

إجابات تدريبات الدرس

تطبيقات القيم القصوى

تدريب ١

مجموع عدد مع مثلي عدد آخر يساوي ٤٠، جد العددين بحيث يكون حاصل ضربهما أكبر ما يمكن مستخدماً تطبيقات التفاضل.

الحل

نفرض العددين s ، v فيكون $s + 2v = 40 \leftarrow s = 40 - 2v$

$$L = s \times v$$

$$= (40 - 2v) \times v = 40v - 2v^2$$

$$L' = 40 - 4v = 0 \leftarrow 4v = 40 \leftarrow v = 10$$

$$L'' = -4 < 0$$

$$L(10) = (40 - 2 \times 10) \times 10 = 20 \times 10 = 200$$

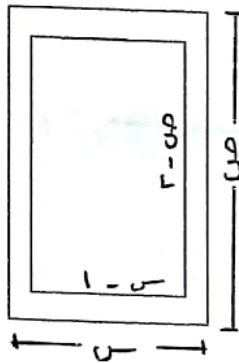
$$s = 40 - 2 \times 10 = 20$$

تدريب ٢

حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

صفيحة من الورق مستطيلة الشكل مساحتها ١٢٨ سم^٢، يراد طباعة إعلان عليها، إذا كان عرض كل من الهامشين في رأس الورقة وأسفلها ١ سم، وفي كل من الجانبين $\frac{1}{2}$ سم، فجد بُعْدَي الورقة بحيث تكون المساحة المطبوعة أكبر ما يمكن.

الحل



$$س \times ص = ١٢٨ \leftarrow ص = \frac{١٢٨}{س}$$

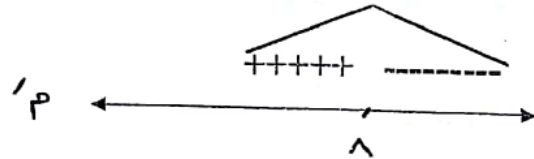
$$المساحة المطبوعة م = (١ - س)(٢ - ص)$$

$$م = س ص - ٢ س - ص + ٢$$

$$م = ٢ - ١٢٨ - ٢ س - \frac{١٢٨}{س} + ٢$$

$$م' = ٢ - \frac{١٢٨}{س^2} = ٠ \leftarrow ٢ س^2 = ١٢٨$$

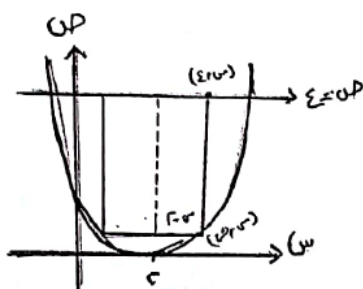
$$س^2 = ٦٤ \leftarrow س = ٨$$



$$عظمى عند س = ٨ \leftarrow ص = \frac{١٢٨}{٨} = ١٦$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الحل



$$0 = 8 - 12 + 2$$

قيمة عائلي عند س

$$\frac{7VE + 15}{7}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الحل

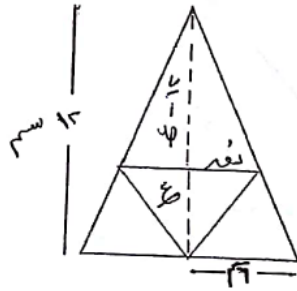


$$\frac{\pi}{2} = 1.5708 \text{ رادیان}$$

تدريب ٥

جد حجم أكبر مخروط دائري قائم يمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم، طول نصف قطر قاعدته ٦ سم، وارتفاعه ١٢ سم، بحيث يقع رأس المخروط الداخلي على مركز قاعدة المخروط الخارجي.

