

أتحقق من فهمي

التكامل بالكسور الجزئية

عوامل المقام كثيرات حدود خطية مختلفة

أتحقق من فهمي صفحة (49):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-7x^2-x-6)dx \text{ (a)}$$

$$\begin{aligned} x-7x^2-x-6 &= x-7(x-3)(x+2) = Ax-3+Bx+2 \Rightarrow x-7 = A(x+2)+B(x-3) \\ x=3 &\Rightarrow A = -45 \\ x=-2 &\Rightarrow B = 95 \\ \int x-7x^2-x-6 dx &= \int (-45x-3+95x+2) dx = -\frac{45}{2}|x+2| + C|x-3| + 95 \ln|x+2| + C \end{aligned}$$

$$(3x-1x^2-1)dx \text{ (b)}$$

$$\begin{aligned} 3x-1x^2-1 &= 3x-1(x-1)(x+1) = Ax-1+Bx+1 \Rightarrow 3x-1 = A(x+1)+B(x-1) \\ |x-1|+2|x=1 &\Rightarrow A = 1 \\ x=-1 &\Rightarrow B = 2 \\ \int 3x-1x^2-1 dx &= \int (1x-1+2x+1) dx = \ln|x+1| + C \end{aligned}$$

عوامل المقام كثيرات حدود خطية، أحدها مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (51):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x+4(2x-1)(x-1)^2)dx \text{ (a)}$$

$$\begin{aligned} x+4(2x-1)(x-1)^2 &= A2x-1+Bx-1+C(x-1)^2 \Rightarrow x+4 = A(x-1)^2+B(2x-1)(x-1)+C(2x-1) \\ x=1 &\Rightarrow A = 18 \\ x=1 &\Rightarrow C = 5 \\ x=0 &\Rightarrow 4 = A+B-C \Rightarrow B = -9 \\ \int x+4(2x-1)(x-1)^2 dx &= \int (18x-1+-9x-1+5(x-1)^2) dx = 18 \ln|x-1| - 5x-1 + C|2x-1| - 9 \ln|x-1| - 5x-1 + C = 9 \ln|x-1| - 5x-1 + C \end{aligned}$$

$$(x^2-2x-4x^3-4x^2+4x)dx \text{ (b)}$$

$$x^2 - 2x - 4 = x^2 - 2x - 4(x-2)^2 = Ax - 2 + B(x-2)^2 + Cx \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = Ax(x-2) + Bx + C(x-2)^2$$

$$x=2 \Rightarrow B = -2, x=0 \Rightarrow C = -1, x=1 \Rightarrow -5 = -A + B + C \Rightarrow A = 2$$

$$\int x^2 - 2x - 4 \, dx = \int (2x - 2 + -2(x-2)^2 + -1x) \, dx = 2|x| + C|x-2| + 2x + 2 - \ln|x|$$

عوامل المقام كثيرات حدود، أحدها تربيعي غير قابل للتحليل، وغير مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (52):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (3x+4)(x-3)(x^2+4) \, dx \quad (a)$$

$$3x+4 = A(x^2+4) + (Bx+C)(x-3)$$

$$x=3 \Rightarrow A = 1, x=0 \Rightarrow 4 = 4A - 3C \Rightarrow C = 0, x=1 \Rightarrow 7 = 5A - 2B - 2C \Rightarrow B = -1$$

$$\int \frac{3x+4}{(x-3)(x^2+4)} \, dx = \int \left(\frac{1}{x-3} - \frac{x}{x^2+4} \right) \, dx = \ln|x-3| - \frac{1}{2} \ln|x^2+4| + C$$

$$\int (7x^2 - x + 1)(x^3 + 1) \, dx \quad (b)$$

$$7x^2 - x + 1 = A(x+1) + B(x-1) + C(x^2 - x + 1)$$

$$x = -1 \Rightarrow A = 3, x = 0 \Rightarrow 1 = A + C \Rightarrow C = -2, x = 1 \Rightarrow 7 = A + 2B + 2C \Rightarrow B = 4$$

$$\int (7x^2 - x + 1)(x^3 + 1) \, dx = \int (3x + 1 + 4x - 2x^2 - x + 1) \, dx = 3 \ln|x+1| + 2 \ln|x-1| + 2x - \frac{2}{3}x^3 + C$$

