{5 - 0}$ ؟

الحل:  $q(0) = 1$

3-  $\frac{q(2) - q(5)}{2 - 5}$ ؟

الحل:  $q(2) = -1$

4- ميل المماس المرسوم عند  $x = 2$ ؟

الحل: ميل المماس؟  $\leftarrow$   $q'(2) = 1$

” أسئلة الدرس ”

سأ: جد القيم القصوى والنقطة الصغرى والفترة المحددة لـ  $f(x)$  وحدت:

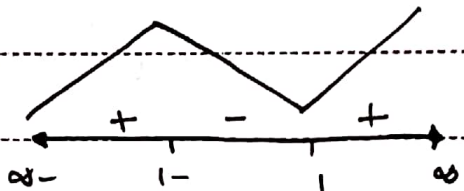
1.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  ؟

الحل:  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  ←  $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2) = 0$  ⇒  $x = 0$  أو  $x = 2$

$f''(x) = 6x - 6$  ←  $f''(0) = -6 < 0$  ←  $x = 0$  ←  $f(0) = 1$

$f''(2) = 6 > 0$  ←  $x = 2$  ←  $f(2) = -5$

$f(x) = 1$  ←  $x = 0$  ←  $f(x) = -5$  ←  $x = 2$



∴ النقطة الصغرى عند  $x = 2$  ←  $f(2) = -5$  ←  $(2, -5)$

∴ الفترة المحددة لـ  $f(x)$  عند  $x = 0$  ←  $f(0) = 1$  ←  $(0, 1)$

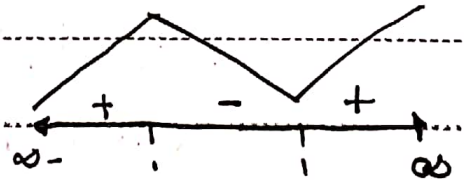
2.  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$  ؟

الحل:  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$  ←  $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x + 2) = 0$  ⇒  $x = 0$  أو  $x = -2$

$f''(x) = 6x + 6$  ←  $f''(0) = 6 > 0$  ←  $x = 0$  ←  $f(0) = -2$

$f''(-2) = -6 < 0$  ←  $x = -2$  ←  $f(-2) = 2$

$f(x) = 2$  ←  $x = -2$  ←  $f(x) = -2$  ←  $x = 0$



∴ النقطة الصغرى عند  $x = 0$  ←  $f(0) = -2$  ←  $(0, -2)$

←  $(-2, 2)$

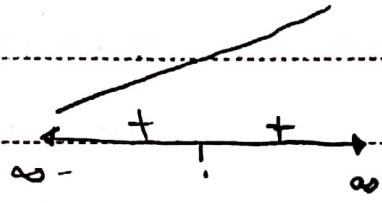
ج...  $f(x) = x^3 + x^2 - 2$  ؟

الحل:

$f(x) = x^3 + x^2 - 2 = 0$  ←  $x^3 + x^2 = 2$  ←  $x^2(x+1) = 2$

←  $x^2 = 2$  ←  $x = \sqrt{2}$

∴ لا يوجد قيم قصوى



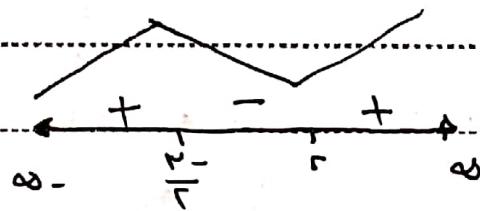
د...  $f(x) = x^3 - x^2 + x - 2$  ؟

الحل:

لـ  $f(x) = x^3 - x^2 + x - 2 = 0$  ←  $x^3 - x^2 + x = 2$  ←  $x^2(x-1) + x = 2$

←  $x^2(x-1) + x - 2 = 0$

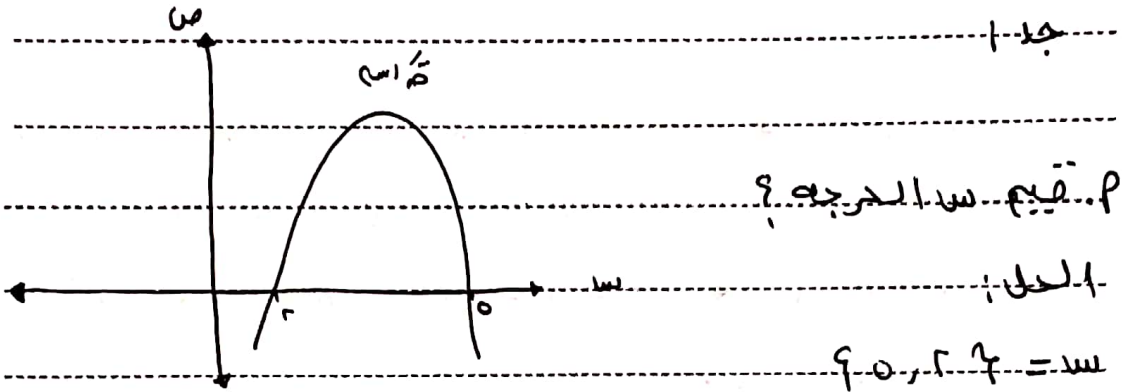
←  $x^2 = \frac{2}{x-1}$  ،  $x = \frac{2}{x-1}$



