أتدرب وأحل المسائل

قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية

أَجِدُ ناتجَ القسمةِ والباقيَ في كلٍّ ممّا يأتي:

1 $(x^2+5x-1) \div (x-1)$

الناتج: $x+6$ ، والباقي: 5

2 $(3x^2+23x+14) \div (x+7)$

الناتج: $3x+2$ ، والباقي: 0

3 $(x^3-3x^2+5x-6) \div (x-2)$

الناتج: x^2-x+3 ، والباقي: 0

4 $(9x^3-9x^2+17x+6) \div (3x-1)$

الناتج: $3x^2-2x+5$ ، والباقي: 11

5 $(-6x^3+x^2+4) \div (2x-3)$

الناتج: $-3x^2-4x-6$ ، والباقي: -14

6 $(8x^4+2x^3-14x^2+2) \div (4x^2+x-1)$

الناتج: $2x^2-3$ ، والباقي: $3x+5$

أُثبِتُ أنَّ $h(x)$ هوَ أحدُ عواملِ $f(x)$ في كلٍّ ممّا يأتي:

7 $h(x)=x-2\,,f(x)=3x^4-6x^3+4x^2-5x-6$

الناتج: $3x^3+4x+3$ ، والباقي: 0

8 $h(x)=2x^2-7x-4\,,f(x)=6x^4-17x^3-28x^2-x+4$

الناتج: $3x^2+2x-1$ ، والباقي: 0

لمزيد من الفائدة شاهد الفيديو :

أَجِدُ مجالَ كلِّ اقترانٍ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

9 $f(x) = \frac{3x - 6}{2x}$

المجال: جميع الأعداد الحقيقية باستثناء 0؛ أي $\{x|x \neq 0\}$

10 $h(x) = \frac{2x - 8}{2x^2 - 3x + 1}$

المجال: جميع الأعداد الحقيقية باستثناء 1 و $\frac{1}{2}$؛ أي $\{x|x \neq \frac{1}{2}, x \neq 1\}$

11 $g(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 + 9}$

المجال: جميع الأعداد الحقيقية.

أَجِدُ خطوطَ التقاربِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي، وأُمثِّلُهُ بيانيًّا، وأَجِدُ مجالَهُ، ومداهُ:

12 $f(x) = \frac{2}{x - 3}$

13 $h(x) = \frac{-2}{(x - 1)^2}$

14 $w(x) = \frac{4x - 3}{x^2 - 3x}$

15 $g(x) = \frac{5x^2}{x^2 + 4}$

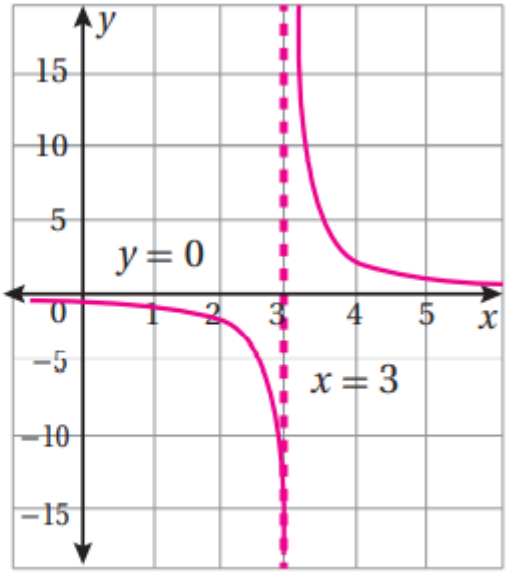
12)

