

إجابات تدريبات الدرس

الاشتقاق الضمني

تدريب ١

جد $\frac{y}{x}$ لكل مما يأتي:

$$(١) \quad ٨ = ٣س - ٢ص٤$$

$$(٣) \quad ٨ = ٣س + ٢ص$$

الحل

$$(١) \quad ٨ = ٣س - ٢ص٤$$

$$٦س - ٨ص = ٨$$

$$\frac{٦س}{٨ص} = \frac{٨}{٨ص}$$

$$\frac{٣س}{٤ص} = \frac{١}{ص}$$

$$(٢) \quad ٨ = ٣س - ٢ص٤$$

$$٦س - ٨ص = ٨$$

$$\frac{٦س}{٨ص} = \frac{٨}{٨ص}$$

$$\frac{2x^2 - 1}{2 - 4x^3 - 5x} = \frac{2x^2}{2 - 4x^3 - 5x} - \frac{1}{2 - 4x^3 - 5x}$$

$$\frac{2x^2}{2 - 4x^3 - 5x} = \frac{2x^2}{2 - 4x^3 - 5x}$$

$$(3) \quad 2x^2 = 2 + 5x - 4x^3$$

$$\frac{2x^2}{2} = \frac{2}{2} + \frac{5x}{2} - \frac{4x^3}{2}$$

$$x^2 = 1 + \frac{5x}{2} - 2x^3$$

$$2x^2 = (1 + \frac{5x}{2} - 2x^3) \cdot \frac{2}{2}$$

$$2x^2 = (1 + \frac{5x}{2} - 2x^3) \cdot \frac{2}{2}$$

$$\frac{2x^2}{2} = \frac{2}{2} + \frac{5x}{2} - 2x^3$$

$$\frac{2x^2}{2} = \frac{2}{2} + \frac{5x}{2} - 2x^3$$

تدريب ٢

جد $\frac{dx}{ds}$ لكل مما يأتي:

$$0 = (2(s - v) - v^2) = 0$$

$$(1) \sqrt{v} + 2s = 4$$

الحل

$$(1) \frac{1}{2\sqrt{v}} \frac{dv}{ds} + 2 = 0$$

$$2 = -\frac{1}{2\sqrt{v}} \frac{dv}{ds}$$

$$4\sqrt{v} = -\frac{dv}{ds}$$

$$(2) \frac{d}{ds} (v - 1) = \frac{dv}{ds} - 1 = 0$$

$$1 = \frac{dv}{ds} - 1 \Rightarrow \frac{dv}{ds} = 2$$

$$2 - (v - 1) = \frac{dv}{ds} - \frac{dv}{ds} = 0$$

$$2 - (v - 1) = \frac{dv}{ds} (1 - (v - 1))$$

$$\frac{2 - (v - 1)}{1 - (v - 1)} = \frac{dv}{ds}$$

تدريب ٣

إذا كان جتا ص = س، ص ∈ (0, π/٢)، فأثبت أن:

$$\frac{1-s}{\sqrt{1-s^2}} = \frac{ds}{ds}$$

الحل - حاصل دس = 1

$$\frac{1-s}{\sqrt{1-s^2}} = \frac{ds}{ds}$$

لكن جتا ص + جتا ص = 1
 جتا ص = 1 - جتا ص
 جتا ص = 1 - س
 $\sqrt{1-s^2} = \sqrt{1-s^2}$

$$\frac{1-s}{\sqrt{1-s^2}} = \frac{ds}{ds}$$

$$\frac{1-s}{\sqrt{1-s^2}} = \frac{ds}{ds}$$

تدريب ٤

إذا كان $s = 3 - 3t$ ، $v = 3 - 3t^2$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $t = \frac{\pi}{3}$
الحل

$$\frac{ds}{dt} = 3 - 3t^2$$

$$\frac{dv}{dt} = 6t$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv/dt}{ds/dt} = \frac{6t}{3 - 3t^2}$$

$$= \frac{1}{1 - t^2} \times 2t$$

$$= \frac{2t}{1 - t^2}$$

$$= \frac{2t}{1 - t^2}$$

$$\left(\text{من النسبة} \right) \frac{dv}{ds} = \frac{2t}{1 - t^2} \times \frac{ds}{dt} = \frac{2t}{1 - t^2} \times (3 - 3t^2)$$

$$= \frac{1}{1 - t^2} \times 2t \times (3 - 3t^2)$$

$$= \frac{2t(3 - 3t^2)}{1 - t^2}$$

$$= \frac{2t(3 - 3t^2)}{1 - t^2}$$

$$\frac{2t(3 - 3t^2)}{1 - t^2} = \frac{2t(3 - 3t^2)}{1 - t^2}$$

$$1 = 1 - x - = \left(\frac{\pi}{3} \times 2 \right)^2 = \frac{4\pi^2}{9}$$