إجابات تمارين ومسائل الدرس

قواعد الاشتقاق 1 - إجابات دليل المعلم

١) جد $\frac{د ص}{د س}$ في كلٍّ مما يأتي:

أ) $ص = س^{٢}(١ + س^{٣})$

ب) $ص = (س^{٣} - ٢س + ١)(٤س - ٣)$

جـ) $ص = \frac{س^{٣}}{١ - س}$

د) $ص = \frac{س^{٢} - ١}{٣ + ٢س}$

الحل

أ) $٥س^{٤} + ٢س$

ب) $١٦س^{٣} - ٩س^{٢} - ١٦س + ١٠$

جـ) $\frac{٣س^{٢} - ٢س^{٣}}{(١ - س)^{٢}}$

د) $\frac{٢س^{٢} + ٦س + ٢}{(٢س + ٣)^{٢}}$

---

٢) جد قَ(س) في كلٍّ مما يأتي:

أ) $ق(س) = س(س + ٢)(س^{٢} - ٣س - ٦)$

ب) $ق(س) = |س - ٣|(س^{٢} + س)$

جـ) $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٢س + ٤}{س^{٢} + ٤}$

د) $ق(س) = \frac{|س^{٢} - ٥س + ٤|}{س(س - ١)}$ ، $س \in (١، ٥]$

الحل

أ) $٤س^{٣} - ٣س^{٢} - ٢٤س - ١٢$

ب) قَ(س) $= \begin{cases} ٣س^{٢} - ٤س - ٣ & ، س < ٣ \\ \text{غير موجودة} & ، س = ٣ \\ ٤س - ٣س^{٢} + ٣ & ، س > ٣ \end{cases}$

جـ) $\frac{٢س^{٢} - ٨}{(٤ + س^{٢})^{٢}}$

د) قَ(س) $= \begin{cases} -\frac{٤}{س^{٢}} & ، ١ < س < ٤ \\ \text{غير موجودة} & ، س = ٤، ٥ \\ \frac{٤}{س^{٢}} & ، ٤ < س < ٥ \end{cases}$

٣) إذا علمت أنَّ هـ (س) قابلٌ للاشتقاق وأنَّ هـ (٢) = ٣ ، هـَ(٢) = −١، فجد قَ (٢) في كلٍّ مما يأتي:

أ) ق(س) = س هـ (س)

ب) ق(س) = ٣س^{٢}هـ (س) − ٥س

جـ) ق(س) = هـ (س) − $\frac{١}{هـ(س)}$

د) ق(س) = $\frac{٢س + ١}{٣ هـ (س)}$

الحل

أ) ١

ب) ١٩

جـ) $-\frac{١٠}{٩}$

د) $\frac{١١}{٢٧}$

---

٤) إذا كان ل، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق وكان ل (−٢) = ٣ ،لَ(−٢) = − ١ ، هـ(−٢) = ٤ هـَ (−٢) = −٦ ، فجد قَ(−٢) في كلٍّ مما يأتي:

أ) ق(س) = ل(س) × هـ(س)

ب) ق(س) = $\frac{هـ(س)}{ل(س) + ١}$

الحل

أ) − ٢٢

ب) $-\frac{٥}{٤}$

---

٥) جد قَ(س) في كلٍّ مما يأتي، عند قيمة س المبينة إزاء كلٍّ منها:

أ) ق(س) = س^{٢} − [٢س + ١] ، س = ١,٤

ب) ق(س) = $\frac{[\frac{١}{٤}س + ٣]}{|٢س - ١|}$ ، س = ٢

جـ) ق(س) = $\frac{٢س + ١}{س^{٢} - ٤}$ ، س = −١

الحل

أ) ٢,٨

ب) $-\frac{٢}{٣}$

جـ) $\frac{-٨}{٩}$

---

٦) إذا كانت ل، م، هـ اقترانات قابلة للاشتقاق عند س، فاستخدم قاعدة مشتقة حاصل ضرب اقترانين لإثبات أنَّ:

$$\frac{د}{دس}(ل(س) \times م(س) \times هـ(س)) = ل(س) \times م(س) \times هـ'(س) + ل(س) \times هـ(س) \times م'(س) + م(س) \times هـ(س) \times ل'(س)$$

الحل

اعتبر ل(س) × م(س) الاقتران الأول ، هـ(س) الاقتران الثاني ثم طبق مشتقة ضرب اقترانين مرتين.

---

٧) اعتمد على النتيجة في السؤال(٦) لإثبات أنَّ :

$$\frac{د}{دس}(ل(س))^{٣} = ٣(ل(س))^{٢} \times ل'(س)$$

الحل

بفرض م(س) = هـ(س) = ل(س) ثم تطبيق النتيجة في سؤال ٦ .

---

٨) إذا كان ق(س) $= \begin{cases} ٤س^{٣} & ، س \geq ١ \\ ٣س^{٤} + ١ & ، س < ١ \end{cases}$

الحل

ق'(١) = ١٢ ، ق'(س) $= \begin{cases} ١٢س^{٢} & ، س \geq ١ \\ ١٢س^{٣} & ، س < ١ \end{cases}$

---

٩) إذا كان ق(س) = | س | ($س^{٢} + ٦س$) ، فابحث في قابلية الاقتران ق للاشتقاق لجميع قيم س ∈ ح .

الحل

ق'(٠) = ٠ ، ق'(س) $= \begin{cases} ٣س^{٢} + ١٢س & ، س > ٠ \\ ٠ & ، س = ٠ \\ -٣س^{٢} - ١٢س & ، س < ٠ \end{cases}$

١٠) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أ\ س^{٢} - ب\ س & ، س \geq ٢ \\ ٤ - ب\ س^{٣} + أس & ، س < ٢ \end{cases}$

وكان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق عند س = ٢ ، فجد كلًّا من الثابتين أ ، ب .

الحل

أ = ١١ ، ب = − ٣

منهاجي