

## أدرب وأحل المسائل

### الاقترانات اللوغاريتمية



أكتب كل معادلة لوغاريتمية ممّا يأتي في صورة أسّيّة:

$$(1) \log_7 343 = 3$$

$$7^3 = 343$$

$$(2) \log_4 256 = 4$$

$$4^4 = 256$$

$$(3) \log_{125} 5 = 13$$

$$125^{13} = 5$$

$$(4) \log_{36} 6 = 0.5$$

$$36^{0.5} = 6$$

$$(5) \log_9 1 = 0$$

$$9^0 = 1$$

$$(6) \log_{57} 57 = 1$$

$$57^1 = 57$$

أكتب كل معادلة أسّيّة ممّا يأتي في صورة لوغاريتمية:

$$(7) 2^6 = 64$$

$$\log_2 64 = 6$$

$$(8) 4^{-3} = 164$$

$$\log_4 164 = -3$$

$$(9) 6^3 = 216$$

$$\log_6 216 = 3$$

$$(10) 5^{-3} = 0.008$$

$$\log_5 0.008 = -3$$

$$(11) (51)^1 = 51$$

$$\log_{51} 51 = 1$$

$$(12) 9^0 = 1$$

$$\log_9 1 = 0$$

أجد قيمة كل ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

$$(13) \log_3 81$$

$$\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

$$(14) \log_{25} 5$$

$$\log_{25} 5 = y$$

$$25^y = 5$$

$$5^{2y} = 5^1$$

$$2y = 1$$

$$y = 12$$

$$5 = 12 \log_{25} 5$$

$$(15) \log_2 32$$

$$\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$$

$$\log_2 32 = 5 \text{ إذن:}$$

$$(16) \log_{49} 343$$

$$\log_{49} 343 = y$$

$$49^y = 343$$

$$7^{2y} = 7^3$$

$$2y = 3$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$\log_{49} 343 = \frac{3}{2} \text{ إذن:}$$

$$(17) \log_{10} 0.001$$

$$\log_{10} 0.001 = \log_{10} 10^{-3} = -3$$

$$(18) \log_{32} 1$$

$$\log_{32} 1 = 0$$

$$(19) \log_{14} 4$$

$$\log_{14} 4 = y$$

$$(14)^y = 4$$

$$4^y = 4^1$$

$$-y = 1$$

$$y = -1$$

$$\log_{14} 4 = -1 \text{ إذن:}$$

$$(20) (10)\log 1018$$

$$(10)\log 1018 = 18$$

$$(21) \log_2 1(2)7$$

$$\log_2 1(2)7 = \log_2 = \log_2 1(2)72 = \log_2 (2)-72 = -72$$

$$(22) \log_a a5$$

$$\log_a a5 = \log_a a15 = 15$$

$$(23) \log_{10} (1 \times 10^{-9})$$

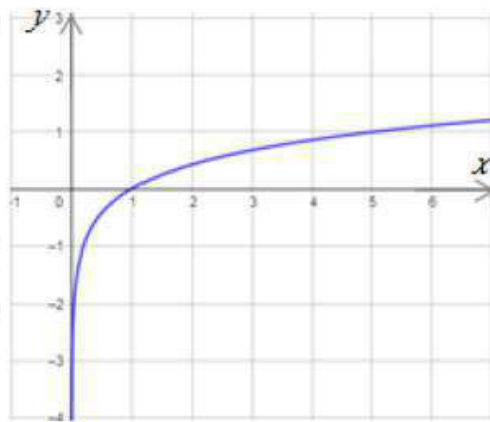
$$\log_{10} (1 \times 10^{-9}) = \log_{10} 10^{-9} = -9$$

$$(24) 8^{\log 85}$$

$$8^{\log 85} = 5$$

أمثل كل اقتران مما يأتي بيانياً، ثم أحدد مجاله ومداه ومقطعيه من المحورين الإحداثيين وخطوط تقاربه، مبيناً إذا كان متناقصاً أم متزايداً:

$$(25) f(x) = \log_5 x$$

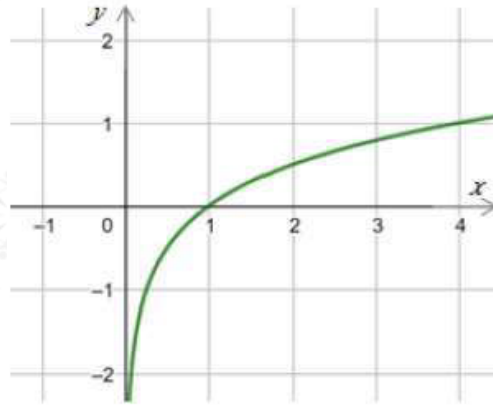


$R^+$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة أي  $(0, \infty)$ .