الحل



$$C = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{لكن: } \frac{12}{6} = \frac{h}{r}$$

$$2h = 12 - h \quad \leftarrow \quad 12 - h = 2h$$

$$h = 4 \quad (12 - h = 2h)$$

$$C = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (6)^2 (4)$$

$$C = \frac{1}{3} \pi (36) (4)$$

$$C = 16\pi \quad (36 \times 4 = 144, 144 \times \frac{1}{3} = 48, 48 \times \pi = 48\pi)$$

$$12 - h = 2h \quad \leftarrow \quad 12 = 3h \quad h = 4$$

$$h = 4, r = 4$$

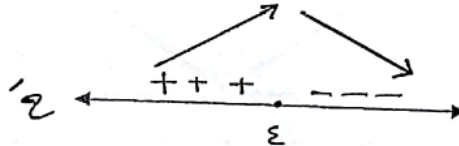


قيمة عظمى عند $h = 4$

$$h = 4, r = 4$$

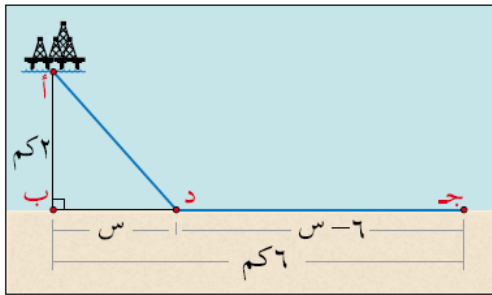
$$C = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (4)^2 (4)$$

$$C = \frac{1}{3} \pi (16) (4)$$



تدريب ٦

يقع حقل نفط في البحر عند النقطة أ التي تبعد ٢ كم عن أقرب نقطة ب على الساحل، وأردنا أن نضخ البترول من الحقل إلى المصفاة التي تقع عند النقطة جـ على الساحل، وتبعد ٦ كم من ب وذلك بواسطة أنابيب في البحر على خط مستقيم حتى النقطة د على الساحل، ثم بواسطة أنابيب على اليابسة على خط مستقيم من د إلى جـ، على فرض أن الأنابيب في البحر وفي اليابسة في مستوى واحد، إذا كانت تكلفة الأنابيب تحت سطح البحر ٥٠٠٠٠٠ دينار لكل كيلومتر وعلى اليابسة ٣٠٠٠٠٠ دينار لكل كيلومتر، فأجب عما يأتي:



الشكل (٣-٢٥)

- (١) أين يجب أن تكون د لتحقيق أقل تكلفة ممكنة؟
- (٢) أين يجب أن تكون د لتحقيق أكبر تكلفة ممكنة؟

الحل

$$أد = \sqrt{س^2 + ٤}$$

التكاليف:

ت = ت (في البحر) + ت (في اليابسة)

$$ت = \sqrt{س^2 + ٤} \times ٥٠٠٠٠٠ + ٣٠٠٠٠٠ (٦ - س)$$

$$ت' = \frac{٥٠٠٠٠٠ \times ٢س}{\sqrt{س^2 + ٤}} - ٣٠٠٠٠٠ = ٠ \text{ صفر } (١٠٠٠٠٠ \div)$$

$$\frac{٥٠٠٠٠٠ \times ٢س}{\sqrt{س^2 + ٤}} = ٣٠٠٠٠٠ \leftarrow ٠ = ٣ - \frac{٥٠٠٠٠٠ \times ٢س}{\sqrt{س^2 + ٤}}$$

$$\frac{٢٥٠٠٠٠ \times ٢س}{\sqrt{س^2 + ٤}} = ٣٦ \leftarrow \frac{٢٥٠٠٠٠ \times ٢س}{\sqrt{س^2 + ٤}} = ٣٦$$

$$\frac{٣}{٢} = \frac{٣٦}{١٦} = \frac{٩}{٤} \leftarrow \frac{٣}{٢} = \frac{٩}{٤} \text{ س}$$

$$\frac{٣}{٢} = \text{صغرى عند س} \quad \frac{٣}{٢} = \text{نأخذ س}$$

٢) تحدث القيمة العظمى عند س = ٠ أو س = ٦ (أطراف الفترة)

$$\text{عند س} = ٠ : ت = ٢ \times ٥٠٠٠٠٠ + ٦ \times ٣٠٠٠٠٠ = ٢٨٠٠٠٠٠$$

$$\begin{aligned} \text{عند س} = ٦ : ت &= ٠ + \sqrt{٤٠٠} \times ٥٠٠٠٠٠ = ٣١٥٠٠٠٠ \\ ٦, ٣ \times ٥٠٠٠٠٠ &= \end{aligned}$$

تكون أكبر ما يمكن عند س = ٦

