إجابات أسئلة الدرس

التكامل غير المحدود

١) إذا كان $\int_{١}^{٤} ٢ق(س)\,ds = ١٢$، $\int_{٤}^{٥} ق(س)\,ds = ٤$، فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\int_{٤}^{١} ٣ق(س)\,ds$ ب) $\int_{٥}^{١} ق(س)\,ds$ جـ) $\int_{٥}^{٤} (ق(س) + ٢س)\,ds$

الحل

أ) $\int_{٤}^{١} ٣ق(س)\,ds = ٣\int_{٤}^{١} ق(س)\,ds$

$= ٣ \times -٦ = -١٨$

$\frac{٢}{٢}\int_{١}^{٤} ق(س)\,ds = \frac{١٢}{٢}$

$\int_{١}^{٤} ق(س)\,ds = ٦ \Leftarrow \int_{٤}^{١} ق(س)\,ds = -٦$

ب) $\int_{٥}^{١} ق(س)\,ds = \int_{٥}^{٤} ق(س)\,ds + \int_{٤}^{١} ق(س)\,ds$

$= -٤ + -٦ = -١٠$

جـ) $\int_{٥}^{٤} (ق(س) + ٢س)\,ds$

$= \int_{٥}^{٤} ق(س)\,ds + \int_{٥}^{٤} ٢س\,ds$

$= [\text{ق}(س)]_{٥}^{٤} + [س^{٢}]_{٥}^{٤}$

$= -٤ + (١٦ - ٢٥)$

$= -٤ + -٩ = -١٣$

٢) إذا كان $\int_{-١}^{٢} \frac{ل(س)}{٢}$ ﻫ س = ٣، $\int_{-١}^{٢}$ (هـ(س) + ١) ﻫ س = ٥، فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\int_{-١}^{٢}$ هـ(س) ﻫ س

ب) $\int_{-١}^{٢}$ (٣هـ(س) − ٢س + ٣ل(س)) ﻫ س

الحل

أ) $\int_{-١}^{٢}$ هـ(س) ﻫ س

$\int_{-١}^{٢}$ (هـ(س) + ١) ﻫ س = ٥

$\int_{-١}^{٢}$ هـ(س) ﻫ س + $\int_{-١}^{٢}$ ١ ﻫ س = ٥

$\int_{-١}^{٢}$ هـ(س) ﻫ س + ١(٢ − (−١)) = ٥

$\int_{-١}^{٢}$ هـ(س) ﻫ س + ٣ = ٥

$\int_{-١}^{٢}$ هـ(س) ﻫ س = ٨

ب) $\int_{-١}^{٢}$(٣ هـ(س) − ٢ س + ٣ ل(س)) ﻫ س

$\int_{-١}^{٢}$ ٣ هـ(س) ﻫ س − $\int_{-١}^{٢}$ ٢ س ﻫ س + $\int_{-١}^{٢}$ ٣ ل(س) ﻫ س

٣ × ٨ − [س²]$_{-١}^{٢}$ + ٣ × ٦

٢٤ − (٤ − ١) + ١٨

٢٤ − ٣ + ١٨ = −٢٧ + ١٨ = −٩

$\int_{-١}^{٢} \frac{ل(س)}{٢}$ ﻫ س = ٣ ⇐ $\frac{١}{٢}\int_{-١}^{٢}$ ل(س) ﻫ س = ٣

⇐ $\int_{-١}^{٢}$ ل(س) ﻫ س = ٦

٣) إذا كان $\int_{١-أ}^{٧+أ٥} ق(س)\,د س = ٠$، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

$$٧ + ٩٥ = ١ - ٩$$
$$-٩ \qquad -٩$$
$$\frac{-٨}{٤} = \frac{-٩٤}{٤} \Leftarrow -١ = -٧ + ٩٤$$
$$\boxed{٩ = -٢}$$

---

٤) إذا كان $\int_{٣}^{م} (٢ - ٤س)\,د س = ٠$، فجد قيمة الثابت م.

الحل

$$\left[٢س - \frac{٤س^{٢}}{٢} \right]_{٣}^{م} = صفر$$
$$\left[٢س - ٢س^{٢} \right]_{٣}^{م} = صفر$$
$$(٢م - ٢م^{٢}) - (٢×٣ - ٢×٣^{٢}) = صفر$$
$$٢م - ٢م^{٢} - (٦ - ١٨) = صفر$$
$$٢م - ٢م^{٢} - ١٢- = صفر$$
$$(-٢م^{٢} + ٢م + ١٢ = صفر) \div -٢$$
$$م^{٢} - م - ٦ = صفر$$
$$(م - ٣)(م + ٢) = صفر$$
$$\frac{م^{٣}}{٣+} - \frac{٣}{٣+} = صفر \Leftarrow م = ٣$$
$$\frac{م^{٢}}{٢-} + م = صفر \Leftarrow م = -٢ \cdot$$

٥) إذا كان $\int_{٤}^{١} (٣ق(س) - ٥)\,ك س = ٩$، فجد قيمة التكامل الآتي:

$$\int_{١}^{٤} (٢ق(س) + ١)\,ك س$$

الحل

$$\int_{٤}^{١} (٣ق(س) - ٥)\,ك س = ٩ \Leftarrow$$

$$٣\int_{٤}^{١} ق(س)\,ك س - ٥\int_{٤}^{١} ك س = ٩$$

$$٣\int_{٤}^{١} ق(س)\,ك س - ٥(١-٤) = ٩$$

$$٣\int_{٤}^{١} ق(س)\,ك س - ١٥ = ٩$$

$$٣\int_{٤}^{١} ق(س)\,ك س = ٩ + ١٥$$

$$\int_{٤}^{١} ق(س)\,ك س = \frac{٢٤}{٣}$$

$$\int_{١}^{٤} ق(س)\,ك س = -٨$$

$$\int_{١}^{٤} (٢ق(س) + ١)\,ك س =$$

$$٢\int_{١}^{٤} ق(س)\,ك س + \int_{١}^{٤} ١\,ك س$$

$$٢ \times -٨ + (٤-١)$$

$$-١٦ + ٣ = -١٣$$

٦) إذا كان $\int_{1}^{ل} (٢س - ١)\,دس = ٦$، فجد قيمة الثابت ل.

الحل

$$\int_{1}^{ل} (٢س - ١)\,دس = ٦$$

$$[س^{٢} - س]_{1}^{ل} = ٦$$

$$ل^{٢} - ل = ٦$$

$$ل^{٢} - ل - ٦ = صفر$$

$$(ل - ٣)(ل + ٢) = صفر$$

$$ل - ٣ = صفر \Leftarrow ل = ٣$$

$$ل + ٢ = صفر \Leftarrow ل = -٢$$