

## إجابات تدريبات الدرس

### نظريات النهايات

#### تدريب ١

إذا كان  $q(s) = 2s$  ،  $h(s) = s^3 + s$  ، فجد كلاً مما يأتي:

$$(1) \text{ نهايا } q(s) \text{ (س) هـ} + \text{ نهايا } (s \times s) \text{ (س) هـ} \quad (2) \text{ نهايا } q(s) \text{ (س) هـ} \times \text{ نهايا } h(s) \text{ (س) هـ}$$

$$(3) \text{ نهايا } (3 + \sqrt{q(s)}) \text{ (س) هـ} + 15$$

الحل:

$$(1) \text{ نهايا } q(s) \text{ (س) هـ} + \text{ نهايا } h(s) \text{ (س) هـ} \times \text{ نهايا } s \text{ (س) هـ}$$

$$2^- \times (2^- + 2(2^-)) + 2^- \times 2 =$$

$$20 + 4^- = 2^- \times 10^- + 4^- =$$

$$16 =$$

$$(2) \text{ نهايا } q(s) \text{ (س) هـ} = \frac{1 \times 2}{1 + 31} = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

$$(3) \text{ نهايا } (3 + \sqrt{q(s)}) \text{ (س) هـ} + 15$$

$$15 + \sqrt{1 + 1} \times 3 + \sqrt{1 \times 2}$$

$$15 + \sqrt{2} \times 3 + \sqrt{2}$$

$$15 + \sqrt{2} \times 4$$

#### تدريب ٢

جد كلاً مما يأتي:

$$(1) \text{ نهايا } s - 8$$

$$(2) \text{ نهايا } s - 16$$

$$(3) \text{ نهايا } s^2 - 16$$

## الحل:

$$(1) \text{نهايـا} \left| 8 - 0 \right| = \left| 8 - s \right|$$

$$\left| 8 - \right| =$$

$$\left| 8 \right| =$$

تعويض مباشر؛ لأن الصفر ليس جذر (صفر) للاقتزان ما داخل المطلق.

$$(2) \text{نهايـا} \left| 16 - s \right| \text{ نعيد التعريف:}$$

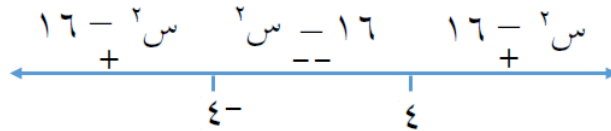
$$s - 16 = \text{صفر} \leftarrow s = 16$$

$$\left. \begin{array}{l} s - 16, s \leq 16 \\ 16 - s, s > 16 \end{array} \right\} = |16 - s|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهايـا} \left| 16 - s \right| = \text{صفر} \\ \text{نهايـا} \left| 16 - s \right| = \text{صفر} \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{نهايـا} \left| 16 - s \right| = \text{صفر}$$

$$(3) \text{نهايـا} \left| 16 - s^2 \right| \text{ نعيد التعريف}$$

$$s^2 - 16 = \text{صفر} \leftarrow s = \pm 4$$



$$\text{نهايـا} \left| 16 - s^2 \right| = \text{صفر}$$

$$\text{نهايـا} \left| 16 - s^2 \right| = \text{صفر}$$

$$\text{نهايـا} \left| 16 - s^2 \right| = \text{صفر}$$

## تدريب ٣

جد كلاً من النهايات الآتية:

$$(1) \text{نهايـا} [2 - s]$$

$$(2) \text{نهايـا} [4 - s^2]$$

$$(3) \text{نهايـا} [s + 1]$$

$$(4) \text{نهايـا} [0, 25]$$

## الحل:

(١) نهيا  $[س - ٢]$  نعيد التعريف حول النقطة  $س = ١$

$$\leftarrow \quad \cdot \quad ١ \quad ٢ \quad \rightarrow \quad ١ = \frac{١}{|معامل س|} = ١$$

$$\left. \begin{array}{l} ١ - \quad , \quad ٢ > س \geq ١ \\ ٢ - \quad , \quad ١ > س \geq ٠ \end{array} \right\} = [س - ٢]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [س - ٢]_{١ \leftarrow س} = ١ - \\ \text{نهيا } [س - ٢]_{١ \leftarrow س} = ٢ - \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{نهيا } [س - ٢]_{١ \leftarrow س} \text{ غير موجودة}$$

$$\leftarrow \quad \cdot \quad ٠,٥ \quad ١ \quad ١,٥ \quad ٢ \quad \rightarrow \quad \frac{١}{٢} = ١ \quad \text{نهيا } [س٢ - ٤]_{١,٥ \leftarrow س}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{صفر} \quad , \quad ٢ \geq س > ١,٥ \\ ١ \quad , \quad ١,٥ \geq س \geq ١ \end{array} \right\} = [س٢ - ٤]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [س٢ - ٤]_{١,٥ \leftarrow س} = \text{صفر} \\ \text{نهيا } [س٢ - ٤]_{١,٥ \leftarrow س} = ١ \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{نهيا } [س٢ - ٤]_{١,٥ \leftarrow س} = ١ \text{ غير موجودة}$$

