

## إجابات تمارين ومسائل الدرس

### تطبيقات هندسية

١) جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س<sup>2</sup>+٦س-٥ عند النقطة (١، ٢).

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ٨ = ٢ & ٢ = ١ & ١ = ١ \end{array}$$

$$\text{وهـ (س) } ٨ = ٢ \leftarrow ٦ + س٢ = (س) \\ \text{معادلة المماس :}$$

$$٦ - س٨ = ص \leftarrow (١ - س)٨ = ٢ - ص$$



٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س<sup>2</sup>، عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص-س-٦ = ٠.

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ١٢ = ٢ & ٨ = ١ & ٢ = ١ \end{array}$$

$$\text{وهـ (س) } ٦ + س = ص \leftarrow س٣ = ٦ + س$$

$$٢ = س \leftarrow ٠ = ٦ - س$$

$$\text{وهـ (س) } ١٢ = ٢ \leftarrow ٣س٢ = ٢$$

معادلة المماس :

$$٨ - ص = ١٢ (س - ٢)$$



٣) جد النقط الواقعة على منحنى الاقتران ق(س) = س<sup>2</sup>-٣س+٣ التي يصنع عندها المماس

زاوية قياسها  $\frac{\pi}{4}$  راد مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل



$$\text{وهـ (س) } ١ = س \leftarrow ١ - ٣ = ٣ - س٢$$

النقطة : (١، ١)

٤ ( جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة (ص-٤) = ٢ + س التي يكون عندها المماس موازياً

للمستقيم الذي معادلته: ٣س + ٦ص + ٢ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 2 \\ \frac{3-2-}{6} = \text{ص} \end{array}$$



$$2(4-ص) \times 1 = 1 \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2(4-ص)}$$

$$1 \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2(4-ص)}$$

$$1 = \frac{3-}{6} = \text{ص} \leftarrow$$

بما أن المماس يوازي المستقيم

$$1 = \frac{1}{2(4-ص)} \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2(4-ص)}$$

$$3 = \text{ص} \leftarrow (4-ص) 2 = 2$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow 2 + \text{س} = 1 \leftarrow 2 + \text{س} = 2 \leftarrow (4-3)$$

٥ ( جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س - ٤س + ٣ بحيث يكون المماس عمودياً

على المستقيم الذي معادلته: ٦ص - ٣س - ٥ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 2 \\ 2- = 2 \end{array}$$



$$\text{ق(س)} = 2س - ٤س + ٣ \leftarrow \text{ق(س)} = 2س - ٤س + ٣$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \leftarrow \frac{٥+٣س}{6} = \text{ص}$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow (س) \times \text{ص} = 1$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow 1 = \frac{1}{2} \times 4 - 2س = 1 \leftarrow 1 = \text{ص}$$

$$0 = 3 + 4 - 1 = (1)$$

$$\text{ص} - 0 = 2(1-س) \leftarrow \text{ص} - 1 = 2س$$



٦ ( جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) =  $\frac{2}{س}$  عند النقطة (١، ٢) )

الحل



$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \frac{1}{2} = ل , 2 - = م \quad 2 = 1 ص \quad 1 = 1 س \end{array}$$

$$و(س) = \frac{2}{س} \leftarrow و(س) = \frac{2-}{س}$$

$$م = 2 - = (1) و(س)$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = 2 - (س - 1)$$

$$ل = \frac{1-}{2} = \frac{1}{2}$$

معادلة العمودي على المماس

$$ص - 2 = \frac{1}{2} (س - 1)$$



٧ ( جد قيمة كل من الثابتين ب، ج اللتين تجعلان المستقيم الذي معادلته: ص - س - ٢ = ٠ مماساً

لمنحنى الاقتران ق(س) =  $س^2 + ب س + ج$  عند النقطة (٠، ٢).