∴ غملي عند  $x = \frac{1}{2}$  ←  $(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2})) = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$

∴ صغرى عند  $x = 1$  ←  $(1, f(1)) = (1, 0)$

س ٢: عتمة و أ أعده الشكل المجاور الذي يمثل منحني المشتقة الأولى للـ  $f(x)$  حيث  $f(2) = f(5) = 0$ .



ب. فترات التزايد والتناقص؟

الحل:

فترات التزايد:  $[2, 5]$

فترات التناقص:  $(-\infty, 2)$  ،  $(5, \infty)$

ج. نقط القيم القصوى محددًا (نوعها)؟

الحل:

نقط عند  $x=2$  و  $x=5$  ← قيم  $f(2) = f(5) = 6$

نقط عند  $x=3.5$  ← قيم  $f(3.5) = 6$

س + ٤ إذا كان للاقتراح قيم  $s = ٣$  و  $s = ٤$  و  $s = ٥$  و  $s = ٦$  و  $s = ٧$  و  $s = ٨$  و  $s = ٩$  و  $s = ١٠$

قيمته حرجه عند  $s = ٤$  عند قيمته الثابتة  $P$ .

الحل: قيمه حرجه عند  $s = ٤$  ← قيمه  $(٤) = P$

قيمته  $(٥) = P - ١$  ← قيمته  $(٦) = P - ٢$  ← قيمته  $(٧) = P - ٣$  ← قيمته  $(٨) = P - ٤$  ← قيمته  $(٩) = P - ٥$  ← قيمته  $(١٠) = P - ٦$

قيمته  $(١٠) = P - ٦$  ← قيمته  $(٩) = P - ٥$  ← قيمته  $(٨) = P - ٤$  ← قيمته  $(٧) = P - ٣$  ← قيمته  $(٦) = P - ٢$  ← قيمته  $(٥) = P - ١$  ← قيمته  $(٤) = P$

قيمته  $(٤) = P$  ← قيمته  $(٥) = P - ١$  ← قيمته  $(٦) = P - ٢$  ← قيمته  $(٧) = P - ٣$  ← قيمته  $(٨) = P - ٤$  ← قيمته  $(٩) = P - ٥$  ← قيمته  $(١٠) = P - ٦$

قيمته  $(٤) = P$  ← قيمته  $(٥) = P - ١$  ← قيمته  $(٦) = P - ٢$  ← قيمته  $(٧) = P - ٣$  ← قيمته  $(٨) = P - ٤$  ← قيمته  $(٩) = P - ٥$  ← قيمته  $(١٠) = P - ٦$

## تطبيقات اقتصادية

⊗ قوانين وقواعد مهمه :

١. التكلفة الكلية ← ك (سد)

٢. التكلفة الحدية ← ك' (سد)

٣. الإيراد الكلي ← د (سد)

٤. الإيراد الحدي ← د' (سد)

٥. الربح الكلي ← ر (سد)

٦. الربح الحدي ← ر' (سد)

⊗ الربط بين التكلفة الكلية والإيراد الكلي والربح الكلي

← (سد) = د (سد) - ك (سد) مهم جداً

⊗ الربط بين التكلفة الحدية والإيراد الحدي والربح الحدي

← ر' (سد) = د' (سد) - ك' (سد)

مهم جداً " يمكن سؤال نصي باثرة "

← إذا كان الربح الكلي ← ر.ا.س.ف = د.ا.س.ف - ك.ا.س.ف

← الربح الحدي ← ر.ا.س.ف = د.ا.س.ف - ك.ا.س.ف

فأذن:

① ← التكلفة الكلية ← ك.ا.س.ف = د.ا.س.ف - ر.ا.س.ف

← التكلفة الحديه ← ك.ا.س.ف = د.ا.س.ف - ر.ا.س.ف

② ← الايراد الكلي ← د.ا.س.ف = ر.ا.س.ف + ك.ا.س.ف

← الايراد الحدي ← د.ا.س.ف = ر.ا.س.ف + ك.ا.س.ف

③ إذا كانت كل معيّنات السؤال مجهولة

وطلب الايراد وكان يوجد ص السؤال فقط سعر

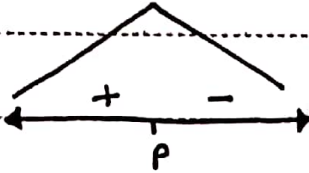
الساعة فأذن:

← الايراد ← د.ا.س.ف = س × سعر الساعة

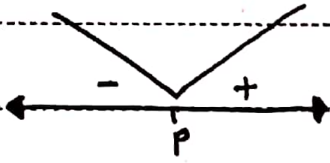
⊙ صلا خطه : عندما يكون التيار مجهول في السؤال

← د. ا. س. = س. × سعر السلعة

⊙ عندما ينذكر السؤال :



1. أكبر ما يمكن ←



2. أقل ما يمكن ←

س 1 : إذا كان اقتراان الإيراد الكلي للمبيعات

هو د. ا. س. = س. × س. 1 و اقتراان التكلفة

الكلي هو د. ا. س. = س. × س. 2 : جد :

1. التيار الحدي ؟

الحل : التيار الحدي ← د. ا. س. = س. × س. 1 - س. × س. 2

2. التكلفة الحدية ؟

الحل : التكلفة الحدية ← د. ا. س. = س. × س. 2

ب. افترض ان الربح الكلي ؟

الحل: الربح الكلي = الثابت الكلي - التكلفة الكلية

$$R(x) = L(x) - C(x)$$

$$= 70x - (x^2 + 40x + 200)$$

$$= 70x - x^2 - 40x - 200$$

$$= -x^2 + 30x - 200$$

ج. الربح الحدي ؟

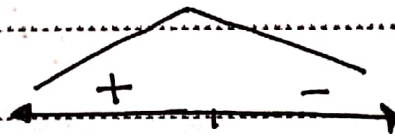
الحل: الربح الحدي  $\leftarrow R'(x) = 30 - 2x$

د. ما قيمة  $x$  التي تجعل الربح أكبر ما يمكن ؟

$$\text{الحل: } R'(x) = 0$$

$$30 - 2x = 0 \leftarrow 2x = 30 \div 2$$

$$2x = 30$$



الربح أكبر ما يمكن

١. لا حظت في إحدى الشركات التي تصنع ألعاب

الليزر أن التكلفة الكلية لإنتاج  $x$  لعبة

هي  $C(x) = 3x^2 - 2x + 1$  دينار

وأن الربح الناتج من بيع  $x$  لعبة هو

$R(x) = 6x$  دينار. جد كل ما يأتي :

١. اقتران التكلفة الحدية ؟

الحل: التكلفة الحدية  $= C'(x) = 6x - 2$  دينار

٢. عدد اللعب الملزم لإنتاجها حتى تكون التكلفة

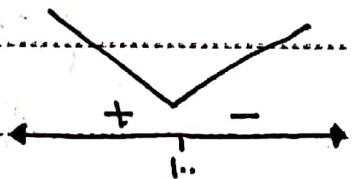
أقل ما يمكن ؟

الحل:  $C'(x) = 6x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\leftarrow x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  دينار

$\leftarrow x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  دينار

$\leftarrow x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  دينار



للاقتران  $C'(x)$  قيمة صفرى عند  $x = \frac{1}{3}$  لذا فإن التكلفة أقل

ما يمكن عندما  $s = 1$  لعبة

س. البراد الحدي الناتج من بيع  $s = 1$  لعبة ؟

الحل :

لأن بقاء البراد الحدي يجب أن يكون

لدينا البراد الكلي

← البراد الكلي = التكلفة الكلية + الربح الكلي

$$s = 1 + 2s + 3s + \dots + ns$$

$$= 1 + 2s + 3s + \dots + ns$$

$$= 1 + 2s + 3s + \dots + ns$$

$$= 1 + 2s + 3s + \dots + ns$$

$$= 1 + 2s + 3s + \dots + ns$$

س<sup>3</sup> : إذا كان آقتران الإيراد الكلي لأحد المبيعات

$$\text{هو } (1.5s) = 5.0s + 2s + 2 \text{ دينار} \text{ و لاقتران}$$

$$\text{التكلفة الكلية له } (1.5s) = 3s + 4s + 2$$

دينار، حيث  $s$  عدد الوحدات المباعة، فجد

قيمة  $s$  التي تجعل الربح لا يسر ما يمكن؟

الحل: نكتب آوياً لاقتران الربح الكلي:

$$(1.5s) = (1.5s) - (1.5s)$$

$$= 5.0s + 2 - (3s + 4s + 2)$$

$$= 5.0s + 2 - 3s - 4s - 2$$

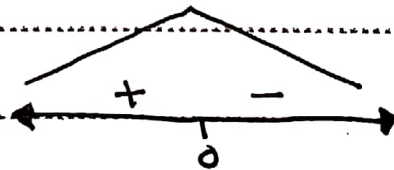
$$= 2s - 2$$

$$\overset{r}{(1.5s)} = 2 - 2 \leftarrow \text{نأخذ } (1.5s) = 2$$

$$\leftarrow 2 - 2 = 0$$

$$\leftarrow 2 = 2 \text{ دينار}$$

$$\leftarrow 2 = \frac{2}{1.5} \leftarrow \boxed{0 = 1.33}$$



الربح أكبر ما يمكن



س: وجد مصنع لإنتاج أجهزة إلكترونية أن التكلفة الكلية بالدينار لإنتاج  $x$  من الأجهزة أسبوعياً تعطى بالاقتران  $(x, C(x)) = 0.5x^2 + 3x$  إذا بيع الجهاز الواحد بمبلغ  $(2 - x)$  دينار فجد قيمة  $x$  التي تجعل الربح الأسبوعي أكبر ما يمكن ؟

الحل: اقتران الربح الكلي  $\leftarrow R(x) = (2 - x) \cdot x$   
لكن لا يوجد  $\rightarrow R(x) = 2x - x^2$   
 $\frac{R(x)}{x} = 2 - x$

$\leftarrow R(x) = 2x - x^2$   
 $\frac{R(x)}{x} = 2 - x$   
 $\frac{R(x)}{x} = 2 - x$

$\leftarrow R(x) = 2x - x^2$   
 $\frac{R(x)}{x} = 2 - x$

$\leftarrow R(x) = 2x - x^2$   
 $\frac{R(x)}{x} = 2 - x$

$\leftarrow R(x) = 2x - x^2$   
 $\frac{R(x)}{x} = 2 - x$   
٧٥  
الربح أكبر ما يمكن

س٦: ينتج مصنع س من أجهزة الحاسوب في الشهر ويبيع  
الجهاز الواحد بمبلغ (٢٦٠ - س) ديناراً. إذا كانت  
التكلفة الكلية لإنتاج س من الأجهزة تعض بالعلاقة  
ل(س) = ٤٠٠ + ٦٠س + س<sup>٢</sup> ديناراً فما عدد الأجهزة  
التي يجب أن ينتجها ويبيعها المصنع شهرياً حتى يكون  
ربحه لا كبير ما يمكن؟

الحل: أقتربان الربح الكلي ←  $R(s) = L(s) - K(s)$

لمكن أن يوجد أكبر ربح ←  $L(s) = 260s - (400 + 60s + s^2)$

$$L(s) = 260s - 400 - 60s - s^2 =$$

$$\leftarrow R(s) = 260s - 400 - 60s - s^2 = (200s - 400) - s^2$$

$$= 200s - 400 - s^2$$

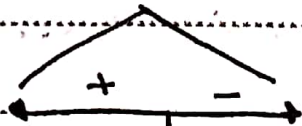
$$= 200s - 400 - s^2$$

$$\leftarrow R'(s) = 200 - 2s$$

$$\leftarrow 200 - 2s = 0$$

$$\leftarrow 200 = 2s$$

$$\leftarrow s = 100$$



لا كبير ربح ممكن



## " أسئلة الكتاب "

س١: إذا كان  $\hat{A}$  قتران البرباد المكلي للميات هو

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ دينار} \text{ و} \hat{A} \text{ قتران التكلفة المكليه}$$

$$\text{هو ل} \hat{A} \text{ (س) = } \begin{pmatrix} 6 & 17 \\ 16 & 17 \end{pmatrix} \text{ دينار حيث س عدد}$$

الموحدات المنتجة من سلعة ما فجد الربح الحدي؟

الحد:  $\hat{A}$  قتران الربح المكلي ←  $R(s) = (17s - 16s)$  ل (س)

$$\leftarrow R(s) = (17s - 16s) - (6s + 17s)$$

$$= (17s - 16s) - (6s + 17s)$$

$$= (17s - 16s) - (6s + 17s)$$

$$\text{الربح الحدي} \leftarrow R'(s) = 17 - 16 = 1 \text{ دينار}$$

س٢: ينتج مصنع للحواسين من جهاز  $\hat{A}$  أسبوعياً، فإذا كانت

تكلفه الكنتاج المكلي الأسبوعي بالدينار تعطى

$$\text{بالعلاقة ل} \hat{A} \text{ (س) = } 3 + 5s + 3s^2 \text{ وكان سعر الجهاز}$$

