إجابات تدريبات الدرس

الاتصال عند نقطة

تدريب ١

إذا كان ق(س) = $\frac{|س - ٤|}{س + ٤}$ ، س ≠ −٤

فابحث في اتصال ق عند س = ٤

الحل:

ق(٤) غير معرف .

ق(س) غير متصل عند س = ٤

تدريب ٢

١) إذا كان ق(س) = [س] ، فما مجموعة قيم س التي يكون عندها ق اقترانًا غير متصل؟

٢) اقترح قاعدة لاقتران أكبر عدد صحيح بحيث يكون متصلا عند س = ١ ، وغير متصل عند س = ٢

الحل:

١) ق(س) غير متصل لكل س ∈ ص لأن النهاية تكون غير موجودة.

٢) ق(س) = [١ + س/٢]

ق(س) = { ١ ، ٠ ≤ س < ٢ ، ٢ ≤ س < ٤ }

عند س = ١

① ق(١) = ١ ② نهـا ق(س) = ١ (س → ١)

③ نهـا ق(س) = ق(١) ⇐ ق متصل عند س = ١ (س → ١)

عند س = ٢

① ق(٢) = ٢ ② نهـا ق(س) = ٢ (س → ٢+)

نهـا ق(س) = ١ (س → ٢-)

⇐ نهـا ق(س) غير موجودة (س → ٢)

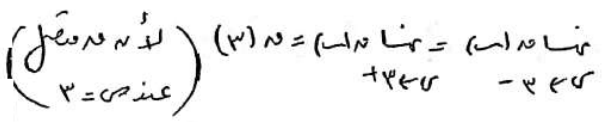
⇐ ق غير متصل عند س = ٢

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = { أ س٢ + ب ، س > ٣ ؛ ٦ ، س = ٣ ؛ أ س − ٢ ب ، س < ٣ }

متصلًا عند س = ٣ ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين أ ، ب

الحل:



تدريب ٤

برهن الفروع:٢، ٣، ٤ من نظرية (٢)

الحل:

تدريب ٥

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ١ + ٢س & ، س > ١ \\ ٣ س^{٢} & ، س \leq ١ \end{cases}$ ، ع(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، س > ١ \\ |س| & ، س \leq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران (ق × ل) عند س= ١ بطريقتين.

الحل:

الطريقة الأولى:

١) ق(١) = ٣

٢) $\lim_{س \to ١^{-}}$ ق(س) = ٣ ، $\lim_{س \to ١^{+}}$ ق(س) = ٣ ⇐ $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ٣

٣) $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ق(١) ∴ ق متصل عند س = ١

---

١) ع(١) = ١

٢) $\lim_{س \to ١^{+}}$ ع(س) = ١ ، $\lim_{س \to ١^{-}}$ ع(س) = ١ ⇐ $\lim_{س \to ١}$ ع(س) = ١

٣) $\lim_{س \to ١}$ ع(س) = ع(١) ∴ ع متصل عند س = ١

(ق × ع) متصل عند س = ١

الطريقة الثانية:

نجد قاعدة الاقتران (ق×هـ)

$$(ق \times هـ)(س) = \begin{cases} (س+1) \times س^2 & ، س > 1 \\ 3س^3 & ، س \leq 1 \end{cases}$$

١) $(ق \times هـ)(1) = 3$

٢) $\lim_{س \to 1^+} (ق \times هـ)(س) = 3$

$\lim_{س \to 1^-} (ق \times هـ)(س) = 3$

$\Leftarrow \lim_{س \to 1} (ق \times هـ)(س) = 3$

٣) $\lim_{س \to 1} (ق \times هـ)(س) = (ق \times هـ)(1)$

∴ $(ق \times هـ)(س)$ متصل عند $س = 1$

تدريب ٦

إذا كان $ق(س) = (س-٥)^3$ ، $هـ(س) = [س + ٢]$

فابحث في اتصال الاقتران (ق×هـ) عند كلٍّ من $س = -٢$ ، $س = ٥$

الحل:

$$هـ(س) = \begin{cases} -1 & ، -3 \leq س < -2 \\ 0 & ، -2 \leq س < -1 \end{cases}$$

$$(ق \times هـ)(س) = \begin{cases} (س+5)^3 & ، -3 \leq س < -2 \\ 0 & ، -2 \leq س < -1 \end{cases}$$

1) $(ق \times هـ)(-2) = 0$

2) $\lim_{س \to -2^+} (ق \times هـ)(س) = 0$

$\lim_{س \to -2^-} (ق \times هـ)(س) = -(3)^3 = -27$

$\lim_{س \to -2^+} (ق \times هـ)(س) \neq \lim_{س \to -2^-} (ق \times هـ)(س)$ ∴ $ق \times هـ$ غير موجودة ⇐ $ق \times هـ$ غير متصل عند $س = -2$

عند $س = 5$

$$هـ(س) = \begin{cases} 7 & ، 0 \leq س < 6 \\ 6 & ، 6 \leq س \leq 5 \end{cases}$$

$$(ق \times هـ)(س) = \begin{cases} (س-5)^3 & ، 0 \leq س < 6 \\ 6(س-5)^3 & ، 6 \leq س \leq 5 \end{cases}$$

1) $(ق \times هـ)(5) =$ صفر

2) $\lim_{س \to 5^-} (ق \times هـ)(س) =$ صفر

$\lim_{س \to 5^+} (ق \times هـ)(س) =$ صفر

$\lim_{س \to 5} (ق \times هـ)(س) =$ صفر ⇐ $ق \times هـ$ متصل عند $س = 5$