

إجابات أسئلة الوحدة

التفاضل - إجابات دليل المعلم

(١) إذا كان $ق(س) = ظاس$ وتغيرت $س$ من $س$ إلى $س + هـ$ ، فأثبت أن معدل التغير للاقتران $ق$ يساوي:

$$\frac{قأس \times ظاه}{هـ (١ - ظاس \times ظاه)}$$

الحل

طبق قاعدة معدل التغير على فترة، وأجرِ العمليات الحسابية اللازمة ثم استخدم المتطابقات المثلثية المناسبة.

(٢) إذا كان $ق(س) = جا٢س$ ، فاستخدم تعريف المشتقة لإيجاد $ق'(\frac{\pi}{٤})$.



طبق تعريف مشتقة اقتران عند نقطة واجرِ العمليات اللازمة . الإجابة صفر.

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س < ١ ، \\ ١ <= س <= ٣ ، \\ جد ق(س) . \end{array} \right\} (٣) \text{ ليكن } ق(س) = \left. \begin{array}{l} س٢ + ٢س + ٢ \\ [س] + ٤ \end{array} \right\}$$

الحل

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س < ١ ، \\ ١ <= س <= ٢ ، \\ ٢ <= س <= ٣ ، \\ س = ٠ ، ٣ ، ٢ لأن ق غير متصل عند س = ٢ \end{array} \right\} ق(س) = \left. \begin{array}{l} ٢س + ٢ \\ ٤ \\ ٤ \end{array} \right\} \text{ غير موجودة}$$



(٤) إذا كان ل (س) اقتراً قابلاً للاشتقاق عند س = ١ - ، ل (١ -) = ١ ، ل (١ -) = ٢
فجد ق (١ -) في كلِّ مما يأتي :

منهاجي

$$\frac{l(s)^2}{s^2 - s} = \text{ق (س)}$$

$$\text{أ) ق (س)} = \sqrt{s + 5} \times l(s)$$

$$\text{د) ق (س)} = \text{ظا} \left(\frac{\pi}{3} l(s) \right)$$

$$\text{ج) ق (س)} = l(s) - \frac{l(s)}{s}$$

الحل

منهاجي

$$\text{د) } \frac{\pi 8}{3}$$

ج) ٥

$$\text{ب) } \frac{11}{4}$$

$$\text{أ) } \frac{1}{4}$$

(٥) أ) إذا علمت أن ص = س ظا س ، فأثبت أن :

منهاجي

$$\text{ص}^2 = 2 \text{ ق}^2 \text{ س} (1 + \text{ص})$$

ب) إذا كان جا ص = س ، |س| > ١ ، فأثبت أن :

منهاجي

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \text{ص}^2}} ، \text{ص} \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right)$$

الحل

أ) اشتق مرتين وأجر العمليات اللازمة ثم عوض بالعلاقة الأصلية.

ب) اشتق الطرفين ثم جد جتا ص بدلالة س ثم عوض.

(٦) إذا كان ص = ن^٢ - ٤ ن ، س = ٢ ن - ٥ ، فجد $\frac{\text{ص}^2}{\text{س}}$ عند ن = ٦

منهاجي

الحل

$$\frac{1}{2}$$

(٧) إذا كان ق ، هـ اقترايين قابلين للاشتقاق؛ بحيث كان هـ (س) = ق (س) ،

ق (س) = هـ (س) ، وكان ل (س) = هـ (س) + ق (س) ، فجد ل (س) .

منهاجي

الحل

اشتق الطرفين ثم عوض بالمعلومات المعطاة . الإجابة صفر .

٨ (إذا كان ق(س) = $\begin{cases} (س+١)^٤ ، & س \geq ٠ \\ (س-١)^٤ ، & س < ٠ \end{cases}$)

فأجب عن كلِّ مما يأتي :
أ (جد ق(س) لجميع قيم س ، س ≠ ٠
ب) بين أن ق اقتران غير قابل للاشتقاق عند س = ٠

الحل
أ (ق(س) = $\begin{cases} ٤(س+١)^٣ ، & س > ٠ \\ ٤(س-١)^٣ ، & س < ٠ \\ \text{غير موجودة} ، & س = ٠ \end{cases}$)
ب) اختبر قابلية ق للاشتقاق عند س = ٠

٩ (إذا كان ص = ق(٤س^٢ - س) ، ق(٥) = ٤ ، ق(٥) = ٨- ، فجد $\left. \frac{دص}{دس} \right|_{س=١}$)

الحل
استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة (-٣)

١٠ (إذا كان ق(س) = جاه(س) ، هـ(١) = $\frac{\pi}{٣}$ ، هـ(١) = ٠ ، هـ(١) = ٤ ، فجد ق(١) علمًا بأن ق ، ق قابلان للاشتقاق .

