منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتحقق من فهمي

المساحات والحجوم

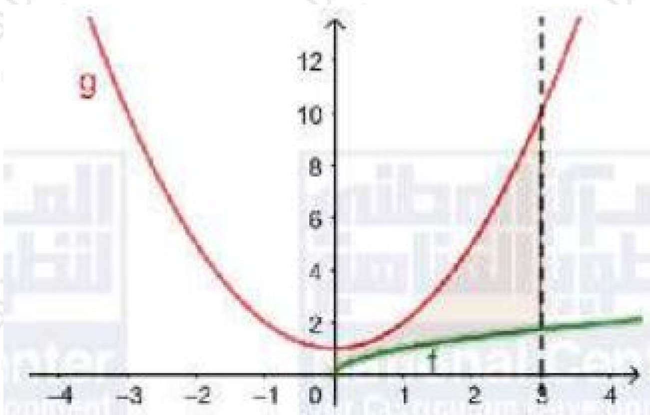
مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي اقترانين

أتحقق من فهمي صفحة (77):

(a) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي اقترانين: $g(x)=x2+1,g(x)=x$، والمستقيمين $x=0,x=3$.

$f(x)=g(x)\Rightarrow x2+1=x$

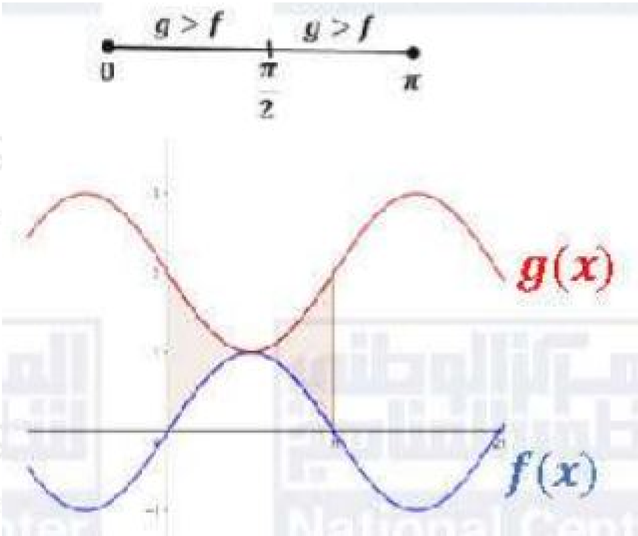
هذه المعادلة ليس لها حلول إذ أن المنحنيين لا يتقاطعان كما في الشكل أدناه.



$A=\int 03(x2+1-x)dx=13x3+x-23x32|03=9+3-23-0=12-23$

(b) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي اقترانين:
$xx, f(x)=sing(x)=2-sin$، والمستقيمين $x=0,x=\pi$.