الحل

$$ص = س + 2 \leftarrow ص = 1$$

$$و(س) = س^2 + ب س + ج \leftarrow و(س) = 2 = س + 2$$

بما أن الاقتران ص يمس و(س) عند النقطة (٠، ٢)

$$\left. \begin{array}{l} و(٠) = ص \\ و(٠) = 2 \end{array} \right| \begin{array}{l} و(٠) = 2 \\ و(٠) = 2 \end{array}$$

$$ب + 0 \times 2 = 1 \quad \left| \quad 0 + 0 \times ب + 0 = 2 + 0$$

$$\leftarrow ب = 1 \quad \left| \quad \leftarrow ج = 2$$



٨ ( إذا كان المستقيم  $2s - v + j = 0$  يمس منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة  $(s_1, v_1)$  فجد قيم الثابت جـ.

الحل

$$2s - v + j = 0 \quad \leftarrow \quad v = 2s + j$$

$$v = \frac{2}{s} \quad \leftarrow \quad \frac{2}{s} = 2s + j$$

بما أن الاقتران ص يمس  $v = \frac{2}{s}$  عند النقطة  $(s_1, v_1)$

$$\begin{array}{l|l} v = \frac{2}{s} & v = 2s + j \\ \hline \frac{2}{s_1} = 2 & \frac{2}{s_1} = 2s_1 + j \end{array}$$

$$4 = 2s_1 + j \quad \leftarrow \quad 4 - 2s_1 = j$$

$$4 = 2s_1 + j \quad \leftarrow \quad 4 = 2(1) + j$$



٩ ( جد معادلتى المماسين لمنحنى العلاقة  $s = 4 - v^2$  عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ s = 4 - v^2 & v = 0 & s = 0 \\ s = 4 - v^2 & v = 2 & s = 0 \end{array}$$

$$s = 4 - v^2 \quad \leftarrow \quad s = 0$$

$$4 - v^2 = 0 \quad \leftarrow \quad v^2 = 4$$

في التعويض في المعادلة :

$$s = 4 - v^2 \quad \leftarrow \quad s = 0 \quad \leftarrow \quad 0 = 4 - v^2$$

$$s = 4 - v^2 \quad \leftarrow \quad s = 0 \quad \leftarrow \quad 0 = 4 - 2^2$$

$$1 = \frac{2s - v}{4 - v^2} \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4 - v^2} = \frac{2s - v}{4 - v^2}$$

$$\frac{1}{4 - 0} = \frac{1}{4 - 0 \times 2} = 2 \quad \leftarrow \quad (0, 0)$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 0 \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{4 - 0 \times 2}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4 - 2 \times 2} = 2 \quad \leftarrow \quad (2, 0)$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 0 \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{4 - 0 \times 2}$$



١٠) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة:  $ص^2 + 2س^2 + 6ص - 2س = 0$  عند

النقطة  $(3, 1)$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل

$$ص^2 + 2س^2 + 6ص - 2س = 0$$

$$\leftarrow 2ص^2 + 6ص - 2س = 0$$

$$\leftarrow \frac{2س - 2}{6 + 2ص} = 2ص$$

$$(3, 1) \leftarrow 2ص = \frac{3 \times 2 - 2}{(6 + (1-)) \times 2} = \frac{4 - 2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\leftarrow 2ص = \frac{\pi \times 3}{4} = 2ص \leftarrow 1 = 2ص \leftarrow 2ص = \frac{\pi \times 3}{4}$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

١١) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران  $ق(س) = 3ظتا س + قا^2 س$  عند

$$س = \frac{\pi}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ س = \frac{\pi}{4} & ص = 1 & 2 - = 2 \end{array}$$

$$وه (س) = 3ظتا س + قا^2 س = 2 + 3 = 5$$

$$\leftarrow وه (س) = 2 + 3 = 5$$

$$\leftarrow وه (س) = 2 + 3 = 5$$

معادلة المماس:

$$ص - 5 = 2(س - \frac{\pi}{4})$$

معادلة العمودي على المماس:

$$ص - 5 = \frac{1}{2}(س - \frac{\pi}{4})$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

١٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) =  $\sqrt{s}$  عند نقطة تماسه مع منحنى الاقتران



$$\text{هـ(س)} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{2} = 2 & 1 = 1 & 1 = 1 \end{array}$$



$$\text{و هـ(س)} = \sqrt{s} \leftarrow \text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{هـ(س)} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4}$$



$$\leftarrow \text{هـ(س)} = 2s - \frac{3}{2}$$

بما أن و هـ(س) يمس هـ(س)

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$



$$\sqrt{s} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4} \leftarrow \text{بالتجريب } \boxed{1 = 1}$$

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 2s - \frac{3}{2} \leftarrow 4s - \frac{3}{2} = \sqrt{2}$$

$$\leftarrow \boxed{1 = 1} \text{ بالتجريب}$$

$$\text{و هـ(س)} = 1 = \sqrt{2}$$

$$\text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$$



$$\text{معادلة المماس : } 1 - s = \frac{1}{2}(s - 1)$$

١٣) جد مساحة المثلث القائم الزاوية، المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة  $\sqrt{s}$ ،  $s < 4$  عند النقطة  $(2, 4)$  ومحور السينات والمستقيم  $s = 4$ .

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

الحل

$$\frac{1}{4} = 2 \quad 2 = 1 \quad s = 4$$

$$\frac{1}{\sqrt{s}} = (s) \leftarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = (s)$$

$$\frac{1}{4} = 2 \leftarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = (4)$$

معادلة المماس :

$$ص - 4 = (س - 4) \frac{1}{4}$$

محور السينات :  $ص = 0$

المستقيم :  $س = 4$

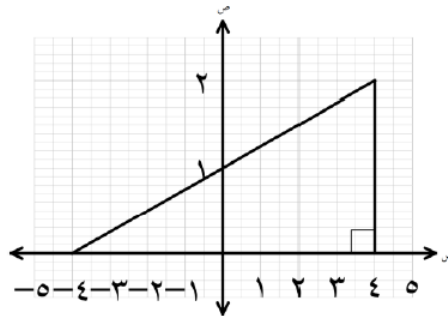
$$\text{المماس} = \text{محور السينات} : 0 = 2 - 4 \frac{1}{4} = (س - 4)$$

$$2 - \frac{1}{4} = 2 - 1 = 1 = س - 4 \leftarrow (س - 4) = 1$$

$$\text{المماس} = \text{المستقيم} : 2 - 4 = 2 - 4 \frac{1}{4} = (س - 4)$$

$$ص - 2 = 0 = 2 - 4 \frac{1}{4} = (س - 4)$$

$$\text{محور السينات} = \text{المستقيم} \leftarrow (س - 4) = 2$$



المثلث

$$\frac{1}{2} \times ((4 - 0) - 2) \times (4 - 0) =$$

$$2 = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} =$$

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

منهاجي  
متعة التعليم الهادف

١٤) حُلّ المسألة الواردة بداية الدرس.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{3} = 1, & 2 = 2 & 2 = 1, \text{ ص} & 1 = 1, \text{ س} \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = 1 + 2 \leftarrow \text{وه } (س) = 2$$

$$\text{وه } (1) = 2 \leftarrow 2 = 2$$

معادلة المماس :

$$\text{ص} - 2 = 2(1 - س)$$

معادلة العمودي على المماس :

$$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2}(1 - س)$$

محور السينات : ص = 0

المماس = محور السينات

$$0 = 2 - 2(1 - س) \leftarrow س = 0 \leftarrow (0, 0)$$

العمودي على المماس = محور السينات

$$0 = 2 - \frac{1}{2}(1 - س) \leftarrow س = 5 \leftarrow (0, 5)$$

العمودي = المماس : عند نقطة التماس دائماً (٢, ١)

المثلث

$$5 = (0 - 2) \times (0 - 5) \frac{1}{2} =$$

