

إجابات تدريبات الدرس

المشتقة الأولى

تدريب ١

أجب عن كل مما يأتي:

(١) إذا كان $ق(س) = س^2 + ٢س$ ، فجد $ق'(١-)$.

(٢) إذا كان $ق'(٠) = ٦$ ، فجد نهبا $\frac{ق'(٠) - ق(٠)}{٣}$.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$(١) \text{ ق'(١-)} = \frac{ق(س) - ق(١-)}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^2 + ٢س - (١-^2 + ٢(١-))}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^2 + ٢س - (١ - ٢ + ٢ - ٢س)}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^2 + ٢س - ١ + ٢س - ٢ + ٢س}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^2 + ٤س - ١}{س - ١-}$$

$$= ٥ = ٢ + (١ + ١ + ١)$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢) بفرض أن $م = ٥$ ، $هـ = ٥$ ، $هـ = \frac{م}{٥}$

عندما $هـ \rightarrow ٠$ ، فإن $م \rightarrow ٠$.

$$\frac{ق(٠) - ق(م)}{\frac{م}{٥} \times ٣} = \frac{٥}{٣} \times \frac{ق(٠) - ق(م)}{م}$$

$$= \frac{٥}{٣} \times ق'(٠) = ٦ \times \frac{٥}{٣} = ١٠$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تدريب ٢

إذا كان $ص = ق(س) = \frac{س}{١+س}$ ، فجد $\frac{دص}{دس}$ عند $س = ٢$
الحل

$$ق'(٢) = نهيا_{س=٢} = \frac{ق(س) - ق(٢)}{س - ٢} = \frac{ق(س) - \frac{٢}{١+٢}}{س - ٢} = \frac{\frac{س}{١+س} - \frac{٢}{٣}}{س - ٢}$$

$$= \frac{\frac{س(١+س) - ٢(١+س)}{(١+س)٣}}{س - ٢} = \frac{\frac{س + س٢ - ٢ - ٢س}{(١+س)٣}}{س - ٢} = \frac{\frac{س٢ - س - ٢}{(١+س)٣}}{س - ٢}$$

$$= \frac{١}{٢-س} \times \frac{س٢ - س - ٢}{(١+س)٣} = \frac{١}{٢-س} \times \frac{س}{(١+س)٣} = \frac{١}{(١+س)٣}$$

$$= \frac{١}{٩} = \frac{١}{٣ \times ٣} = \frac{١}{(١+٢)٣}$$

تدريب ٣

إذا كان كان $ق(س) = \frac{٤س + ١}{٣س + ٢}$ ، $٣ - س \geq س > ١$ ،
 $١ \geq س \geq ٥$ ، $٣س + ٢$ ،
جد $ق'(١-)$ ، $ق'(١)$ إن وجدت.

الحل

$$ق'(١-) = نهيا_{س \rightarrow ١-} = \frac{ق(س) - ق(١-)}{س - ١-} = \frac{\frac{٤س + ١}{٣س + ٢} - \frac{٤(١-) + ١}{٣(١-) + ٢}}{س - ١-}$$

$$= \frac{\frac{(٤س + ١)(٣(١-) + ٢) - (٤(١-) + ١)(٣س + ٢)}{(٣س + ٢)(٣(١-) + ٢)}}{س - ١-}$$

$$= \frac{\frac{٤س + ١}{٣س + ٢} - \frac{٣ + ١}{٣ + ٢}}{س - ١-} = \frac{\frac{٤س + ١ - (٣ + ١)(٣س + ٢)}{(٣س + ٢)(٣ + ٢)}}{س - ١-}$$

$$= \frac{٤(١-)}{١-} = ٤$$

عند $s = 1$ نجد النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{s - (s-1)}{1-s} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{s - (s-1)}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{0 - 1 + s}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{s-1}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{s-1}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^+} -1 = -1$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{s - (s-1)}{1-s} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{s - (s-1)}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{0 - 1 + s}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{s-1}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{s-1}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -1 = -1$$

نجد (1) غير موجودة لأنه

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) \neq \lim_{s \rightarrow 1^-} f(s)$$

تدريب ٤

إذا كان $q(s) = \frac{s}{s^2 + 8}$ فجد $q'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل

$$q'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{q(s+h) - q(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s+h}{(s+h)^2 + 8} - \frac{s}{s^2 + 8}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2 + 8) - s((s+h)^2 + 8)}{(s+h)^2 + 8)(s^2 + 8)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{s^3 + sh^2 + 8s + 8h - s(s^2 + 2sh + h^2 + 8)}{(s+h)^2 + 8)(s^2 + 8)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{s^3 + sh^2 + 8s + 8h - s^3 - 2sh^2 - sh^2 - 8s}{(s+h)^2 + 8)(s^2 + 8)}$$

$$= \frac{1}{(1+\epsilon)(1+\epsilon)} \times \frac{(1-\epsilon)}{1-\epsilon} + \frac{(1-\epsilon)}{1-\epsilon} \times \frac{1}{1-\epsilon}$$

$$= \frac{1}{(1+\epsilon)} \times (1 + (1-\epsilon))$$

$$= \frac{1}{(1+\epsilon)} \times (1 + 1 - \epsilon)$$

$$= \frac{2 - \epsilon}{(1+\epsilon)}$$

تدريب ٥

صفحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها. جد معدل التغير في مساحة هذه الصفحة بالنسبة إلى طولها، عندما يكون طولها ٢٠ سم.

الحل

$$المساحة م = (س)^2$$

$$المختلفة م' = (٢٠)$$

$$\frac{م' - م}{٢٠ - ٢٠} = \frac{م' - م}{٢٠ - ٢٠} = \frac{م' - م}{٢٠ - ٢٠}$$

$$\frac{م' - م}{٢٠ - ٢٠} = \frac{(٢٠ + م) - (٢٠ - م)}{٢٠ - ٢٠} = \frac{٢٠ + م - ٢٠ + م}{٢٠ - ٢٠}$$

$$٢٠ = ٢٠ + ٢٠ =$$