x	-1	0	1	2	2.8	3.2	3.5	4	6
$y=f(x)$	-0.5	-0.67	-1	-2	-10	10	4	2	0.67

له خط تقارب رأسي هو $x=3$، وخط تقارب أفقي هو $y=0$

المجال: جميع الأعداد الحقيقية باستثناء 3 أي $\{x \mid x \neq 3\}$

المدى: جميع الأعداد الحقيقية باستثناء 0 أي $\{y \mid y \neq 0\}$



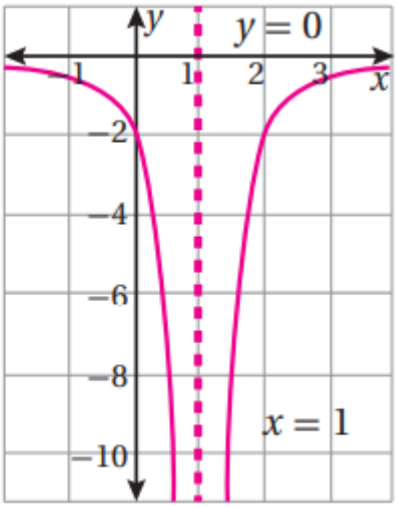
13)

x	-2	-1	0	0.5	1.5	2	3	4
$y = h(x)$	-0.22	-0.5	-2	-8	8	-2	-0.5	-0.22

له خط تقارب رأسي هو $x = 1$، وخط تقارب أفقي هو $y = 0$

المجال: جميع الأعداد الحقيقية باستثناء 1؛ أي $\{x \mid x \neq 1\}$

المدى: جميع الأعداد الحقيقية السالبة؛ أي $\{y \mid y < 0\}$



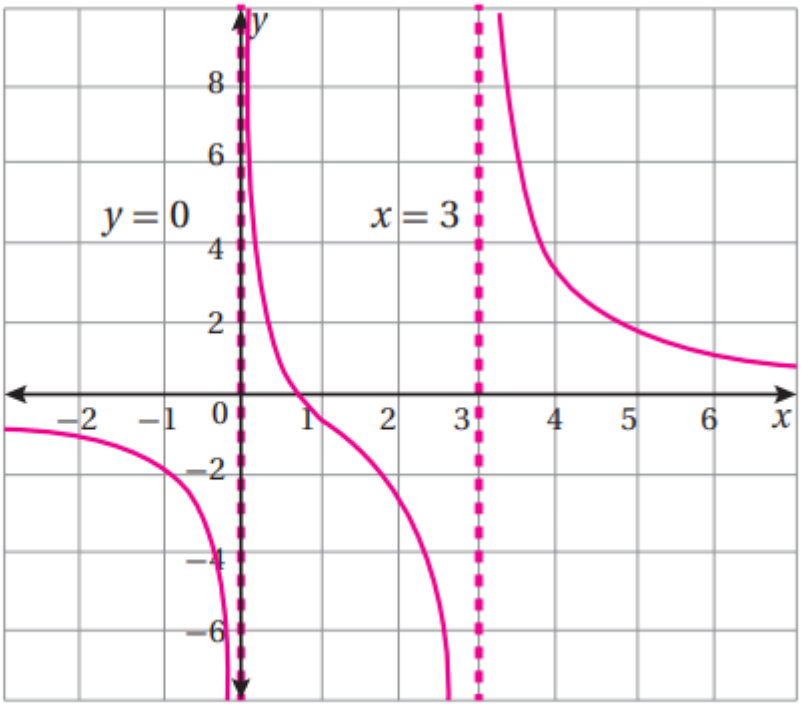
14)

x	-2	-1	-0.5	0.5	0.75	1	2.5	3.5	5
$y = w(x)$	-1.1	-1.75	2.9	0.8	0	-0.5	-5.6	6.3	1.7

له خطا تقارب رأسيان، هما: $x = 3, x = 0$ ، وله خط تقارب أفقي هو: $y = 0$

المجال: جميع الأعداد الحقيقية باستثناء 0, 3 ؛ أي $\{x | x \neq 0, x \neq 3\}$

المدى: جميع الأعداد الحقيقية.