$R$  مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية

$x$  المقطع هو 1 ، ولا يوجد مقطع  $y$   
للهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور  
الاقتران متزايد.

$$(26) g(x) = \log_4 x$$



$R^+$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة أي  $(0, \infty)$ .

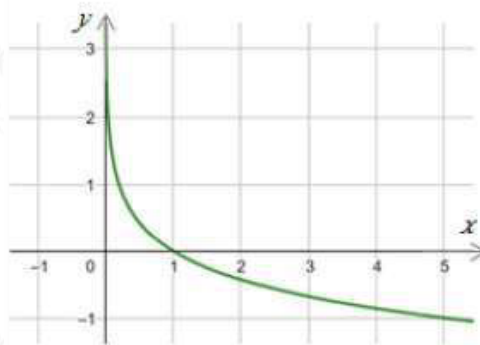
$R$  مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية

$x$  المقطع هو 1 ، ولا يوجد مقطع  $y$

للهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور

الاقتران متزايد.

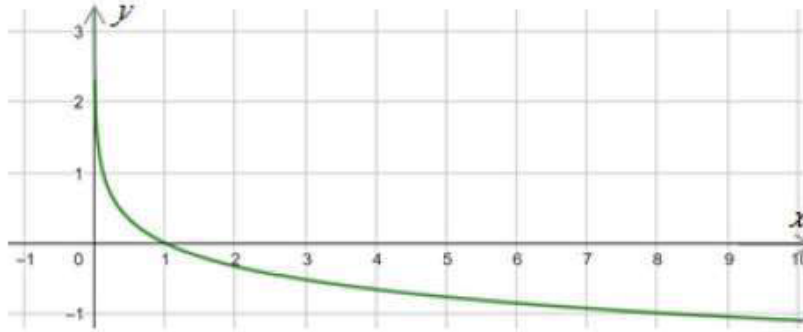
$$(27) h(x) = \log_{15} x$$



$R^+$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة أي  $(0, \infty)$ .

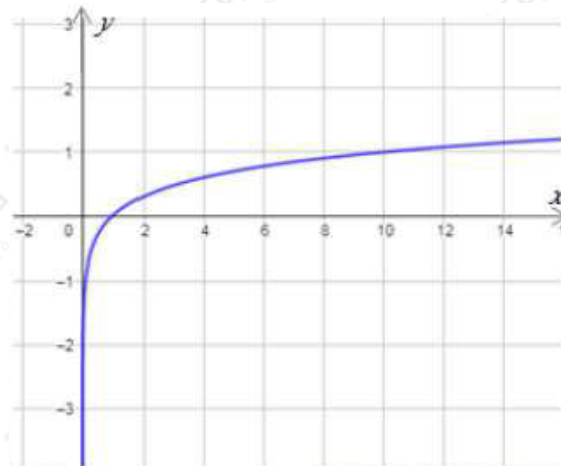
$R$  مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  
 $x$  المقطع هو 1 ، ولا يوجد مقطع  $y$   
 ولهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور  
 الاقتران متناقص.

$$(28) r(x) = \log_{18} x$$



$R^+$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة أي  $(0, \infty)$ .  
 $R$  مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  
 $x$  المقطع هو 1 ، ولا يوجد مقطع  $y$   
 ولهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور  
 الاقتران متناقص.

$$(29) f(x) = \log_{10} x$$



$R^+$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة أي  $(0, \infty)$ .