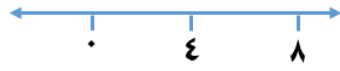
(٣) نهيا  $[س + ١]$

$$\leftarrow \quad \cdot \quad ١ \quad \rightarrow \quad ١ = ١$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{صفر} \quad , \quad ١ > س \geq ٠ \end{array} \right\} = [س + ١]$$

$$\text{نهيا } [س + ١]_{٠,١ \leftarrow س} = ١$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$



$$\epsilon = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon}} = 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq s < 4 \\ 4 \leq s < 8 \end{array} \right\} = [0, 25]$$

$$1 = [0, 25]_{\leftarrow 4}$$

$$0 = [0, 25]_{\leftarrow 4}$$

$$[0, 25]_{\leftarrow 4} = \text{غير موجودة}$$

### تدريب ٤

إذا كان  $q(s) = [2 - s]$ ، فأجب عن كل مما يأتي:

(١) جد قيم  $a$  التي تجعل  $[0, 25]_{\leftarrow a}$  (س) غير موجودة

(٢) جد قيم  $a$  التي تجعل  $[0, 25]_{\leftarrow a}$  (س)  $= 1$

**الحل:**

(١) قيم  $a$  هي جميع قيم  $a$  حيث:

$$a \geq 3$$

(٢) قيم  $a$  هي (٢، ٣)

### تدريب ٥

جد كلاً من النهايات الآتية:

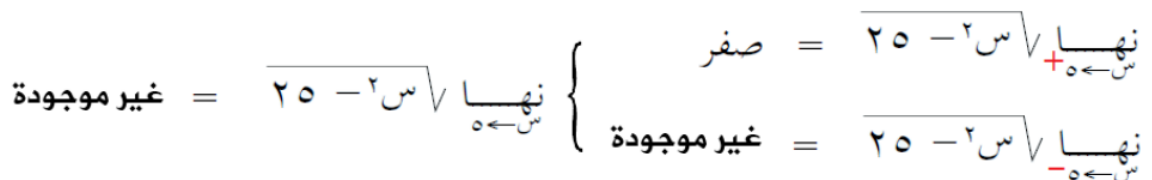
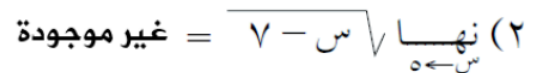
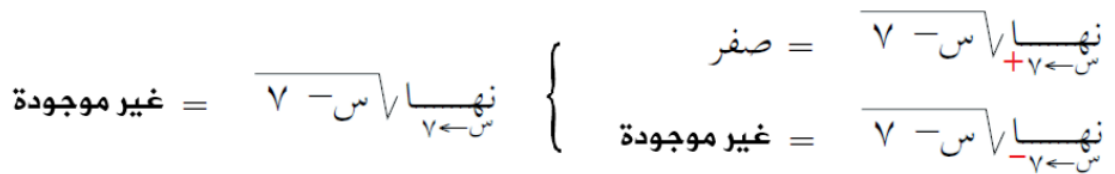
$$(2) \lim_{s \rightarrow 7^-} \sqrt{s-7}$$

$$(1) \lim_{s \rightarrow 7^-} \sqrt{s-7}$$

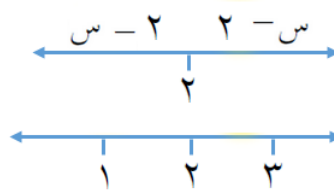
$$(4) \lim_{s \rightarrow 25^-} \sqrt{s-25}$$

$$(3) \lim_{s \rightarrow 25^-} \sqrt{s-25}$$

**الحل:**



$$س - ٢ = \text{صفر} \leftarrow س = ٢$$



$$\left. \begin{array}{l} ٣ \geq س > ٢ , \quad ٣ \\ ٢ \geq س > ١ , \quad ٤ \end{array} \right\} = [س - ٦]$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ < س , \quad ٢ - س \\ ٢ \geq س > ١ , \quad ٤ \end{array} \right\} = (س) ق$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهاي ق(س)} = \text{صفر} \\ \text{نهاي ق(س)} = ٤ \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{نهاي ق(س)} = \text{غير موجودة}$$

## تدريب ٧

إذا كان ق(س) = [س + ٥] ، ل(س) = [س - ٤] ، فجد كلاً مما يأتي:

(١) نهاي ق(س) (٢) نهاي ل(س)

(٣) نهاي (ق(س) + ل(س))

ماذا تلاحظ؟

الحل:

(١) نهايا ق (س)  $\leftarrow$   $1 = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > s \geq 1, \quad 6 \\ 1 > s \geq 0, \quad 5 \end{array} \right\} = [5 + s]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 = \text{نهايا ق (س)} \leftarrow \\ 5 = \text{نهايا ق (س)} \leftarrow \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايا ق (س)} \leftarrow = \text{غير موجودة}$$

(٢) نهايا ل (س)  $\leftarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \geq s > 1, \quad 2 \\ 1 \geq s > 0, \quad 3 \end{array} \right\} = [s - 4]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 = \text{نهايا ل (س)} \leftarrow \\ 3 = \text{نهايا ل (س)} \leftarrow \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايا ل (س)} \leftarrow = \text{غير موجودة}$$

(٣) نهايا (ق (س) + ل (س))  $\leftarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > s > 1, \quad 8 \\ 1 > s > 0, \quad 8 \\ 1 = s, \quad 9 \end{array} \right\} = (ق (س) + ل (س))$$

$$8 = \left\{ \begin{array}{l} 8 = \text{نهايا (ق (س) + ل (س))} \leftarrow \\ 8 = \text{نهايا (ق (س) + ل (س))} \leftarrow \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايا (ق (س) + ل (س))} \leftarrow = 8$$

لاحظ أنه قد تكون نهاية أحد الاقتترانيين أو كلاهما غير موجودة، ولكن قد تصبح النهاية موجودة بعد

تطبيق عملية حسابية عليها.