أتدرب وأحل المسائل

حل نظام مكونة من معادلة خطية ومعادلة تربيعية

أتدرب وأحل المسائل

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ، ثمَّ أَتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

1. $y = x^2 + 6x - 3$
   $y = 2x - 3$ $(0, -3), (-4, -11)$

2. $y = x^2 + 4x - 2$
   $y + 6 = 0$ $(-2, -6)$

3. $y = x^2 + 4$
   $x - y = -1$
   لا يوجد حل للنظام.

4. $y = x^2 + 5x - 1$
   $2x + 3y = 1$ $(-5.89, 4.26), (0.226, 0.18)$

5. $y = x^2 + 4x + 7$
   $y - 3 = 0$ $(-2, 3)$

6. $y = x^2 - 2x + 4$
   $y = x$ لا يوجد حل للنظام.

7. $x^2 + y^2 = 8$
   $2x + 3y = 7$ $(2.788, 0.47), (-0.63, 2.756)$

8. $y = x^2 + 2x + 1$
   $y = 0$ $(-1, 0)$

9. $x^2 + y^2 = 4$
   $x + y = 5$
   لا يوجد حل للنظام.

10. $x^2 + y^2 = 10$
    $x - y = 2$ $(-1, -3), (3, 1)$

11. $x^2 + (y - 1)^2 = 17$
    $x = 1$ $(1, -3), (1, 5)$

12. $(x - 1)^2 = 4$
    $y = 5 - x$ $(3, 2), (-1, 6)$

13. **بركةٌ:** بركةُ ماءٍ قاعدتُها مستطيلةُ الشكلِ، ومحيطُها 16 m، والفرقُ بينَ مربَّعَيْ بُعْدَيْها $16\ m^2$. أَجِدُ بُعْدَيْها.

افترض أن الطول هو x ، وأن العرض هو y:

$2x + 2y = 16$

$x^2 - y^2 = 16$

الحل: $(5, 3)$

14. **أعدادٌ:** أَجِدُ العددَيْنِ الموجبَيْنِ اللذَيْنِ مجموعُهُما 12، والفرقُ بينَ مربَّعَيْهِما 24

افترض أن العدد الأول هو x، وأن العدد الثاني هو y:

$x + y = 12$

$x^2 - y^2 = 24$

الحل: $(7, 5)$

15 **هندسةٌ:** دائرتانِ مجموعُ محيطَيْهِما 12π cm، ومجموعُ مساحتَيْهِما 20π cm^2. أَجِدُ قُطْرَ كلٍّ منْهُما.

قطر الدائره الأولى r_1 ، قطر الدائره الثانية r_2

$$2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 12\pi$$
$$\pi r_1^2 + \pi r_2^2 = 24\pi$$
$$r_1 = 2, r_2 = 4$$

16 **أعمارٌ:** قالَتْ شيماءُ: «عُمْري أكبرُ بأربعِ سنواتٍ منْ عُمْرِ أخي ريّانَ، ومجموعُ مُرَبَّعَيْ عُمْرَيْنا هوَ 346». ما عُمْرُ شيماءَ؟

افترض أن عمر شيماء هو x ، وأن عمر ريان هو y:

$$x = y + 4$$
$$x^2 + y^2 = 346$$
$$\Rightarrow (15, 11)$$

أي إن عمر شيماء 15 عامًا، وعمر ريان 11 عامًا.

17 **لوحةٌ:** لوحةٌ مستطيلةُ الشكلِ، طولُها يساوي مِثْلَيْ عرضِها، وطولُ قُطْرِها $\sqrt{1.25}$ m ، أُحيطَ بها إطارٌ، تكلفةُ المترِ المربعِ الواحدِ منْهُ بالدينارِ 2.25 . أَجِدُ تكلفةَ الإطارِ.

افترض أن الطول هو x، وأن العرض هو y:

$$x = 2y$$
$$x^2 + y^2 = 1.25$$
$$\Rightarrow (1, 0.5)$$

التكلفة = طول المحيط × سعر المتر الواحد= 6.75 دنانير.

18 زراعةٌ: قسَّمَ فيصلٌ $41m^2$ منْ مزرعتِهِ إلى منطقتيْنِ مربَّعتَيِ الشكلِ، ثمَّ زرعَهُما بمحصولَيِ الطماطمِ والبطاطا. إذا زادَ بُعْدُ المنطقةِ المزروعةِ بالطماطمِ مترًا واحدًا على بُعْدِ المنطقةِ المزروعةِ بالبطاطا، فما مساحةُ المنطقةِ المزروعةِ بكلِّ محصولٍ؟

افترض أن طول ضلع المنطقة المزروعة بالبطاطا هو x.

إذن: يكون طول ضلع المنطقة المزروعة بالطماطم هو: $x + 1$

$$(x + 1)^2 + x^2 = 41$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$x = 4$$

أي إن طول ضلع المنطقة المزروعة بالبطاطا هو 4 أمتار، وطول ضلع المنطقة المزروعة بالطماطم هو 5 أمتار.

منهاجي

مهارات التفكير العليا

19 تبريرٌ: صُمِّمَتْ نافورةٌ بصورةٍ يخرجُ منْها الماءُ بحسبِ العلاقةِ: $y + x^2 = 10$، إذا وُضِعَتْ وحدةُ إنارةٍ على المستقيمِ الذي معادلتُهُ: $y = 12 + x$، فهلْ يصلُ ماءُ النافورةِ إلى وحدةِ الإنارةِ؟

بحل المعادلتين، يتبيَّن عدم وجود حل للنظام؛ ما يعني عدم وصول المياه إلى وحدة الإنارة.

20 **تحدٍّ:** إذا علمْتُ أنَّ المعادلةَ الخطِّيةَ: $y = 3x + p$ تقطعُ المنحنى: $y = 2x^2 + 3x - 5$ في نقطةٍ واحدةٍ فقطْ، فما قيمةُ p؟

عوِّض المعادلة الخطية في المعادلة التربيعية:

$$y = 2x^2 + 3x - 5$$
$$3x + p = 2x^2 + 3x - 5$$
$$2x^2 - (5 + p) = 0$$

المميز يساوي صفرًا؛ لأنه يوجد حل واحد فقط. إذن:

$$D = b^2 - 4ac$$
$$D = (0)^2 + 4(2)(5+p) = 0$$
$$40 + 8p = 0$$
$$p = -5$$

21 **تحدٍّ:** أجدُ مجموعةَ حلِّ المتباينةِ: $5x - 6 < 3x^2 - 7x + 2$، بحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$y = 3x^2 - 7x + 2$$
$$y = 5x - 6$$

أولًا: حل نظام المعادلات بتعويض المعادلة الخطية في المعادلة التربيعية:

الحل: $(0.85, -1.77), (3.15, 9.77)$.

ثانيًا: اختر ثلاث نقاط عشوائيًّا، بحيث تكون النقاط مُوزَّعة كالآتي:

نقطة بين حلي النظام مثل: $(2, 2)$، ونقطة على يسار الحل الأصغر مثل: $(0, 4)$، ونقطة على يمين الحل الأكبر مثل: $(4, 12)$.

ثالثًا: عوِّض كل نقطة من النقاط الثلاث في المتباينة؛ لتحصل على عبارة صحيحة، فيكون حل النظام هو: $x < 0.85$ ، أو $x > 3.15$