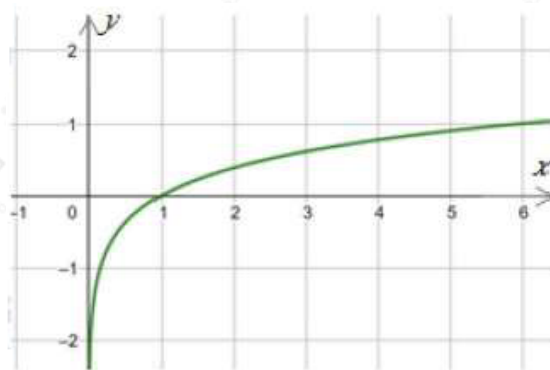
$R$  مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية

$x$  المقطع هو  $1$  ، ولا يوجد مقطع  $y$

للهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور

الاقتران متزايد.

$$(30) g(x) = \log_6 x$$



$R^+$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة أي  $(0, \infty)$ .

$R$  مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية

$x$  المقطع هو  $1$  ، ولا يوجد مقطع  $y$

للهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور

الاقتران متزايد.

أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي مما يأتي:

$$(31) f(x) = \log_3 (x - 2)$$

$$x - 2 > 0$$

$$x > 2$$

$\infty$  , مجال هذا الاقتران هو (2).

$$(32) f(x) = 5 - 2 \log_7 (x + 1)$$

$$x + 1 > 0$$

$$x > -1$$

$\infty$  , مجال هذا الاقتران هو (-1).

$$(33) f(x) = -3 \log_4 (-x)$$

$$-x > 0$$

$$x < 0$$

مجال هذا الاقتران هو  $(, 0^\infty)$ .

(34) أجد قيمة  $a$  التي تجعل منحنى الاقتران:  $f(x) = \log_a x$  يمر بالنقطة (5, 32).

$$f(x) = \log_a x$$

$$f(32) = \log_a 32$$

$$5 = \log_a 32$$

$$a^5 = 32$$

$$a^5 = (2)^5$$

$$a = 2$$

(35) أجد قيمة  $c$  التي تجعل منحنى الاقتران:  $f(x) = \log_c x$  يمر بالنقطة (-4, 14).

$$f(x) = \log_c x$$

$$f(14) = \log_c 14$$

$$-4 = \log_c 14$$

$$c^{-4} = 14$$



$$1c4 = 14$$

$$c^4 = 4 \rightarrow c^2 = 2 \rightarrow c = \pm 2$$

$c = 2$  لأن أساس اللوغاريتم لا يكون سالباً فإن:



إعلانات: يمثل الاقتران:  $P(a) = 10 + 20 \log_5 (a + 1)$  مبيعات شركة (بالآلاف الدنانير) من منتج جديد، حيث  $a$  المبلغ (بمئات الدنانير) الذي تنفقه الشركة على إعلانات المنتج. وتعني القيمة:  $P(1) \approx 19$  أن إنفاق JD 100 على الإعلانات يحقق إيرادات قيمتها JD 19000 من بيع المنتج:

(36) أجد  $P(4)$  ، و  $P(24)$  ، و  $P(124)$  .

$$P(a) = 10 + 20 \log_5 (a + 1)$$

$$P(4) = 10 + 20 \log_5 (4 + 1)$$

$$P(4) = 10 + 20 \log_5 5$$

$$P(4) = 10 + 20(1) = 30$$

$$P(24) = 10 + 20 \log_5 (24 + 1)$$

$$P(24) = 10 + 20 \log_5 25$$

$$P(24) = 10 + 20 \log_5 5^2$$

$$P(24) = 10 + 20(2) = 50$$

$$P(124) = 10 + 20 \log_5 (124 + 1)$$

$$P(124) = 10 + 20 \log_5 125$$

$$P(124) = 10 + 20 \log_5 5^3$$

$$P(124) = 10 + 20(3) = 70$$

(37) أفسر معنى القيم التي أوجدتها في الفرع السابق.

$P(4) = 30$  القيمة تعني أن إنفاق JD400 على الإعلانات يحقق إيراداً قيمته JD30000 من بيع المنتج.

$P(24) = 50$  القيمة تعني أن إنفاق JD2400 على الإعلانات يحقق إيراداً قيمته JD50000 من بيع المنتج.

$P(124) = 70$  القيمة تعني أن إنفاق JD12400 على الإعلانات يحقق إيراداً قيمته JD70000 من بيع المنتج.