إجابات أسئلة الدرس

التفسير الهندسي

١) جد معادلة المماس لكل من المنحنيات الآتية عند قيم س المبينة إزاء كل منها:

أ) ق(س) = ٣س + ٥ ، س = ٢

ب) ق(س) = س^{٢} + ٣س − ١ ، س = ١

جـ) ق(س) = (٢س − ٤)(س^{٢} + ١) ، س = صفرًا

الحل

أ) ق(س) = ٣س + ٥ ، س = ٢

ق(٢) = ٣ × ٢ + ٥ = ١١

∴ (٢ ، ١١)

ق′(س) = ٣

م = ق′(٢) = ٣

معادلة المماس:

ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)

ص − ١١ = ٣(س − ٢)

ص − ١١ = ٣س − ٦

ص = ٣س + ٥

ب) ق(س) = س^{٣} + ٣س − ١ ، س = ١

ق(١) = ١^{٣} + ٣ × ١ − ١

= ١ + ٣ − ١ = ٣ ∴ (١ ، ٣)

ق′(س) = ٣س^{٢} + ٣

م = ق′(١) = ٣ × ١^{٢} + ٣ = ٦

معادلة المماس:

ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)

ص − ٣ = ٦(س − ١)

ص − ٣ = ٦س − ٦

ص = ٦س − ٣

جـ) $هـ(س) = (جـ - ٤)(س^٢ + ١)$ ، $س = صفر$

$هـ(١) = (جـ - ٤)(١ + ١)$

$= ٢(جـ - ٤) = ٢جـ - ٨$ $(٠، ٢جـ - ٨)$

$هـ'(س) = (جـ - ٤) \times ٢س + ٢ \times (س^٢ + ١)$

$م = هـ'(١) = (جـ - ٤) \times ٢ + ٢ \times (١ + ١)$

$= ٢جـ - ٨ + ٤ = ٢جـ - ٤$

معادلة المماس :

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - (٢جـ - ٨) = (٢جـ - ٤)(س - ٠)$

$ص + ٨ - ٢جـ = ٢جـ س - ٤س$

$ص = ٢جـ س - ٤س - ٨ + ٢جـ$

---

٢) إذا كان $ق(س) = \frac{٢س + ٢}{س^٢ + ١}$ ، فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق عندما $س = ١$

الحل

$هـ(س) = \frac{٢جـ + ٢}{جـ + ١}$ ، معادلة المماس عندما $س = ١$

$هـ(١) = \frac{٢جـ + ٢}{١ + ١} = \frac{٤}{٢} = ٢$ $(١، ٢)$

$هـ'(س) = \frac{٢ \times (جـ + ١) - (٢جـ + ٢) \times ٢جـ}{(جـ + ١)^٢}$

$م = هـ'(١) = \frac{٢ \times (١ + ١) - (٢ + ٢جـ) \times ٢جـ}{(١ + ١)^٢} = \frac{٤ - ٨}{٤} = \frac{-٤}{٤} = -١$

معادلة المماس :

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٢ = -١(س - ١)$

$ص - ٢ = -س + ١$

$ص = -س + ٣$

٣) إذا كان ق(س) = أس^{٢} + ٤س − ٣، حيث أ عدد ثابت، وكان ميل المنحنى عندما س = ٣ يساوي ٢٢، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

ق$'$(٣) = ٢٢

ق$'$(س) = ٢أس + ٤

ق$'$(٣) = ٢أ(٣) + ٤

٢٢ − ٤ = ٦أ + ٤ − ٤

$\frac{١٨}{٦} = \frac{٦أ}{٦}$ ← أ = ٣

---

٤) إذا كان ق(س) = س^{٥} + ٤س^{٢}، فجد ميل المنحنى للاقتران ق عندما س = ١

الحل

المطلوب ق$'$(١).

ق$'$(س) = ٥س^{٤} + ٨س.

م = ق$'$(١) = ٥(١)^{٤} + ٨(١)

= ٥ + ٨ = ١٣

٥) إذا كان ق(س) = (٣س^{٢} − ٢)^{٤}، فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (−١، ق(−١)).

الحل

ق(−١) = (٣(−١)^{٢} − ٢)^{٤}

= (٣ − ٢)^{٤} = ١^{٤} = ١

(−١، ١)

ق′(س) = ٤(٣س^{٢} − ٢)^{٣} × ٦س

م = ق′(−١) = ٤(٣(−١)^{٢} − ٢)^{٣} × ٦ × −١

= ٤(٣ − ٢)^{٣} × ٦ − = −٢٤ × ١ = −٢٤

معادلة المماس:

ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)

ص − ١ = −٢٤(س − −١)

ص − ١ = −٢٤(س + ١)

ص − ١ = −٢٤س − ٢٤

+١ +١

ص = −٢٤س − ٢٣