15)

x	-5	-2	-1	0	1	2	5
$y = g(x)$	4.3	2.5	1	0	1	2.5	4.3

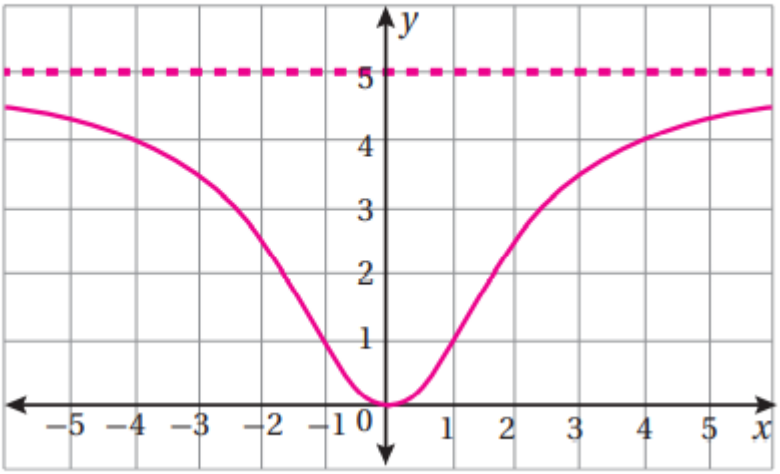
بقسمة البسط على المقام، يمكن كتابة الاقتران بالصورة:

$$g(x) = 5 + \frac{-20}{x^2 + 4}$$

إذن، لـه خط تقـارب أفقي هو $y = 5$، وليس لـه خطوط تقارب رأسية لعدم وجود أصفار حقيقية للمقام.

المجال: جميع الأعداد الحقيقية.

المدى: $0 \le y < 5$، أو الفترة $[0, 5)$.



---

16 أدرسُ إحدى مسائلِ القسمةِ في هذا الدرسِ، ثمَّ أكتبُ العلاقةَ بينَ درجةِ كلٍّ منَ المقسومِ والمقسومِ عليْهِ والباقي.

درجة ناتج القسمة تساوي درجة المقسوم ناقص درجة المقسوم عليه، ودرجة باقي القسمة أصغَر من درجَة المقسوم عليه.

---

17 مِساحةُ ورقةٍ مستطيلةٍ تساوي $(3x^3+14x^2+ax+8)$ وحداتٍ مُربَّعةً، وطولُها يساوي $(x+2)^2$ وحدةً. أَجِدُ قيمةَ a.

عرض هذه الورقة $(x+2)^2$، وهو أحد عاملي مساحتها. فإذا قسمت المساحة على $(x+2)^2$ ، كان الباقي صفرًا.

باقي قسمة المساحة على $(x+2)^2$، أو (x^2+4x+4) هو $(a-20)x$.
وبمساواته بالصفر، ينتج أن $a=20$

$$
\begin{array}{r}
3x+2 \\
x^2+4x+4\overline{)\,3x^3+14x^2+ax+8} \\
(-)\;3x^3+12x^2+12x \\
\hline
2x^2+(a-12)x+8 \\
(-)\;2x^2+8x+8 \\
\hline
(a-20)x
\end{array}
$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

---

18 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.



بركةُ سباحةٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ، حجمُها $3x^4-3x^3-33x^2+54x$ وحدةً مكعبةً، ومِساحةُ قاعدتِها $3x^2-6x$ وحدةً مربعةً. كيفَ يُمكِنُ إيجادُ ارتفاعِ البركةِ؟ ما مقدارُ هذا الارتفاعِ؟

حجم البركة يساوي مساحة قاعدتها ضرب ارتفاعها.
ويمكن حساب الارتفاع h بقسمة الحجم V على مساحة القاعدة A:

$$h = V \div A$$
$$h = (3x^4-3x^3-33x^2+54x) \div (3x^2-6x) = x^2+x-9+0$$

إذن، ارتفاع البركة هو: (x^2+x-9)