

## إجابات تمارين ومسائل الدرس

### النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س<sup>٤</sup> - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جا س + جتا س ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س<sup>٢</sup> |س - ١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتا س ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} ١ + س^٢ \\ س^٢ \end{array} \right\}$  ،  $١ \geq س \geq ٢ -$  ،  
 $٢ \geq س \geq ١$  ،

الحل

أ) ق(س) = س<sup>٤</sup> - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س<sup>٣</sup> - ٤

ق(س) = س<sup>٣</sup> - ٤ ← ٠ = س<sup>٣</sup> - ٤ ← ٠ = س<sup>٣</sup> = ٤

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥)

(ب)  $\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جاس} + \text{جتاس} = s, s \in [0, 2\pi]$   
 $\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس} - \text{جاس} = s$   
 $\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس} - \text{جاس} = 0, \text{ جتاس} = \text{جاس}$   
 $s = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$   
 النقاط الحرجة :

$(1, 2\pi), (\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{4}), (\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\pi}{4}), (1, 0)$

(ج)  $\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 = |s - 1|, s \in [-3, 2]$   
 $s = 1 \leftarrow 0 = 1 - s$

$\longleftarrow \frac{1-s}{1-s} \longrightarrow$

$\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 - 2\text{جتاس} + 3 > 1, \text{ جتاس}^2 - 3 > 1$   
 $2 \geq s \geq 1, \text{ جتاس}^2 - 3 \geq 1$

$\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 - 2\text{جتاس} + 3 > 1, \text{ جتاس}^2 - 3 > 1$   
 $2 > s > 1, \text{ جتاس}^2 - 3 > 1$

$\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 - 2\text{جتاس} + 3 > 1, \text{ جتاس}^2 - 3 > 1$   
 $\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 - 2\text{جتاس} + 3 > 1, \text{ جتاس}^2 - 3 > 1$

$\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 - 2\text{جتاس} + 3 > 1, \text{ جتاس}^2 - 3 > 1$   
 $\frac{2}{3} < 0 = s \leftarrow 0 = \frac{2}{3}$

النقاط الحرجة :  
 $(0, 0), (\frac{4}{3}, \frac{2}{3}), (0, 1), (2, 4), (3, 3)$

(د)  $\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 = s, s \in [0, \pi]$   
 $\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس} = |s|$

$\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس} = |s|$   
 $\frac{\pi}{2} = s \leftarrow 0 = \text{جتاس}$

$\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس} = |s|$   
 $\frac{\pi}{4} > s \geq 0, \text{ جتاس} = s$

$\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس} = |s|$   
 $\pi \geq s \geq \frac{\pi}{4}, \text{ جتاس} = -s$

النقاط الحرجة :

$(0, \frac{\pi}{4}), (1, \pi), (1, 0)$

(هـ)  $\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 = 1 + s, \text{ جتاس}^2 = 2 - s$   
 $2 \geq s \geq 1, \text{ جتاس}^2 = 2 - s$

$\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 = 1 + s, \text{ جتاس}^2 = 2 - s$   
 $1 > s > 2 - s, \text{ جتاس}^2 = 2 - s$

$\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 = 1 + s, \text{ جتاس}^2 = 2 - s$   
 $\forall (s) \text{ و } \exists (s) \text{ جتاس}^2 = 1 + s, \text{ جتاس}^2 = 2 - s$   
 النقاط الحرجة :  $(1, 0), (2, -5), (4, 2)$

(٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س<sup>٣</sup> + أس<sup>٢</sup> + ب س نقطتين حرجتين عند س = -١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^٣ + ٢س + ب$$

$$ق(-١) = ٠ \leftarrow ٠ = (-١) - ٣ + ٢(-١) + ب = ٠$$

$$\leftarrow ب - ١٢ = ٣ - \dots \dots \dots ١$$

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = (٣) + ٢(٣) + ب = ٠$$

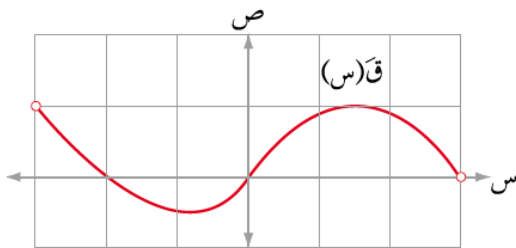
$$\leftarrow ب + ١٦ = ٢٧ - \dots \dots \dots ٢$$

$$\left[ ٢ \right] - \left[ ١ \right]$$

$$ب - ١٢ = ٣ -$$

$$\leftarrow ب = ٣ - ١٢ = ٩ -$$

$$١٦ - ٢٤ = ١٨ -$$



الشكل (٣-٩)

(٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعرف على الفترة  $[-٣, ٣]$  اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(س) = ٠ \leftarrow ٠ = س - ٢$$

$$ق(س) \text{ غير موجودة عند } س = ٣, ٣$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتزان ق(س) } = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س \times (١ - ٣س) - ٢س \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)^2}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س \times ٦}{(١ + ٣س)^2}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = ٠ = \frac{٢س \times ٦}{(١ + ٣س)^2} \leftarrow ٠ = ٦س \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠، ١)