

إجابات تدريبات الدرس

التقعر

تدريب ١

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى لمنحنى الاقتران ق،
حيث ق(س) = س^٤ - ٦س^٣ + ١٢س^٢، س ∈ [-٥، ٥].

الحل

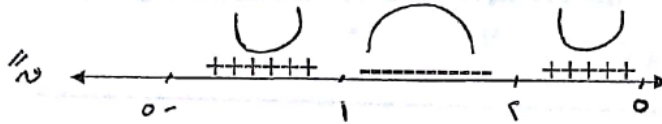
$$ق'(س) = ٤س^٣ - ١٨س^٢ + ٢٤س$$

$$ق'(س) = ٠ = ٢٤ + ٣٦س - ١٢س^٢ \quad (\text{نقسم على } ١٢)$$

$$٠ = ٢ + ٣س - ١س^٢$$

$$٠ = (٢ - س)(١ + س)$$

$$س = ١، س = -٢$$



مقعر للأعلى في $[-٥، -٢]$ ، $[١، ٥]$

مقعر للأسفل في $[-٢، ١]$

تدريب ٢

ليكن ق(س) = س^٢/٣، جد مجالات التقعر لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$ق'(س) = \frac{٢}{٣}س$$

$$ق'(س) = \frac{٢}{٣}س = ٠ \Rightarrow س = ٠$$

ق' غير موجودة عند س = ٠



ق مقعر للأسفل على ح

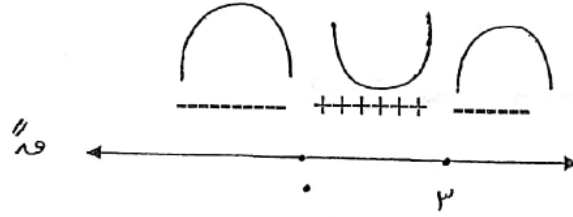
تدريب ٣

إذا كان $Q(s) = 6s^2 - s^4$ ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران Q (إن وُجدت).

الحل

$$\begin{aligned} Q'(s) &= 12s - 4s^3 = 0 \\ Q''(s) &= 12 - 12s^2 = 0 \end{aligned}$$

$$12s - 4s^3 = 0 \Rightarrow s(3 - s^2) = 0 \Rightarrow s = 0, \pm\sqrt{3}$$



نقط الانعطاف: $(0, 0)$ ، $(\sqrt{3}, -3)$ ، $(-\sqrt{3}, -3)$

تدريب ٤

حلّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا كان $Q(s) = 2\cos s + \frac{1}{4}$ ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران Q .

الحل

$$\begin{aligned} Q'(s) &= -2\sin s = 0 \\ Q''(s) &= -2\cos s = 0 \end{aligned}$$

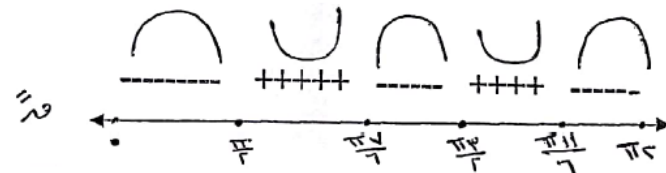
$$-2\sin s = 0 \Rightarrow s = 0, \pi, 2\pi, \dots$$

$$-2\cos s = 0 \Rightarrow s = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$$

$$-2\cos s = 0 \Rightarrow s = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$$

$$-2\cos s = 0 \Rightarrow s = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$$

$$s = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$$



نقط الانعطاف: $(0, \frac{9}{4})$ ، $(\pi, \frac{1}{4})$ ، $(2\pi, \frac{9}{4})$ ، $(3\pi, \frac{1}{4})$ ، $(4\pi, \frac{9}{4})$ ، $(5\pi, \frac{1}{4})$ ، $(6\pi, \frac{9}{4})$ ، $(7\pi, \frac{1}{4})$ ، $(8\pi, \frac{9}{4})$ ، $(9\pi, \frac{1}{4})$ ، $(10\pi, \frac{9}{4})$ ، $(11\pi, \frac{1}{4})$ ، $(12\pi, \frac{9}{4})$

تدريب ٥

ليكن $ق(س) = س^3 - ١٢س + ٣$ ، جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان $ق$ باستخدام اختبار المشتقة الثانية.

الحل

$$\begin{aligned} ق''(س) &= ٣س^2 - ١٢ = ٠ \\ ٣س^2 - ١٢ &= ٠ \quad \leftarrow \quad ٣س^2 = ١٢ \quad \leftarrow \quad س^2 = ٤ \quad \leftarrow \quad س = ٢, -٢ \end{aligned}$$

$$ق''(س) = ٦س$$

$$ق''(٢) = ٢ \times ٦ = ١٢ > ٠ \text{ صغرى محلية للاقتزان } ق \text{ عند } س = ٢ \text{ هي } ق(٢) = -١٣$$

$$ق''(-٢) = ٢ \times (-٦) = -١٢ < ٠ \text{ عظمى محلية للاقتزان } ق \text{ عند } س = -٢ \text{ هي } ق(-٢) = ١٩$$