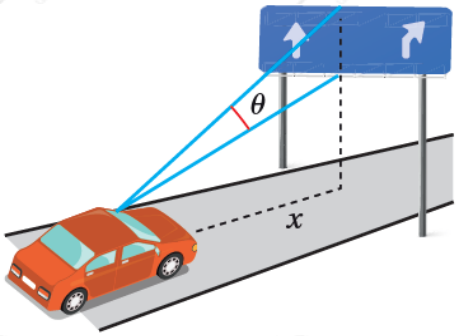
مسألة اليوم

الاشتقاق الضمني



يقود سائق سيّارته في اتجاه لافتة على طريق سريع كما في الشكل المجاور. إذا كانت θ زاوية رؤية السائق للافتة، و x المسافة بينه وبين اللافتة بالأمتار، وكانت العلاقة التي تربط θ بـ x هي: $\tan\theta = \frac{4x}{x^2 + 252}$، فما معدل تغير θ بالنسبة إلى x ؟

$\tan\theta = \frac{4x}{x^2 + 252}$

باشتقاق طرفي العلاقة بالنسبة إلى x ينتج أنّ:

$\sec^2\theta \times \frac{d\theta}{dx} = \frac{(x^2 + 252)(4) - (4x)(2x)}{(x^2 - 252)^2}$

$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1008 - 4x^2\sec^2\theta}{(x^2 + 252)^2}$

$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1008 - 4x^2(1 + \tan^2\theta)}{(x^2 + 252)^2}$

$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1008 - 4x(1 + 16x^2)}{(x^2 + 252)^2}$

$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1008 - 4x^2}{(x^2 + 252)^2 + 16x^2}$