$x=1\Longrightarrow x=\pi 2x\Rightarrow sinx=sinf(x)=g(x)\Rightarrow 2-sin$



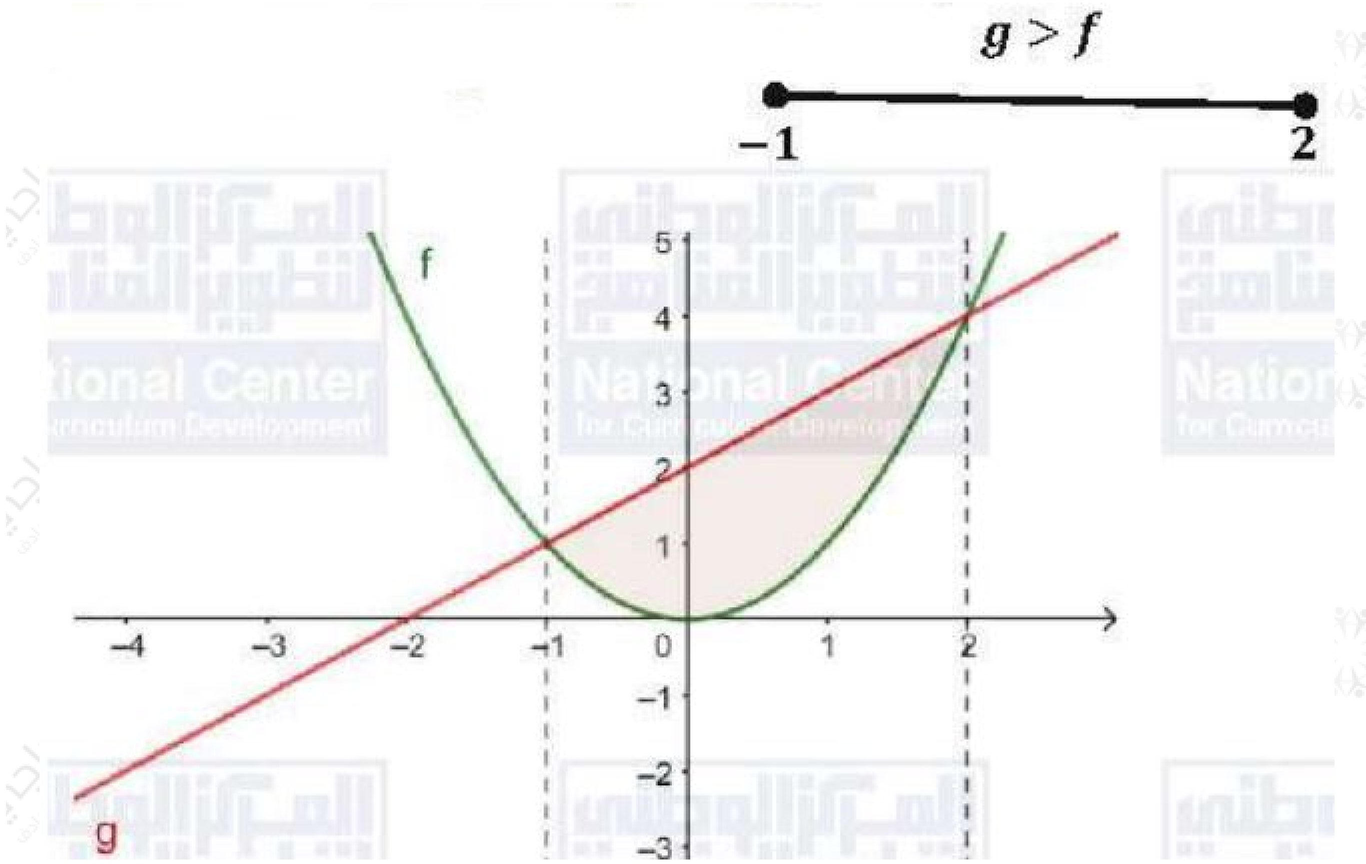
نجد أن $g \geq f$ لكل قيم x، إذن:

$A=\int_0^\pi (g(x)-f(x))dx=\int_0^\pi ((2-\sin x)-\sin x)dx=\int_0^\pi (2-2\sin x)dx=2x+2\cos x|_0^\pi=2\pi-4$

أتحقق من فهمي صفحة (79):

أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي اقترانين: $f(x)=x^2, g(x)=x+2$.

$f(x)=g(x) \Rightarrow x^2=x+2 \Rightarrow x^2-x+2=0 \Rightarrow (x-2)(x+1)=0 \Rightarrow x=2, x=-1$



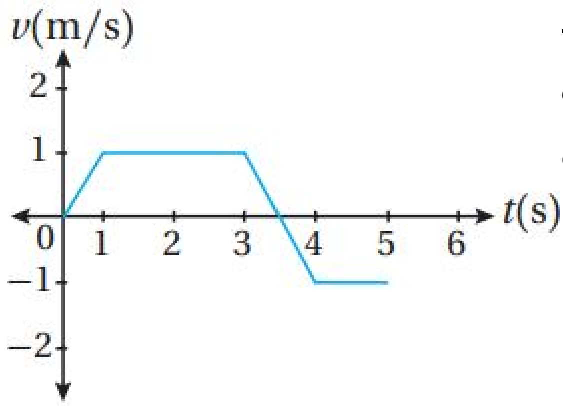
نلاحظ أن g>f في الفترة (−1,∞) إذن:

