مهارات التفكير العليا

المعادلات التفاضلية

تحد: أحل كلاً من المعادلات التفاضلية الآتية:

(dydx=xy2−xy−1y2+y (33

dydx=xy2−1y2+y−xydydx=1y2(x−1)−y(x−1)=(x−1)(1y2−y)⇒dy1
y2−y=(x−1)dx∫dy1y2−y=∫(x−1)dx∫y21−y3dy=∫(x−1)dx−13∫−3y
|1−y3|=12x2−x+C21−y3dy=∫(x−1)dx−13ln

(dydx=x2y−1−2x3y−2 (34

dydx=x(12y−1−23y−2)=x(3y−2−4y+26y2−7y+2)=x(−y6y2−7y+
2)⇒6y2−7y+2−ydy=xdx∫6y2−7y+2−ydy=∫xdx∫(−6y+7−2y)dy=∫
|y|=12x2+Cxdx−3y2+7y−2ln

(y (35xtan2y+tan2x+tan2dydx=1+tan2

xx)=sec2y(1+tan2x+tan2y=sec2xtan2y+tan2x+tan2dydx=1+tan2
xdx∫dysey=sec2ydysec2xsec2y)=sec2x(1+tan2x=sec2ysec2+tan2
xdx12(y+2y)dy=∫sec2xdx∫12(1+cosydy=∫sec2xdx∫cos2y=∫sec2c2
x+C2y)=tan12sin

تبرير: يمكن نمذجة معدل تحلل مادة مشعة بالمعادلة التفاضلية: dxdt=−λx، حيث x الكتلة المتبقية من المادة المشعة بالمليغرام بعد t يوماً، و λ>0:

(36) أثبت أنه يمكن كتابة الحل العام للمعادلة التفاضلية في صورة: x=ae−λt، حيث a ثابت، مبرراً إجابتي.

|x|=−λt+Cdxdt=−λx∫dxx=∫−λdtln

لكن الكمية x لا تكون سالبة، فتحذف رمز القيمة المطلقة.

eC⇒x=ae−λt ثابت ليكن x=−λt+Cx=e−λt+C=e−λt×ec aln⇒

(37) إذا كان عمر النصف للمادة المشعة هو الوقت اللازم لتحلل نصف هذه المادة،

وa كتلة المادة الابتدائية، فأثبت أنّ عمر النصف للمادة المشعة هو 2λln، مبرراً إجابتي.

الكمية الابتدائية: x(0)=a

المطلوب: حساب الزمن الذي يكون عنده x=12a، نعوض:

2λ2⇒t=ln12a=ae−λt⇒12=e−λt⇒2=eλt⇒λt=ln

تبرير: تمثل المعادلة التفاضلية: dydx=−2x3y ميل المماس لمنحنى علاقة ما:

(38) أجد قيمة n التي تجعل العلاقة: x2+ny2=a حلاً للمعادلة التفاضلية المعطاة، حيث a ثابت اختياري، مبرراً إجابتي.

dydx=−2x3y

لكي تكون العلاقة x2+ny2=a حلاً للمعادلة التفاضلية المعطاة، يجب أن تحققها.

نشتق طرفي العلاقة بالنسبة للمتغير x

2x+2nydydx=0⇒dydx=−xny

نعوض المشتقة في المعادلة التفاضلية:

xny=−2x3y⇒2nxy=3xy⇒n=3xy2xy=32−

(39) أجد إحداثيي نقاط تقاطع منحنى العلاقة مع المحور x إذا علمت أن منحناها يمر بالنقطة (5,4)، مبرراً إجابتي.

النقطة (5,4) تحقق المعادلة:

a⇒a=49⇒x2+32y2=49=(16)25+32⇒

لإيجاد الإحداثي x لنقاط التقاطع منحنى العلاقة مع المحور x نضع y=0 في معادلتها

x2=0+49=49⇒x=±7⇒

إحداثيات نقطتي تقاطع العلاقة x2+32y2=49 مع المحور x هما (7,0),(−7,0)