درجة كثيرة الحدود في البسط مساوية لدرجة كثيرة الحدود في المقام، أو أكبر منها

أتحقق من فهمي صفحة (53):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (4x^3 - 52x^2 - x - 1) \, dx \quad (a)$$

$$4x^3 - 52x^2 - x - 1 = \int (2x+1 + 3x - 42x^2 - x - 1) \, dx = 3x^2 - 42x^3 - x - 1 + C$$

$$-4(2x+1)(x-1) = A(2x+1) + B(x-1) \Rightarrow 3x-4 = A(x-1) + B(2x+1) \Rightarrow A = -12 \Rightarrow A = 113x = 1 \Rightarrow B = -13 \int 4x^3 - 52x^2 - x - 1 dx = \int (2x+1 + 1132x+1 + -13x-1 |x-1| + C|2x+1| - 13 \ln) dx = x^2 + x + 116 \ln$$

$$(x^2 + x - 1x^2 - x) dx \quad (b) \int$$

$$|x^2 - x| + Cx^2 + x - 1x^2 - x dx = \int (1 + 2x - 1x^2 - x) dx = x + \ln \int$$

التكامل بالكسور الجزئية لتكاملات محدودة

أتحقق من فهمي صفحة (54):

أجد كل قيمة من التكاملين الآتيين:

$$(342x^3 + x^2 - 2x - 4x^2 - 4) dx \quad (a) \int$$

$$|x^2 - 342x^3 + x^2 - 2x - 4x^2 - 4| dx = \int 34(2x+1 + 6xx^2 - 4) dx = (x^2 + x + 3 \ln | \int 1255) = 8 + 3 \ln 12) - (12 + 3 \ln 4) | 34 = (20 + 3 \ln$$

$$(563x - 10x^2 - 7x + 12) dx \quad (b) \int$$

$$3x - 10x^2 - 7x + 12 = 3x - 10(x-3)(x-4) = Ax - 3 + Bx - 4 \Rightarrow 3x - 10 = A(x-4) + B(x-3) \Rightarrow A = 1, B = 2 \int 563x - 10x^2 - 7x + 12 dx = \int 56(1x - 3 + 2x - 6) = \ln 3 + \ln 1) = \ln 2 + 2 \ln 2 - (\ln 3 + 2 \ln |x-4|) | 56 = \ln |x-3| + 2 \ln -4) dx = (\ln$$

التكامل بالكسور الجزئية، والتكامل بالتعويض

أتحقق من فهمي صفحة (57):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-1) dx \quad (a) \int \tan^2 \sec^2 \int$$

$$xu^2 - x - 1 dx = \int \sec^2 x \tan^2 x \int \sec^2 x \Rightarrow dx = du \sec^2 x \Rightarrow du dx = \sec^2 u = \tan x = \int 1u^2 - 1 du 1u^2 - 1 = 1(u-1)(u+1) = Au - 1 + Bu + 1 \Rightarrow 1 = A(u+1) + B(u-1) \Rightarrow A = 1/2, B = 1/2 \int \sec^2 x \tan^2 x dx = \int (1/2(u+1) + 1/2(u-1)) du = \int u du = u^2/2 = (x^2 - 1)^2/2 + C$$

$$\int \frac{1}{(u-1)u} du = \int \frac{A}{u-1} + \frac{B}{u} du = \int \frac{12u-1}{(u-1)u} du = \int \frac{12u-1}{u(u-1)} du$$

$$= \int \frac{12u-1}{u(u-1)} du = \int \frac{12u-1}{u(u-1)} du = \int \frac{12u-1}{u(u-1)} du = \int \frac{12u-1}{u(u-1)} du$$

$$= \int \frac{12u-1}{u(u-1)} du = \int \frac{12u-1}{u(u-1)} du = \int \frac{12u-1}{u(u-1)} du = \int \frac{12u-1}{u(u-1)} du$$

$$\int \frac{1}{(ex-1)(ex+4)} dx \quad (b)$$

$$u = ex \Rightarrow \frac{du}{dx} = ex \Rightarrow dx = \frac{du}{ex}$$

$$\int \frac{1}{(ex-1)(ex+4)} dx = \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} \frac{du}{ex}$$

$$= \frac{1}{ex} \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{A}{u-1} + \frac{B}{u+4} du$$

$$= \frac{1}{ex} \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} du$$

$$= \frac{1}{ex} \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} du$$