A=∫−12(g(x)−f(x))dx=∫−12(x+2−x2)dx=12x2+2x−13x3|−12=12(2)2+2(2)−13(2)3−(12−2+13)=92

التكامل، ومنحنى السرعة المتجهة - الزمن

أتحقق من فهمي صفحة (81):

يبين الشكل المجاور منحنى السرعة المتجهة - الزمن لجسيم يتحرك على المحور x في الفترة الزمنية [0,5]. إذا بدأ الجسيم الحركة من x=3 عندما t=0، فأجد كلاً مما يأتي:



(a) إزاحة الجسيم في الفترة الزمنية المعطاة.

لتكن الإزاحة D

$D=s(5)−s(0)=∫05v(t)dt=A(R1)−A(R2)=12(2+3.5)(1)−12(1+1.5)(1)=1.5m$

(b) المسافة التي قطعها الجسيم في الفترة الزمنية المعطاة.

المساحة التي قطعها الجسيم هي: $∫05|v(t)|dt$

$∫05|v(t)|dt=A(R1)+A(R2)=12(5.5)+12(2.5)=4m$

(c) الموقع النهائي للجسيم.

في الفرع a وجدنا أن:

$s(5)−s(0)=1.5$

وبتعويض $s(0)=3$ نجد أن:

------ $s(5)−3=1.5⇒s(5)=4.5$

الحجوم الدورانية

أتحقق من فهمي صفحة (82):

أجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x)=1x$، والمحور x، والمستقيمين $x=1,x=4$، حول المحور x.

$V=∫abπ(f(x))2=∫14πx2dx=−πx|14=−π4−(−π1)=3π4$

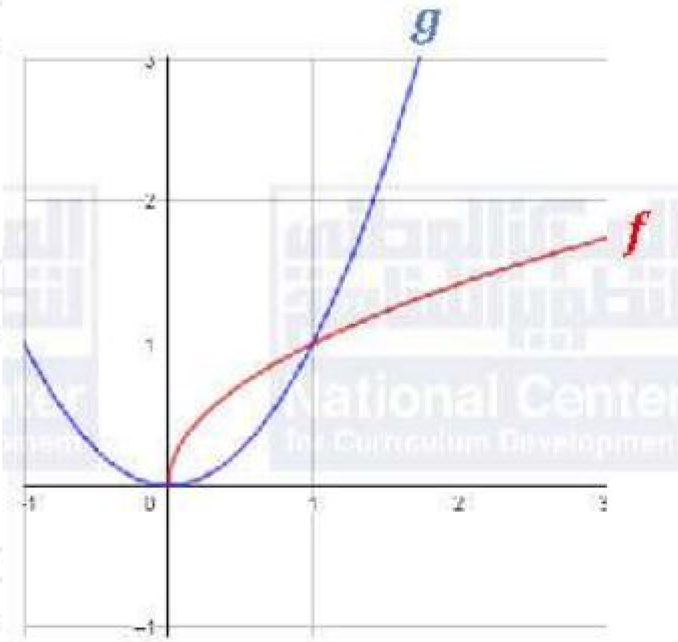
حجم المجسم الدوراني الناتج من دوران منحنيي اقترانين

أتحقق من فهمي صفحة (85):

أجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين:

f(x)=x، و g(x)=x2، حول المحور x.

f(x)=g(x)⇒x=x2⇒x−x4=0⇒x(1−x3)=0⇒x=0,x=1



انلاحظ أن منحنى f يقع فوق منحنى g في الفترة [0,1]

V=∫01π((f(x))2−(g(x))2)dx=∫01π(x−x4)dx=π(12x2−15x5)|01=π((12−15)−0)=0.3π