

## إجابات كتاب التمارين

### المعدلات المرتبطة

$\text{cm}^3/\text{s}$  ملء بالون بالهيليوم بمعدل 8 . أجد معدل تغير نصف قطر البالون في كل من الحالات الآتية:

(1) عندما يكون طول نصف قطره 12 cm .

المعطى:  $dV/dt=8$

المطلوب:  $dr/dt|_{r=12}$

$$V=4/3\pi r^3 \rightarrow dV/dt=4\pi r^2 dr/dt \rightarrow dV/dt|_{r=12}=576\pi dr/dt|_{r=12}=8 \rightarrow dr/dt|_{r=12}=8/576\pi=1/72\pi \text{ cm/s}$$

(2) عندما يكون حجمه  $1435 \text{ cm}^3$  (أقرب إجابتي إلى أقرب جزء من مئة).

المطلوب:  $dy/dt|_{V=1435}$

$$r=3\sqrt[4]{V\pi}=(3\sqrt[4]{V\pi})^3 dr/dt|_{r=12}=13(3\sqrt[4]{V\pi})^{-2} \times 34\pi dV/dt|_{r=12}=13(3(1435)^{1/4}\pi)^{-2} \times 34\pi \times 8=2\pi(43054\pi)^{-2} \times 34\pi \times 8=2\pi \times (4\pi 4305)^{-2} \times 34\pi \times 8 \approx 0.01 \text{ cm/s}$$

حل آخر:

$\text{cm}^3$  عندما يكون الحجم 1435 يكون طول نصف القطر  $4\pi^3 \approx 7 \text{ cm}$

نستعمل العلاقة بين المعدلين من السؤال 1 السابق.

$$dV/dt=4\pi r^2 dr/dt \rightarrow dV/dt|_{r=7}=196\pi dr/dt|_{r=7}=8 \rightarrow dr/dt|_{r=7}=8/196\pi \approx 0.01 \text{ cm/s}$$

(3) إذا ملء مدّة 33.5 s .

$$t=33.5 \rightarrow V=8 \times 33.5=268 \text{ cm}^3$$

$\text{cm}^3$  عندما يكون الحجم 268 يكون طول نصف القطر  $4\pi^3 \approx 4 \text{ cm}$

$$\rightarrow dVdt|_{r=4} = 64\pi drdt|_{r=4} = 8 \rightarrow drdt|_{r=4} = 864\pi = 18\pi \approx 0.04 \text{ cm/s}$$

(4) تمثل المعادلة:  $V = IR$  جهد الدارة الكهربائية (بالفولت) المبينة في الشكل المجاور، حيث  $I$  شدة التيار بالأمبير، و  $R$  المقاومة بالأوم. إذا كان جهد الدارة يزداد بمعدل  $1 \text{ volt/sec}$  ، وشدة التيار تقل بمعدل  $13 \text{ amp/sec}$  ، فأوجد معدل تغير  $R$  عندما  $V = 12$  ، و  $I = 2$  .

$$V = IR \Rightarrow dVdt = IdRdt + R dIdt$$

$$\text{المعطى: } dVdt = 1, dIdt = -13$$

$$V = 12, I = 2 \text{ المطلوب: } dRdt \text{ عندما}$$

$$V = 12, I = 2 \text{ عندما, فإن } R = 6 \text{ بالتعويض في المعادلة أعلاه ينتج أن:}$$

$$1 = 2dRdt + 6(-13) \rightarrow dRdt = 1.5 \Omega/s$$