

إجابات أسئلة الدرس

قواعد الاشتقاق 1



منهاجي
متعة التعليم الهادف

(١) جد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات الآتية :

(ب) $v = 4s^{10}$
(د) $v = \left(\frac{1}{3}s\right)^4$

(أ) $v = \sqrt[3]{s}$
(ج) $v = 4\pi^2$

الحل

(أ) $v' = \frac{1}{3}s^{-\frac{2}{3}}$

(ب) $v' = 40s^9$

(ج) $v' = 4\pi^2$
(د) $v' = \frac{4}{3}s^3$

(د) $v' = \frac{4}{3}s^3$

$v' = \frac{1}{16}s^{\frac{1}{4}}$

$v' = \frac{1}{16}s^{\frac{1}{4}}$

$v' = \frac{1}{16}s^{\frac{1}{4}}$



منهاجي
متعة التعليم الهادف



منهاجي
متعة التعليم الهادف



منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢) جد $\frac{dv}{ds}$ لكل من الاقترانات الآتية :

(أ) $v = s^2 + 3s - 4$ (ب) $v = \frac{1}{4}(s^2 + 8)$
(ج) $v = \frac{4}{3}\pi s^2$ (د) $v = \frac{1}{4}s^4 + \frac{1}{3}s^2 - s$

الحل

(أ) $v = s^2 + 3s - 4$

$\frac{dv}{ds} = 2s + 3$

(ب) $v = \frac{1}{4}(s^2 + 8)$

$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{4} \times 2s = \frac{s}{2}$

(ج) $v = \frac{4}{3}\pi s^2$

$\frac{dv}{ds} = \frac{4}{3}\pi \times 2s = \frac{8}{3}\pi s$

(د) $v = \frac{1}{4}s^4 + \frac{1}{3}s^2 - s$

$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{4} \times 4s^3 + \frac{1}{3} \times 2s - 1 = s^3 + \frac{2}{3}s - 1$

$= s^3 + \frac{2}{3}s - 1$

(٣) جد ق(س) لكل من الاقتترانات الآتية عند قيمة س المبينة إزاء كل منها :

أ) ق(س) = $\frac{1}{4}$ س ، س = ١ -

ب) ق(س) = $|6 - 3س| + ٢$ س ، س = ٣

ج) ق(س) = $\frac{1}{4} [٥ + س] - ٢$ س ، س = ٤ ، ٢

د) ق(س) = $3س + [١٠ + ١س] - |س|$ ، س = ١ -

الحل

أ) ق(س) = $\frac{1}{4}$ س

ق(١) = $\frac{1}{4} \times ١ = \frac{1}{4}$

ق(١-) = $(١-) \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

ب) ق(س) = $|6 - 3س| + ٢$ س ، س = ٣

ق(٣) = $|6 - 9| + ٦ = ٣$

ق(٣-) = $|6 - 9| + ٦ = ٣$

ق(٣) = $٣ + ٣ = ٦$

ق(٣-) = $٣ + ٣ = ٦$

ج) ق(س) = $\frac{1}{4} [٥ + س] - ٢$ س ، س = ٤

ق(٤) = $\frac{1}{4} [٥ + ٤] - ٨ = -١$

ق(٤-) = $\frac{1}{4} [٥ + ٤] - ٨ = -١$

ق(٤) = $-١ - ٨ = -٩$

ق(٤-) = $-١ - ٨ = -٩$

د) ق(س) = $3س + [١٠ + ١س] - |س|$ ، س = ١ -

ق(١-) = $3(-١) + [١٠ + (-١)] - |-١| = -١$

ق(١) = $3(١) + [١٠ + ١] - |١| = ١٣$

ق(١) = $١٣ - ١ = ١٢$

ق(١-) = $١٣ - ١ = ١٢$

٤) إذا كان ل، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ل = (٢ -) ٤ ، هـ = (٢ -) ٣ ، فجد ق (٢ -) في كل مما يأتي:

أ) (ق (س) = ٦ ل (س) - ٢ هـ (س)

ب) (ق (س) = $\frac{1}{2}$ ل (س) + هـ (س) + س^٢

الحل

٤) ن (س) = ٦ ل (س) - ٢ هـ (س)

هـ' (س) = ٦ ل' (س) - ٢ هـ' (س)

س' (س) = ٢ ل' (س) - ٢ هـ' (س)

$3 - 4 \times 6 - 2 \times 2 =$

$30 = 6 + 2 \times 2 =$

ب) ن (س) = $\frac{1}{2}$ ل (س) + هـ (س) + س^٣

هـ' (س) = $\frac{1}{2}$ ل' (س) + هـ' (س) + ٣ س^٢

س' (س) = $\frac{1}{2}$ ل' (س) + هـ' (س) + ٣ (س -) ٢

$12 + 3 - 2 \times \frac{1}{2} =$

$11 = 12 + 3 - 2 =$

(٥) إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب س} \\ \text{أس} + \text{ب س} + \text{أس} \end{array} \right\}$ ، $\text{س} \geq 1$ ،
 $\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب س} + \text{أس} \\ \text{أس} + \text{ب س} + \text{أس} \end{array} \right\}$ ، $\text{س} < 1$ ،
 وكانت ق(١) موجودة ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب.

الحل

مُد (١) موجودة $\Leftrightarrow$ حد متصل عند $\text{س} = 1$
 $\lim_{\text{س} \rightarrow 1^-} (\text{أس} + \text{ب س} + \text{أس}) = \lim_{\text{س} \rightarrow 1^+} (\text{أس} + \text{ب س} + \text{أس})$
 $-1 + \text{ب} = 1 + \text{ب}$

$$\text{ب} + \text{ب} = 1 + \text{ب} - 1$$

$$\boxed{\text{ب} = 0} \Leftrightarrow \text{ب} = 0$$

$$\text{س}^-(1) = \text{س}^+(1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب س} + \text{أس} \\ \text{أس} + \text{ب س} + \text{أس} \end{array} \right\} = \text{س}^-(1) = \text{س}^+(1)$$

$$\text{أس} + \text{ب س} + \text{أس} = \text{أس} + \text{ب س} + \text{أس}$$

$$\text{أس} + 0 = \text{أس} + 0 + \text{أس}$$

$$\boxed{\text{أ} = 0} \Leftrightarrow 0 = 0 + 0$$

(٦) إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} \text{ل(س)} \\ \text{ل(ج) (س-ج)} \end{array} \right\}$ ، $\text{س} \geq \text{ج}$ ،
 $\left. \begin{array}{l} \text{ل(ج) (س-ج)} \\ \text{ل(ج) (س-ج)} \end{array} \right\}$ ، $\text{س} < \text{ج}$ ،

وكان ق(س) اقتراناً متصلًا عند $\text{س} = \text{ج}$ ، وكان ل(س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند $\text{س} = \text{ج}$.

فأثبت أن الاقتران ق قابل للاشتقاق عند $\text{س} = \text{ج}$ ، ثم جد ق(ج).

الحل

حد متصل عند $\text{س} = \text{ج}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ل(س)} \\ \text{ل(ج) (س-ج)} \end{array} \right\} = \text{ل(ج) (س-ج)}$$

$$\text{ل(ج) (س-ج)} = \text{ل(ج) (س-ج)}$$

$$\text{ل(ج) (س-ج)} = \text{ل(ج) (س-ج)}$$

$$\therefore \text{ل(ج) (س-ج)} = \text{ل(ج) (س-ج)}$$