

مسألة اليوم

التكامل بالتعويض



$G(t)$ يمثل الاقتران الكتلة الحيوية لمجتمع أسماك في بحيرة بعد t سنة من بدء دراستها، حيث G مقيسة بالكيلوغرام. إذا كان معدل تغير الكتلة الحيوية للأسماك هو $G'(t)=60000e^{-0.6t}(1+5e^{-0.6t})^2$ مقيساً بوحدة (kg/year)، وكانت الكتلة الحيوية للأسماك عند بدء الدراسة هي 25000 kg ، فأجد الكتلة الحيوية المتوقعة للأسماك بعد 20 سنة من بدء الدراسة.

أفرض أن:

$$u=1+5e^{-0.6t} \Rightarrow \frac{du}{dt} = -3e^{-0.6t} \Rightarrow dt = \frac{du}{-3e^{-0.6t}}$$

$$G(t) = \int 60000e^{-0.6t} u^2 \times \frac{du}{-3e^{-0.6t}} = \int -20000u^2 du = -\frac{20000}{3}u^3 + C$$

$$G(t) = -\frac{20000}{3}(1+5e^{-0.6t})^3 + C$$

$$G(0) = -\frac{20000}{3}(1+5)^3 + C = -\frac{20000}{3} \times 1000 + C = -\frac{20000000}{3} + C$$

$$25000 = -\frac{20000000}{3} + C \Rightarrow C = \frac{20000000}{3} + 25000 = \frac{20000000 + 75000}{3} = \frac{20075000}{3}$$

$$G(20) = -\frac{20000}{3}(1+5e^{-12})^3 + \frac{20075000}{3} \approx 41666 \text{ kg}$$