إجابات أسئلة الدرس

التزايد والتناقص

١) جد فترات التزايد والتناقص لكل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٣ − ٤س

ب) ق(س) = ٨س − س٢

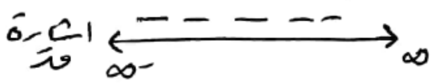
جـ) ق(س) = ٤س٣ − ٦س٢ + ٢

د) ق(س) = (س + ٢) (س + ٣)

الحل

أ) ق(س) = ٣ − ٤س

ق′(س) = −٤ لا يوجد أصفار للمشتقة

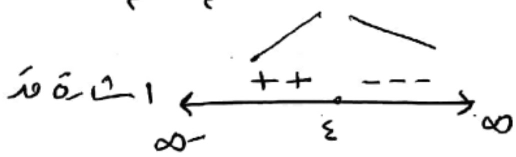


ق(س) متناقص على (−∞، ∞)

ب) ق(س) = ٨س − س٢

ق′(س) = ٨ − ٢س

٨ − ٢س = صفر ⇐ ٢س/٢ = ٨/٢ ← س = ٤



ج) $ق(س) = ٤س^٣ - ٦س^٢ + ٢$

$ق'(س) = ١٢س^٢ - ١٢س$.

$١٢س^٢ - ١٢س = $ صفر

$١٢س(س - ١) = $ صفر

$١٢س = ٠ \Leftarrow س = $ صفر

$س - ١ = $ صفر $\leftarrow س = ١$

$+١ \quad +١$

اشارة ق' : $-\infty$ ... + ... ٠ ... − − − ... ١ ... + ... ∞

تزايد $(-\infty، ٠]$ ، $[١، \infty)$

تناقص $[٠، ١]$.

$٨ - ٢س = $ صفر $\Leftarrow \frac{٢س}{٢} = \frac{٨}{٢} \leftarrow س = ٤$

اشارة ق' : $-\infty$ ... + + ... ٤ ... − − − ... ∞

د) $ق(س) = (س+٢)(س+٣)$ حاصل ضرب اقترانين

$ق'(س) = (س+٢) \times ١ + (س+٣) \times ١$

$= س + ٢ + س + ٣$

$ق'(س) = ٢س + ٥$.

$٢س + ٥ = ٠ \Leftarrow \frac{٢س}{٢} = \frac{-٥}{٢}$

$-٥ \quad -٥$

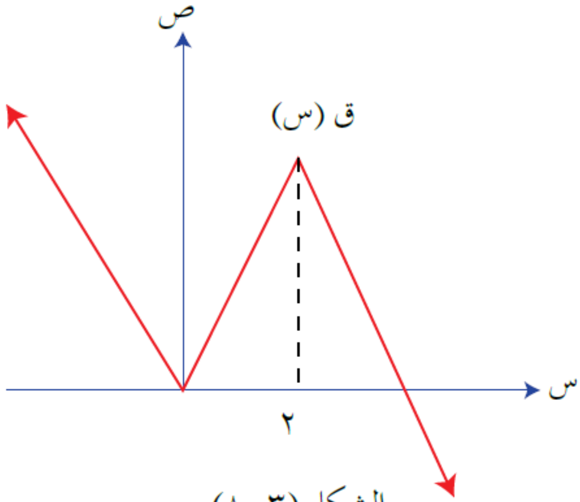
$س = \frac{-٥}{٢}$

$-\infty$ ... − − − ... $\frac{-٥}{٢}$ ... + + ... ∞

متناقص $(-\infty، \frac{-٥}{٢}]$

متزايد $[\frac{-٥}{٢}، \infty)$.

٢) اعتمادًا على الشكل (٣–٨) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، جد فترات التزايد و التناقص للاقتران ق.



الشكل (٣–٨).

الحل

الشكل يمثل منحنى الاقتران ق لتحديد فترات التزايد والتناقص ننظر للشكل من جهة اليسار.

اذا كان ↗ (صاعد) فإنه يكون متزايد

اذا كان ↘ (نازل) فإنه يكون متناقص.

(−∞، ٠] متناقص [٠، ٢] متزايد [٢، ∞) متناقص.

---

٣) بيِّن أن الاقتران ق(س) = س^{٣} + ٢س + ٥ يكون متزايدًا لقيم س جميعها.

الحل

ق′(س) = ٣س^{٢} + ٢ لا يوجد أصفار للاقتران.

اشارة الاقتران ق′ دائمًا موجبة

اشارة ق′ : −∞ + + + + ∞

تذكر: الاقتران التربيعي الذي لا يتحلل (لا يوجد له جذور) اشارته نفس اشارة س^{٢}

اذن ق(س) متزايد على (−∞، ∞)

---

٤) إذا كان قَ(س) = هـَ(س)، فأثبت أن ق(س) = هـ(س) + جـ، حيث جـ عدد ثابت.

الحل

بما أن قَ(س) = هـَ(س)

⇐ قَ(س) − هـَ(س) = صفر .

لكن قَ(س) − هـَ(س) = (ق − هـ)َ(س) .

(ق − هـ)َ(س) = صفر

⇐ (ق − هـ)(س) = جـ (ثابت)

ق(س) − هـ(س) = جـ

⇐ ق(س) = هـ(س) + جـ وهو المطلوب .