الواحد ٢٥ ديناراً فما عدد الأجهزة التي يجب أن

يبيها المصنع أسبوعياً لتحقيق أكبر ربح ممكن؟

الحل: أقترا ٢ الربح المكلي ←  $(ر ا س) = ٤٠ (س) - ٤٠ (س) - ٤٠ (س)$

←  $(ر ا س) = ٤٠ (س) - ٤٠ (س) - ٤٠ (س)$  ← الربح المكلي

←  $(ر ا س) = ٤٠ (س) - (٣٠٠ + ٣٠٠ + ٣٠٠ (س))$

←  $٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$

←  $٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$

←  $(ر ا س) = ٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$

←  $٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$

←  $٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$

←  $٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$

←  $٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$

← أكبر ربح ممكن

س ٣: إذا كان أقترا ٢ الربح المكلي للمبيعات هو

←  $(ر ا س) = ٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$  و أقترا ٢ التكلفة الكلية

هو ل  $(ر ا س) = ٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$  حيث س عدد الوحدات

المنتجة من ساعة ما. فجد الربح الحدي ؟

الحل:  $(ر ا س) = ٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$  ←  $(ر ا س) = ٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$

←  $(ر ا س) = ٤٠ (س) - ٣٠٠ - ٣٠٠ (س)$  #

ساعة. إذا كان لدينا 2 = 1.6 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2

لنا 2.5 = 2.5 أس 2 - 2.5 أس 2 - 2.5 أس 2 + 10 + 10 + 10 + 10

وحدات ساعة معينة وتكلفتها، فجد من التي تجعل

الربح أكبر ما يمكن؟

الحل: 2.5 = 2.5 أس 2 - 2.5 أس 2 - 2.5 أس 2

2 = 1.6 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2

2 = 1.6 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2

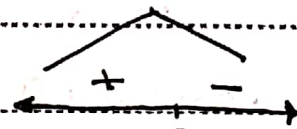
2 = 1.6 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2

2 = 1.6 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2

2 = 1.6 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2

2 = 1.6 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2

2 = 1.6 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2 - 2 أس 2



الربح أكبر ما يمكن

سؤال: ينتج مصنع للثلاجات س ثلاجه شهرياً، فإذا كانت تكلفه إنتاجها تعطى بالمعادله  

$$L(x, y) = 3600 + 600x + 200y$$
 وكان سعر الثلاجه الواحدة 500 دينار، فجد عدد الثلاجات التي يجب أن يبيعها المصنع لتحقيق ربح كبير. هل يمكن؟

الحل:

أفتر أن الربح الكلي ←  $R(x, y) = L(x, y) - C(x, y)$

← المبيعات ←  $R(x, y) = 500x - (3600 + 600x + 200y)$

←  $R(x, y) = 500x - 3600 - 600x - 200y$

←  $R(x, y) = -100x - 200y - 3600$

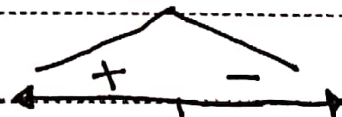
←  $R(x, y) = -100x - 200y - 3600$

←  $R(x, y) = -100x - 200y - 3600$

←  $R(x, y) = -100x - 200y - 3600$

←  $R(x, y) = -100x - 200y - 3600$

←  $R(x, y) = -100x - 200y - 3600$



سـ الربح أكبر ما يمكن 248

س١: يبيع أحمد المصانعي الوحدة الواحدة من  
سلعة معينه بمبلغ ٩٠ د. بينما إذا كانت  
التكلفة الكلية لا يتابع من وحدة من هذه  
السلعة أسبوعياً تعطى بالعلاقة:  
ل (س) = ٢٠ س<sup>٢</sup> + ٧٠ س + ١٠٠ نجد الربح الحدي؟

