

إجابات أسئلة الدرس

تطبيقات اقتصادية على التفاضل

(١) إذا كان اقتران الإيراد الكلي للمبيعات هو د(س) = ٨٠س + س^٢ دينار، واقتران التكلفة الكلية هو ك(س) = ٤٠ + ١٦٠س، حيث س عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما، فجد الربح الحدي.

الحل:

$$ر(س) = د(س) - ك(س)$$

$$ر(س) = ٨٠س + س^٢ - (٤٠ + ١٦٠س)$$

$$= ٨٠س + س^٢ - ٤٠ - ١٦٠س$$

$$ر(س) = س^٢ - ٨٠س - ٤٠$$

$$ر'(س) = ٢س - ٨٠ \text{ (الربح الحدي).}$$



(٢) ينتج مصنع للحواسيب س جهاز أسبوعيًا. فإذا كانت تكلفة الإنتاج الكلي الأسبوعي بالدينار تعطى بالعلاقة ك(س) = ٣٠٠٠ + ٥٠س + س^٢، وكان سعر الجهاز الواحد ٢٥٠ دينارًا، فما عدد الأجهزة التي يجب أن يبيعها المصنع أسبوعيًا لتحقيق أكبر ربح ممكن؟

الحل:

$$ك(س) = ٣٠٠٠ + ٥٠س + س^٢$$

$$\text{الإيراد} = \text{سعر الجهاز} \times \text{عدد الأجهزة}$$

$$د(س) = ٢٥٠ \times س$$

$$ر(س) = د(س) - ك(س)$$

$$= ٢٥٠س - (٣٠٠٠ + ٥٠س + س^٢)$$

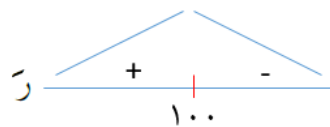
$$= ٢٥٠س - ٣٠٠٠ - ٥٠س - س^٢$$

$$= ٢٠٠س - ٣٠٠٠ - س^٢$$

$$ر'(س) = ٢٠٠ - ٢س$$

$$٢٠٠ - ٢س = ٠ \iff \frac{٢٠٠}{٢} = \frac{٢س}{٢}$$

$$١٠٠ = س$$



قيمة عظمى عند س = ١٠٠

(٣) إذا كان اقتران الإيراد الكلي للمبيعات هو $D(s) = 60s - s^2$ دينار، واقتران التكلفة الكلية هو $K(s) = 20s + 8$ دينار، حيث s عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما، فجد الربح الحدي.

الحل:

$$R(s) = D(s) - K(s)$$

$$R(s) = (60s - s^2) - (20s + 8)$$

$$R(s) = 60s - s^2 - 20s - 8$$

$$R(s) = 40s - s^2 - 8$$

$$R'(s) = 40 - 2s$$

$$R'(s) = 0 \Rightarrow 40 - 2s = 0 \Rightarrow s = 20$$

(٤) إذا كان $D(s) = 16s - s^2$ دينار، $K(s) = 2s^2 - 8s + 15$ دينار، هما إيراد s من وحدات سلعة معينة وتكلفتها، فجد قيمة s التي تجعل الربح أكبر ما يمكن.

الحل:

$$R(s) = D(s) - K(s)$$

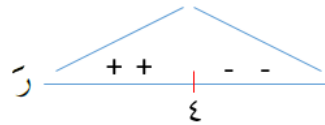
$$R(s) = (16s - s^2) - (2s^2 - 8s + 15)$$

$$R(s) = 16s - s^2 - 2s^2 + 8s - 15$$

$$R(s) = -3s^2 + 24s - 15$$

$$R'(s) = -6s + 24$$

$$R'(s) = 0 \Rightarrow -6s + 24 = 0 \Rightarrow s = 4$$



عند $s = 4$ قيمة عظمى

٥) حلّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

ينتج مصنع للثلاجات س ثلاجة شهرياً. فإذا كانت تكلفة إنتاجها تعطى بالعلاقة:

ك(س) = $36000 + 4س + 2س^2$ ، وكان سعر الثلاجة الواحدة ٥٠٠ دينار، فجد عدد الثلاجات التي

يجب أن يبيعها المصنع شهرياً لتحقيق أكبر ربح ممكن.

الحل:

د(س) = عدد الثلاجات $\times$ سعر الثلاجة

$$= 500 \times س = 500س$$

$$ر(س) = د(س) - ك(س)$$

$$= 500س - (36000 + 4س + 2س^2)$$

$$= 500س - 36000 - 4س - 2س^2$$

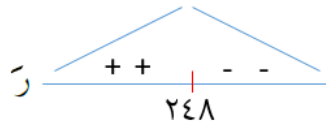
$$= 496س - 36000$$

$$ر'(س) = 496 - 4س$$

$$496 - 4س = 0 \Rightarrow 4س = 496 \Rightarrow س = 124$$

$$س = 124$$

قيمة عظمى عند س = 124



٦) يبيع أحد المصانع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بمبلغ ٩٠ ديناراً. فإذا كانت التكلفة الكلية لإنتاج س وحدة من هذه السلعة أسبوعياً تعطى بالعلاقة: ك(س) = $2س^2 + 70س + 100$ دينار،

فجد الربح الحدي.

الحل:

$$د(س) = 90 \times س$$

$$ر(س) = د(س) - ك(س)$$

$$= 90س - (2س^2 + 70س + 100)$$

$$= 90س - 2س^2 - 70س - 100$$

$$= 20س - 2س^2 - 100$$

$$ر'(س) = 20 - 4س$$