# إجابات تدريبات الدرس

## النقطة الحرجة

### تدريب ١

جد النقط الحرجة للاقتران ق(س) = س$^{٣}$ − ١٢ س + ١ ، س ∈ [−٣،٣]

**الحل**

ق(س) = س$^{٣}$ − ١٢ س + ١ ، س ∈ [−٣،٣]

ق$'$(س) = ٣س$^{٢}$ − ١٢

ق$'$(س) = ٠ ← ٣س$^{٢}$ − ١٢ = ٠

س$^{٢}$ = ٤ ← س = ±٢

النقاط الحرجة :

(−٢، ١٥) ، (٢، −١٧) ، (−٣، ٨) ، (٣، −١٠)

---

### تدريب ٢

جد النقط الحرجة للاقتران ق(س) = جا س − جا$^{٢}$س ، س ∈ [٠ ، π]

**الحل**

ق(س) = جاس − جا$^{٢}$س ، س ∈ [٠، π]

ق$'$(س) = جتاس − ٢ جاس جتاس

ق$'$(س) = ٠ ← جتاس (١ − ٢ جاس) = ٠

جتاس = ٠ ← س = $\frac{\pi}{٢}$

١ − ٢ جاس = ٠ ← جاس = $\frac{١}{٢}$ ← س = $\frac{\pi}{٦}$ ، $\frac{\pi ٥}{٦}$

النقاط الحرجة : (٠، ٠) ، ($\frac{\pi}{٢}$، ٠) ، ($\frac{١}{٤}$، $\frac{\pi}{٢}$) ، ($\frac{١}{٤}$، $\frac{\pi ٥}{٦}$) ، (٠، π)

---

## تدريب ٣

جد النقط الحرجة للاقتران ق(س) = $\sqrt[3]{س^2}$ ، س ∈ [−٢، ٢]

**الحل**

ق(س) = (س)$^{\frac{2}{3}}$ ، س ∈ [−٢، ٢]

ق$'$(س) = $\frac{2}{3}$ (س)$^{-\frac{1}{3}}$

ق$'$(س) = ٠ ← $\frac{2}{3\sqrt[3]{س}}$ = ٠

غير موجودة عند س = ٠

النقاط الحرجة :

(٠، ٠) ، $(-2\sqrt{2}، ٢)$ ، $(2\sqrt{2}، ٢)$

---

## تدريب ٤

حُلَّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

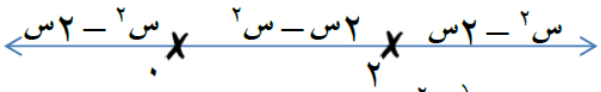
جد النقط الحرجة للاقتران ق(س) = | س$^2$ − ٢س | ، س ∈ [١، ٣].

**الحل**

ق(س) = | س$^2$ − ٢س | ، س ∈ [١، ٣]

س$^2$ − ٢س = ٠ ← س ( س − ٢ ) = ٠

س = ٠ ، س = ٢




ق(س) = { س$^2$ − ٢س ، ٢ ≤ س ≤ ٣ ; ٢س − س$^2$ ، ١ < س < ٢ }

ق$'$(س) = { ٢س − ٢ ، ٢ < س < ٣ ; ٢ − ٢س ، ١ < س < ٢ }

ق$'_+$(٢) ≠ ق$'_-$(٢) ← ق$'$(٢) غير موجودة

النقاط الحرجة :

(١، ١) ، (٠، ٢) ، (٣، ٣)