

## إجابات تمارين ومسائل الدرس

### النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س<sup>٤</sup> - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جاس + جتا س ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س<sup>٢</sup> |س - ١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتا س ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} ١ + س^٢ \\ س^٢ \end{array} \right\}$  ،  $١ \geq س \geq ٢ -$  ،  
 $٢ \geq س \geq ١$  ،

الحل

أ) ق(س) = س<sup>٤</sup> - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س<sup>٣</sup> - ٤

ق(س) = ٠ = س<sup>٣</sup> - ٤ ← س = ٤ ← س = ٣ = ١

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥)

(ب)  $\forall (s) \Rightarrow \text{جاس} + \text{جتاس} = s \in [\pi/2, 0]$   
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \text{جتاس} - \text{جاس}$   
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \text{جتاس} - \text{جاس} = 0 \Rightarrow \text{جتاس} = \text{جاس}$   
 $s = \frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi}{2}$   
 النقاط الحرجة :

$(1, \pi/2), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (1, 0)$   
 (ج)  $\forall (s) \Rightarrow |s-1| = s^2 \Rightarrow s = 1 \Rightarrow s = 1$   
 $s = 1 \Rightarrow s = 1$

$\longleftarrow \frac{1-s}{2} \quad \frac{1-s}{2} \longrightarrow$

$\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s \geq 3 - s^2 \\ 2 \geq s \geq 1 \end{array} \right\}$   
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s > 3 - s^2 \\ 2 > s > 1 \end{array} \right\}$   
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow (1)_+ \neq (1)_- \leftarrow (1) \bar{\forall}$  غير موجودة

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow s = 0 \Rightarrow s = \frac{\pi/2}{2}$   
 النقاط الحرجة :

$(3/2, \pi/2), (2, \pi/2), (0, 1), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (0, 0)$   
 (د)  $\forall (s) \Rightarrow \sqrt{\text{جتاس}^2} = s \in [\pi/2, 0]$   
 $\forall (s) \Rightarrow |\text{جتاس}|$

$\text{جتاس} = 0 \Rightarrow s = \frac{\pi}{2}$   
 $\frac{\pi}{2} > s \geq 0, \text{جتاس}$   
 $\pi \geq s \geq \frac{\pi}{2}, \text{جتاس} -$   
 $\frac{\pi}{2} > s > 0, \text{جاس} -$   
 $\pi > s > \frac{\pi}{2}, \text{جاس}$

النقاط الحرجة :  
 $(0, \frac{\pi}{2}), (1, \pi), (1, 0)$   
 (هـ)  $\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s \geq 2 - s^2 \\ 2 \geq s \geq 1 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s > 2 - s^2 \\ 2 > s > 1 \end{array} \right\}$   
 $\forall (s) \Rightarrow \text{متصل عند } s = 1 \text{ و قابل للأشتقاق}$   
 النقاط الحرجة :  $(4, 2), (5, 2-), (1, 0)$

٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س<sup>٣</sup> + أس<sup>٢</sup> + ب س نقطتين حرجتين عند س = ١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^٣ + ٢س + ب$$

$$ق(١) = ٠ \leftarrow ٠ = ١ - ٣ + ٢ + ب$$

$$\boxed{١} \dots \dots ٣ - = ١٢ - ب \leftarrow$$

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ٢٧ + ٢٦ + ب$$

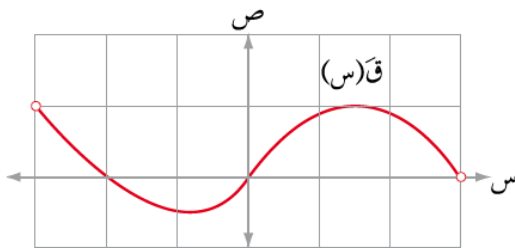
$$\boxed{٢} \dots \dots ٢٧ - = ب + ١٦$$

$$\boxed{٢} - \boxed{١}$$

$$٣ - = ١٢ - ب$$

$$٩ - = ب \leftarrow ٣ - = ١ \leftarrow \frac{٢٧ - = ب + ١٦}{٢٤ = ١٨ -}$$

$$٢٤ = ١٨ -$$



الشكل (٣-٩)

٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعرف على الفترة [٣، ٣-] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ٢ - ٤٠ = س$$

$$ق(٣-) = ٣٠٣ = س$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتران } (س) = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{٠} (س) = \frac{٢س٢ \times (١ - ٣س) - ٢س٢ \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)٢}$$

$$\overline{٠} (س) = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)٢}$$

$$\overline{٠} (س) = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)٢} \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠-١)