الحل: ← الربح الكلي ← (س) = ٢٠ س<sup>٢</sup> + ٧٠ س + ١٠٠ - (س) = ١٠ س<sup>٢</sup> + ٦٠ س + ١٠٠  
الملايير ← (س) = ٩٠ س

$$\left( 10S^2 + 60S + 100 \right) - (90S) = 10S^2 - 30S + 100$$

$$= 20S - 30 = 0 \Rightarrow 2S - 3 = 0$$

$$2S = 3 \Rightarrow S = 1.5$$

← الربح الحدي ← (س) = ٢٠ س - ٣٠ = ٠  
#

## " أسئلة إضافية "

س١: إذا كان اقتراان التكلفة الكلية للنتاج من

قطعه من منتج معين يعطى بالعلاقة  $L(x) = 3x^2 + 5x + 2$

فأذن التكلفة الحدية عندما  $x = 10$  تساوي ؟

الجواب:  $L'(10) = 15$

س٢: يندرج مصني للحواسيب من جهاز أسبوعياً فإن كانت

تكلفه الإنتاج الكلي الأسبوعي  $L(x) = 3x^2 + 50x + 2$

وكان المصني يبيع الجهاز الواحد بمبلغ ٢٥ ريالاً

فجد:

١- اقتراان الإيراد الكلي ؟ الجواب:  $R(x) = 25x$

٢- اقتراان الربح الكلي ؟ الجواب:  $P(x) = 22x^2 + 45x + 2$

٣- عدد الأجهزة التي يجب أن

يبيعها المصني أسبوعياً لتحقيق

أقصى ربح ممكن ؟ الجواب:  $x = 1$  جهاز

س٢: إذا كان الأيراد المكلي لبيع س وحدة من  
منتج ما يعطى بالعلاقة  $د(س) = ٢٠٠ - ٦س$  و  $٢٠٠$  س  
قأن الأيراد الحدي عندما  $س = ١٠$  يساوي؟

الجواب:  $د(١٠) = ٢٠$

س٣: إذا كان  $د(س)$  هو اقتزان الربح المكلي  
 $د(س)$  هو اقتزان الأيراد المكلي فجو اقتزان  
التكلفه الحدي؟

الجواب:  $د(س) = ٢٠٠ - ٦س$

س٤: إذا كان  $د(س)$  اقتزان التكلفه الكلية  
 $د(س)$  اقتزان الأيراد المكلي لمهني حيث  $س$   
عد الوحدات المنتجة أسبوعياً يكون الربح  
الأسبوعي أكبر ما يمكن عندما؟

الجواب:  $د(س) = ٢٠٠ - ٦س$

## " أسئلة الوحدة "

سأ: يتحرك جسم ونق العلاقة  $(n, n^2) = (n, n^2) = n^2 = n^2 + n^2$

حيث في المسافة التي يقطعها الجسم بالامتار

ن الزمن بالتوازي جد تسارع الجسم عندما تساوي

سرعته  $6 \text{ م/ث}^2$ ؟

الحل: الزمن مجهول ولما كان  $(n, n^2) = (n, n^2) = 6$

$\leftarrow (n, n^2) = (n, n^2) = 6$

$= n^2 - 6 = 0$

$\leftarrow (n, n^2) = (n, n^2) = 6 \div 6 = 1$

$\leftarrow n^2 - 6 = 0 \Rightarrow n = 2.45$

$\leftarrow n^2 = 6 + 6 = 12 \Rightarrow n = 3.46$

$\leftarrow n = 2.45, n = 3.46$

تعمل

من المعطى التسارع  $(n, n^2) = (n, n^2) = 6$

$= n^2 = 6$

عندما  $n = 2.45 \Rightarrow 3.46 = 3 \times 1.2 = 3.6 \text{ م/ث}^2$

س٢: يتحرك جسم ونفق العلقه ف(ن) = م(ن-1) (١-٢)  
حيث ن المسافه التي يقطعها الجسم بالزمن  
ن الزمن بالتوازي إذا كانت سرعة الجسم المقطوعه  
بعد نوازي تساريفي ١٢ م/ث فجد قيمة الثابت  
م ؟

الحل: م(ن) = م(ن-1) + ١٢

$$١٢ = م(١) - م(٠)$$

$$١٢ = م(١) - م(٠) \leftarrow ١٢ = م - ٠$$

$$١٢ = م \leftarrow ١٢ = ٣ \times م \leftarrow ١٢ \div ٣ = م$$

$$٣ = م \leftarrow$$

س٤: إذا كان ف(س) = س(س-٦) + ١ فجد:

١- فترات التزايد والتناقص؟

الحل: ف(س) = س(س-٦) + ١ = س<sup>٢</sup> - ٦س + ١

$$٥ = س - ٦ + س = ٢س - ٥$$

$$٥ = ٢س - ٥ \leftarrow ١٠ = ٢س \leftarrow ٥ = س$$

$$٥ = س \leftarrow ١٠ = ٢س \leftarrow ٥ = س$$



س ١: إذا كان رقم  $(س)$  =  $(س٣١٠٠)$ ، فجد معادلته  
العماس. لدينا الأفتراه. رقم عند  $س = ١$  ؟  
الحل:

معادلة العماس

$$(س٣٠٠) = رقم(س٣١٠٠) (س٣٠٠)$$

$$١ = س٣١٠٠$$

$$س٣٠٠ = ١ (٣٠٠) = (٣٠٠) = (٣٠٠ \times ١) = ٣٠٠$$

$$٣٠٠ = رقم(العماس) = رقم(س٣٠٠) = (س٣٠٠) + ٣ \times (٣٠٠) + ٢ \times س = (س٣٠٠) + ٣ \times (٣٠٠) + ٢ \times س$$

$$٣٠٠ = (٣٠٠) + ٣ \times (٣٠٠) + ٢ \times ١ = (٣٠٠) + ٣ \times (٣٠٠) + ٢ \times ١$$

$$٣٠٠ = (٣٠٠) + ٣ \times (٣٠٠) + ٢ \times ١ = (٣٠٠) + ٣ \times (٣٠٠) + ٢ \times ١$$

معادلة العماس

$$(٣٠٠) = (٣٠٠) + ٣ \times (٣٠٠) + ٢ \times ١$$

س 9: إذا كان لك (س) = ٤ + ٣س ديناراً اقترا  
التكلفة الحدية للإنتاج س قطعة من سلعة ما  
فجد التكلفة الحدية للإنتاج ٢ قطعة من  
هذه السلعة ؟

الحل: لك (س) = ٤ + ٣س  
لك (٢) = ٤ + ٣ × ٢ = ١٠

بداً: إذا كان قه (س) = (٣س - ٤) فجد قيمة س  
التي تجعل قه (س) = ٣٦ ؟

الحل: قه (س) = (٣س - ٤) × ٣  
قه (س) = ٣٦

٣٦ = (٣س - ٤) × ٣  
٣٦ ÷ ٣ = (٣س - ٤) × ٣ ÷ ٣  
١٢ = ٣س - ٤

بالطرفين  
٣س - ٤ = ١٢  
٣س = ١٢ + ٤  
٣س = ١٦  
٣ ÷ ٣ = ١٦ ÷ ٣  
س = ١٦/٣

٣س - ٤ = ١٢  
٣س = ١٦  
٣ ÷ ٣ = ١٦ ÷ ٣  
س = ١٦/٣

سؤال: يتكون هذا السؤال من ست فقرات من نوع  
الاختيار من متعدد. لكل فترة أربعة بدائل  
واحد فقط منها صحيح. ضعي دائرة حول  
رمز الإجابة الصحيحة!

1. إذا كان للاقتزان  $(س, س)$  و  $(س, س)$  قيمة  
حرجه عند  $س = ٣$  جد قيمة  $س$ !

Ⓐ ٢    ب. ٦    ج. ١٢    د. ٢٠

2. إذا كان ميل المماس للاقتزان  $(س, س)$  عند  
النقطة  $(س, س)$  يساوي  $٤$ ، فأذن قيمة  $س$  تساوي!

Ⓜ. ٣    ب. ٢    ج. ١٠    د. ٣

3. إذا كان  $(س, س) = (س, س)$  للاقتزان قيمه  
هتسمى عند ما  $س$  تساوي!

Ⓟ. صفرًا    ب. ٢    ج. ٤    د. ٤

ع. فترة التزايد للأقتران  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  هي:

أ.  $[-3, 1]$  ب.  $[1, 3]$  ج.  $(1, 3)$  د.  $(-3, 1)$

و. يتحرك جسم وفق العلاقة:  $f(t) = 6t^2 - 3t^3$  حيث  $f$  المسافة بالامتار التي يقطعها الجسم قدره  $t$  ثانية. المسافة التي يقطعها الجسم بالامتار حتى يصبح تسارعه صفراً هي:

أ. 12 ب. 16 ج. 24 د. 32

ز. إذا كان للأقتران  $f(x) = px^2 - 3x + 2$  قيمة صفراً وحلييه عند  $x = 1$  فإن قيمة الثابت  $p$  تساوي:

أ. 2 ب. 3 ج. 4 د. 5

ح. إذا كان  $f(x) = x^2 + 1$  فعدد آعليه قيمه للقوس عند  $x = 1$  هي:

أ. 0 ب. 1 ج. 2 د. 3

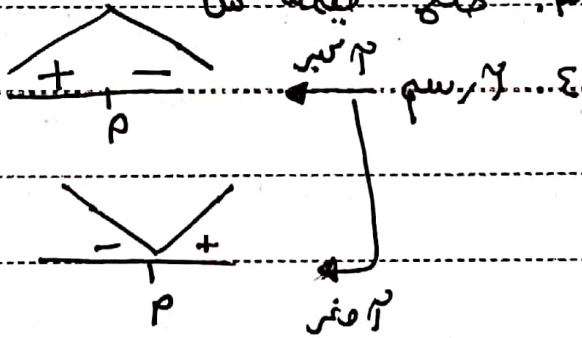
④ مهم : مثل ~~الذي~~ شرط تكون  $\lambda$  كبير ما يمكن  
أو أقل ما يمكن متعلقه فقط بالربح والتكلفة  
والايراد يمكن يجيبك لأي إقتران :

⑤ خطوات الحل :

١. اشتق الاقتران

٢. مساويين بالصفر

٣. حلل قيمة  $\lambda$



## قواعد وقوانين الوحدة

الدرس الأول: التفسير الهندسي للمشتقة

← معادلة الجماس ← (ص - ص) = قه (س - س)

← ميل الجماس ← قه (س)

← نقطة التماس ← (س، ص)

الدرس الثاني: التفسير الفيزيائي للمشتقة

← قه (ن) ← المسافة ← تقاس بوحدة م

← ع (ن) ← السرعة ← تقاس بوحدة م/ث

← ت (ن) ← التسارع ← يقاس بوحدة م/ث<sup>2</sup>

ع (ن) = قه (ن)      ت (ن) = ع (ن)

ت (ن) = قه (ن)

## الدرس الثالث: تطبيقات الاشتقاق

← قيمه مرجعه ← مشتق ونسايه بالصفه

← نقطه مرجعه ← هي ناتج تعويض صفه المشتقه

بالاقتراان الاولي

← تزايد ←  $\nearrow$

← تناقص ←  $\searrow$

← قيمة علميه ← هي ناتج تعويض صفه المشتقه

في الاقتراان الاولي

← شكله ←  $\frac{+}{-}$   $\frac{+}{p}$   $(p, \text{رقم } (p))$

← قيمة صفرية ← هي ناتج تعويض صفه المشتقه

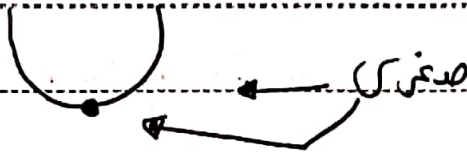
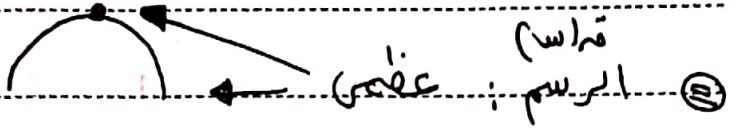
في الاقتراان الاولي

← شكله ←  $\frac{-}{+}$   $\frac{-}{p}$   $(p, \text{رقم } (p))$

⊕ الرسم:  $\searrow$  رقم اسف: تناقص

$\nearrow$  متزايد

⊕ رقم اسف: فرق محور السينات متزايد، تحت متناقص



④ الرسم القطري عظمى و صغرى هي تقاطع المقاطع

على محور السينات ونا تقعرها المقابل

على محور الصادات في دسمته قطرها

⑤ دائماً في حل السؤال منا الرسم ترجم السؤال

على خط اختيار المشتقة

المدرس الربي قطبيات آقهاريه :

← إذا كان المايراد مجهول  $(x) = 2x^2 - 3x + 1$  يساوي الصفر

← الربح  $(x) = 2x^2 - 3x + 1$  ل  $(x)$

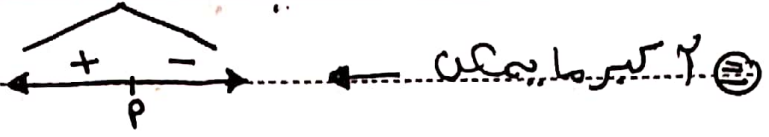
← تكلفه  $(x) = 2x^2 - 3x + 1$  ل  $(x)$

← أيراد  $(x) = 2x^2 - 3x + 1$  ل  $(x)$

← ربح حدي  $(x) = 2x^2 - 3x + 1$  ل  $(x)$

← تكلفه حديه  $(x) = 2x^2 - 3x + 1$  ل  $(x)$

← أيراد حدي  $(x) = 2x^2 - 3x + 1$  ل  $(x)$





تطبيقات التفاضل