الحل
٢

١١ (إذا كان ق(س) = س^٣ + ٢س ، هـ(س) = ٣س^٢ ، فجد كلاً مما يأتي :

أ (ق(٥ هـ)) (٢) ب (ق(٥ هـ)) (٢)

الحل
أ (٨٦٤) ب (١٢٩٦)

(١٢) إذا كان ل (س) = ق (هـ س)، وكان هـ (١) = ٤ ، ل (١) = ٢ ، ق (٤) = -٥ ، فجد هـ (١)

الحل
 $\frac{2-}{5}$
منهاجي

(١٣) إذا كان ص = س هـ (س)، وكان هـ (١-١) = ٦ ، هـ (١-١) = ٢ ، فجد $\frac{ص}{س}$ عند س = -١

الحل
٤
منهاجي

(١٤) إذا كان جا ص = ظا س ، فأثبت أن : ظا ص = $\frac{ص}{٢ ق ا س + (ص)^2}$ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٥) إذا كان ق (١-٣س) = $\frac{١}{س^2} - \frac{٢}{س}$ ، س ≠ ٠ ، فأثبت أن ق (٥) = $\frac{١}{١٢}$ اشتق الطرفين باستخدام قاعدة السلسلة وقواعد الاشتقاق ثم عوض.

منهاجي

(١٦) إذا كان جتا ص - س ص = ٢س ، فأثبت أن :
ص (س + جا ص) + ص (٢ + ص جتا ص) = ٠ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٧) إذا كانت ص = أ جاس - ب جتاس ، أ ، ب ثابتان، فأثبت أن : (ص)² + ص² = أ² + ب²
جد ص ثم جد مربع كل من ص، ص ثم عوض.

منهاجي

١٨) إذا كان $v = 3$ ق (٢ س - ٢ س) ، ق (٦) = ٤ ، ق (٦) = ٨ ، فجد $\frac{v}{s}$ عند $s = 2$.

الحل

منهاجي

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة ٣-

١٩) إذا كان ق (س) = $3s^2 - 2s$ ، هـ (س) = $3s^2 + 2s$ ، فجد كلاً مما يأتي :

أ) (ق هـ) (١) ب) (ق هـ) (١)

الحل

منهاجي

أ) (١٥٤) ب) (٤٢٦)

٢٠) اعتماداً على الشكل (٢-٤) الذي يمثل منحنى الاقتران ق في الفترة $[-3, 3]$ ، جد كلاً مما يأتي :

أ) قيم س حيث $3 - 3 > s > 3$ التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل .

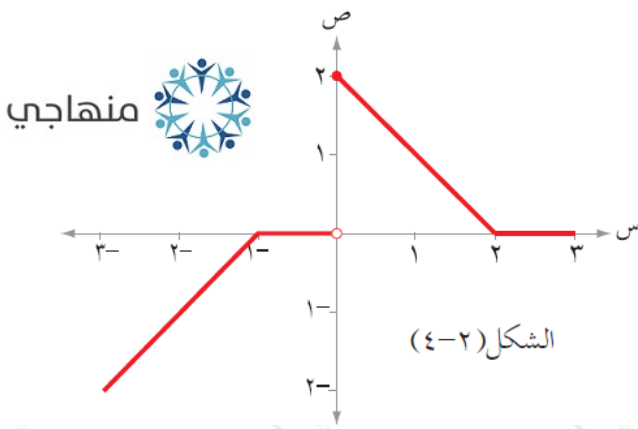
ب) قيم س حيث $3 - 3 > s > 3$ التي يكون عندها الاقتران ق غير قابل للاشتقاق .

الحل

منهاجي

أ) $s = 0$.

ب) $s = -1, 0, 2$.



(٢١) يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ويلي كل فقرة أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢، ٣)، وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عندهذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإن:

نها (س) تساوي: $\frac{3-s}{s^3-6}$ (أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{3}$ منهاجي

(٢) نها (س) تساوي: $\frac{1-s}{\frac{\pi}{4}-s}$ (أ) ١ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{3}$ منهاجي

(٣) نها (س) تساوي: $\frac{1-s}{\frac{\pi}{3}+s}$ (أ) ١ (ب) صفر (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{1}{2}$ منهاجي

(٤) إذا كان ق (٢) = ٦، فإن نها (س) تساوي: $\frac{1-s}{2}$ (أ) $\frac{1-s}{2}$ (ب) $\frac{1-s}{2}$ (ج) $\frac{1-s}{2}$ (د) $\frac{1-s}{2}$ منهاجي

(٥) إذا كان معدّل التغير في الاقتران ق (س) في الفترة [٢، م] يساوي $\frac{4-2m}{2+m}$ فإن ق (٢) = ٦، فإن نها (س) تساوي: $\frac{1-s}{2}$ (أ) $\frac{1-s}{2}$ (ب) $\frac{1-s}{2}$ (ج) $\frac{1-s}{2}$ (د) $\frac{1-s}{2}$ منهاجي

(٦) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق (س) عندما تتغير س من س إلى س + ه يساوي $\frac{1}{3}$ ، فإن ق (٣) تساوي: $\frac{1}{3}$ (أ) ٩ (ب) ٩ (ج) صفر (د) ٩ منهاجي

(٧) إذا كان ق (س) = |٢س - ٤| فإن ق (٢) = ٢ (أ) ٢ (ب) ٢ (ج) صفر (د) غير موجودة منهاجي

(٨) إذا كان ق (٤) = ٥، ق (٤) = ١، ق (٤) = ٢، فإن $\frac{ق}{ق} = ٢$ (أ) ١١ (ب) ٩ (ج) ٦ (د) ٦ منهاجي