إجابات تدريبات الكتاب

المشتقة الأولى

تدريب ١

إذا كان ق(س) = ٣ + ٤س ، فجد قَ(٢) باستخدام التعريف.

الحل:

$$ق(س) = ٣ + ٤س$$

$$ق'(٢) = \lim_{ع \to ٢} \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$$

$$= \lim_{ع \to ٢} \frac{(٣ + ٤ع) - (٣ + ٤ \times ٢)}{ع - ٢}$$

$$= \lim_{ع \to ٢} \frac{٣ + ٤ع - ٣ - ٨}{ع - ٢}$$

$$= \lim_{ع \to ٢} \frac{٤ع - ٨}{ع - ٢}$$

$$= \lim_{ع \to ٢} \frac{٤(ع - ٢)}{ع - ٢}$$ ، $\lim_{ع \to ٢} ٤ = ٤$

تدريب ٢

إذا كان ق(س) = ٤س^{٢} − ٣، فجد قَ(٣) باستخدام التعريف.

الحل:

$$ق(س) = ٤س^{٢} - ٣$$

$$ق'(٣) = \lim_{ع \to ٣} \frac{ق(ع) - ق(٣)}{ع - ٣}$$

$$= \lim_{ع \to ٣} \frac{٤ع^{٢} - ٣ - (٤ \times ٩ - ٣)}{ع - ٣}$$

$$= \lim_{ع \to ٣} \frac{٤ع^{٢} - ٣٦}{ع - ٣}$$

$$= \lim_{ع \to ٣} \frac{٤(ع^{٢} - ٩)}{ع - ٣}$$

$$= \lim_{ع \to ٣} \frac{٤(ع - ٣)(ع + ٣)}{ع - ٣}$$

$$= ٤ \times ٦ = ٢٤$$

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = س^{٣} ، فجد قَ(س) باستخدام التعريف.

الحل:

$$ق(س) = س^{٣}$$

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٣} - س^{٣}}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع^{٢} + ع س + س^{٢})}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} (ع^{٢} + ع س + س^{٢})$$

$$= س^{٢} + س^{٢} + س^{٢} = ٣س^{٢}$$

تدريب ٤

إذا كان ق(س) = $\sqrt{٢س}$ ، س > ٠ ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة، ثم جد قَ(٨).

الحل:

ق(س) = $\sqrt{٢س}$

ق'(س) = $\lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

= $\lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{٢ع} - \sqrt{٢س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{٢ع} + \sqrt{٢س}}{\sqrt{٢ع} + \sqrt{٢س}}$

= $\lim_{ع \to س} \frac{٢ع - ٢س}{(ع - س)(\sqrt{٢ع} + \sqrt{٢س})}$

= $\lim_{ع \to س} \frac{٢(ع - س)}{(ع - س)(\sqrt{٢ع} + \sqrt{٢س})} = \frac{٢}{٢\sqrt{٢س}} = \frac{١}{\sqrt{٢س}}$

ق'(٨) = $\frac{١}{\sqrt{٢ \times ٨}} = \frac{١}{\sqrt{١٦}} = \frac{١}{٤}$

تدريب ٥

إذا كان ق(س) = $\frac{١}{١ - ٣س}$ ، س ≠ $\frac{١}{٣}$ ، فجد قَ(س) باستخدام التعريف، ثم جد قَ($\frac{١}{٢}$).

الحل:

ق(س) = $\frac{١}{١ - ٣س}$

ق'(س) = $\lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

= $\lim_{ع \to س} \frac{\frac{١}{١ - ٣ع} - \frac{١}{١ - ٣س}}{ع - س}$ = $\lim_{ع \to س} \frac{١ - ٣س - (١ - ٣ع)}{(١ - ٣ع)(١ - ٣س)(ع - س)}$

= $\lim_{ع \to س} \frac{-٣س + ٣ع}{(١ - ٣ع)(١ - ٣س)(ع - س)}$

= $\lim_{ع \to س} \frac{٣ع - ٣س}{(١ - ٣ع)(١ - ٣س)(ع - س)}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$= \text{نهـا}_{ك \to ٤} \frac{٣ (٤ - س)}{(٤ - س)(١ - ٣ك)(١ - ٢ك)}$$

$$= \frac{٣}{(١ - ٣ك)(١ - ٢ك)} = \frac{٣}{(١ - ٣ك)^{٢}}$$

$$\text{وعند } (\frac{١}{٢}) = \frac{٣}{(١ - ٣ \times \frac{١}{٢})^{٢}} = \frac{٣}{(١ - \frac{٣}{٢})^{٢}} = \frac{٣}{(-\frac{١}{٢})^{٢}}$$

$$= \frac{٣}{\frac{١}{٤}} = ٣ \div \frac{١}{٤} = ٣ \times ٤ = ١٢$$