

## أتحقق من فهمي

### التكامل بالتعويض

#### التكامل بالتعويض للتكاملات غير المحدودة

أتحقق من فهمي صفحة (58):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(6x^2(2x^3-3)^4 dx) \quad (a)$$

$$6x^2(2x^3-3)^4 dx \quad u=2x^3-3 \Rightarrow du dx = 6x^2 \Rightarrow dx = \frac{du}{6x^2} \int 6x^2(2x^3-3)^4 dx \int = \int 6x^2 u^4 \times \frac{du}{6x^2} = \int u^4 du = \frac{1}{5} u^5 + C = \frac{1}{5} (2x^3-3)^5 + C$$

$$(x e^{x^2+1} dx) \quad (b)$$

$$x e^{x^2+1} dx \quad u=x^2+1 \Rightarrow du dx = 2x \Rightarrow dx = \frac{du}{2x} \int x e^{x^2+1} dx = \int x e^u \times \frac{du}{2x} = \frac{1}{2} \int e^u du = \frac{1}{2} e^u + C = \frac{1}{2} e^{x^2+1} + C$$

$$(4x+8)(2x^2+8) dx \quad (c)$$

$$(4x+8)(2x^2+8) dx \quad u=2x^2+8 \Rightarrow du dx = 4x+8 \Rightarrow dx = \frac{du}{4x+8} \int (4x+8)(2x^2+8) dx = \int (4x+8) u du = \int u du = \frac{1}{2} u^2 + C = \frac{1}{2} (2x^2+8)^2 + C$$

$$(x e^{x^2+1} dx) \quad (d)$$

$$(x e^{x^2+1} dx) \quad u=\ln x \Rightarrow du dx = \frac{1}{x} \Rightarrow dx = x du \int (x e^{x^2+1})^2 dx = \int e^{2x^2+2} x dx = \int e^{2u} x du = \int e^{2u} du = \frac{1}{2} e^{2u} + C = \frac{1}{2} e^{2 \ln x} + C = \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$((x^4-5) dx) \quad (e)$$

$$(x^4-5) dx \quad u=x^4-5 \Rightarrow du dx = 4x^3 \Rightarrow dx = \frac{du}{4x^3} \int (x^4-5) dx = \int (u+5) \frac{du}{4x^3} = \frac{1}{4} \int (u+5) du = \frac{1}{4} \left( \frac{u^2}{2} + 5u \right) + C = \frac{1}{8} (x^4-5)^2 + \frac{5}{4} (x^4-5) + C$$

$$(x dx) \quad (f)$$

$$(x dx) \quad u=\sin x \Rightarrow du dx = \cos x \Rightarrow dx = \frac{du}{\cos x} \int x dx = \int u du = \frac{1}{2} u^2 + C = \frac{1}{2} \sin^2 x + C$$

أتحقق من فهمي صفحة (60):

تجارة: يمثل الاقتران  $p(x)$  سعر القطعة الواحدة (بالدينار) من منتج معين، حيث  $x$  عدد القطع المباعة (بالمئات) من المنتج، إذا كان  $p'(x) = -300x(36+x^2)^3$  هو معدل التغير في سعر القطعة الواحدة من المنتج، فأجد  $p(x)$ ، علماً بأن سعر القطعة الواحدة JD75 عندما يكون عدد القطع المباعة 800 قطعة.

أولاً نجد تكامل الاقتران:

$$P(x) = \int -300x(36+x^2)^3 dx \quad u = 36+x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2x}$$

$$P(x) = \int -300x(36+x^2)^3 \frac{du}{2x} = -150 \int u^3 du = -150 \left( \frac{u^4}{4} \right) + C = -37.5u^4 + C$$

$$= -37.5(36+x^2)^4 + C$$

بما أن سعر القطعة الواحدة هو 75 ديناراً عندما يكون عدد القطع المباعة 800 قطعة، إذن  $P(8) = 75$  ومنه:

$$P(x) = -37.5(36+x^2)^4 + C$$

$$P(8) = -37.5(36+64)^4 + C = 75$$

$$-37.5(100)^4 + C = 75$$

$$C = 75 + 37.5(100)^4$$

$$P(x) = -37.5(36+x^2)^4 + 75 + 37.5(100)^4$$

التكامل بالتعويض للتكاملات المحدودة

أتحقق من فهمي صفحة (62):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx \quad (a)$$

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx \quad u = x^3-1 \Rightarrow du = 3x^2 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2}$$

$$x^2 = 1 \Rightarrow u = 1^3-1 = 0$$

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx = \int_0^1 \frac{1}{3} u^4 du = \frac{1}{3} \left( \frac{u^5}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{15} (1^5 - 0^5) = \frac{1}{15}$$

$$\int_{10}^{100} x^3(2-x^4)^7 dx \quad (b)$$

$$\int_{10}^{100} x^3(2-x^4)^7 dx \quad u = 2-x^4 \Rightarrow du = -4x^3 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-4x^3}$$

$$x^3 = 10 \Rightarrow u = 2-10^4 = -9998$$

$$x^3 = 100 \Rightarrow u = 2-100^4 = -99998$$

$$\int_{10}^{100} x^3(2-x^4)^7 dx = \int_{-9998}^{-99998} \frac{1}{-4} u^7 du = -\frac{1}{4} \left( \frac{u^8}{8} \right) \Big|_{-9998}^{-99998} = -\frac{1}{32} (u^8) \Big|_{-9998}^{-99998}$$

$$= -\frac{1}{32} (99998^8 - 9998^8)$$

2

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C \Rightarrow u = \ln|x| \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \Rightarrow dx = x du = e^u du$   
 $\int \frac{1}{x} dx = \int \frac{1}{e^u} e^u du = \int 1 du = u + C = \ln|x| + C$