

إجابات أسئلة الدرس

التكامل غير المحدود

السؤال الأول

جد كلا مما يأتي :

(أ) $\int \frac{1}{2} dx$

(ب) $\int \frac{dx}{s} \quad s \neq 0$

(ج) $\int (2s - s^2) dx$

(د) $\int 3s^2 dx$

(هـ) $\int \frac{2-s}{s} dx$

الحل :

(أ) $\int \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2} s + C$

(ب) $\int \frac{dx}{s} = \frac{1}{s} dx = \frac{1}{s} s + C = \frac{s}{s} + C = 1 + C$

(ج) $\int (2s - s^2) dx = 2s - \frac{s^3}{3} + C$

(د) $\int 3s^2 dx = s^3 + C$

(هـ) $\int \frac{2-s}{s} dx = \int \left(\frac{2}{s} - 1 \right) dx = 2 \ln|s| - s + C$

السؤال الثاني

جد كلا مما يأتي :

(أ) $\int (10s^2 - \sqrt{s} + 3s) ds$: (ب) $\int (s-2)(s+4)(s+1) ds$

(ج) $\int 3 \text{ ظاس جتاس دس} : (د) \int \frac{s^2 + 6s + 8}{s+2} ds$ ، $s \neq -2$

الحل :

(أ) $\int (10s^2 - \sqrt{s} + 3s) ds = \int (10s^2 + \frac{1}{6}s - 3s) ds$

$$= \frac{10}{3}s^3 + \frac{\frac{1}{6}s^{\frac{7}{6}}}{\frac{7}{6}} - \frac{3}{2}s^2 + \text{ج} = \frac{10}{3}s^3 + \frac{6}{7}s^{\frac{7}{6}} - \frac{3}{2}s^2 + \text{ج}$$

(ب) $\int (s-2)(s+4)(s+1) ds = \int (s^3 + 3s^2 - 2s - 8) ds$

$$= \frac{1}{4}s^4 + \frac{3}{2}s^3 - s^2 - 8s + \text{ج} = \frac{1}{4}s^4 + \frac{3}{2}s^3 - s^2 - 8s + \text{ج}$$

(ج) $\int 3 \text{ ظاس جتاس دس} = \int \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس}} \times 3 \text{ جاس دس} = \int 3 \text{ جاس دس}$

(د) $\int \frac{s^2 + 6s + 8}{s+2} ds = \int \frac{(s+2)(s+4)}{s+2} ds = \int (s+4) ds = \frac{1}{2}s^2 + 4s + \text{ج}$

السؤال الثالث

$$\text{جد } \frac{دص}{دس} \text{ عندما } س = ٥ ، \text{ حيث } ص = \left| \frac{١ + ٤س}{س} \right| \text{ دس ، } س \neq ٠$$

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،،

$$\left(\text{مشتقة التكامل تعطي ما داخل التكامل} \right) ، \text{ إذن: } \left| \frac{دص}{دس} \right| = \frac{د}{دس} \left| \frac{١ + ٤س}{س} \right| = \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{١ + ٤س}{س}$$

$$\frac{٢١}{٥} = \frac{١ + ٢٠}{٥} = \frac{١ + (٥)٤}{٥} = \left| \frac{دص}{دس} \right|_{س=٥}$$

السؤال الرابع

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق' (س) = ٦س - ٨س^٢ + ٥ ، وكان ق (-١) = ٢ فجد قاعدة الاقتران ق .

الحل :

$$\text{ق (س)} = \left| \text{ق' (س) دس} \right| = (٦س - ٨س^٢ + ٥) دس = ٣س^٣ - ٢س^٤ + ٥س + ج$$

$$\text{ق (-١)} = (-١)٣ - (-١)٢ - ٥ + ج = ٢$$

$$٣ - ٢ - ٥ + ج = ٢ \iff ٦ = ج$$

السؤال الخامس

إذا كان $E(s) = 6s^2 - 3s + 5$ ، فجد $E(1)$.

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،

$$\frac{d}{ds} E(s) = \frac{d}{ds} (6s^2 - 3s + 5)$$

$$E'(s) = 12s - 3 \implies E'(1) = 12(1) - 3 = 9 \implies E(1) = 9 + C = 18$$

السؤال السادس

إذا كان Q اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان $Q(s) = 2s - 5$ ، وكان $Q(2) = 4$ ، فجد قيمة $Q(1)$.

الحل :

$$Q(s) = 2s - 5 \implies Q'(s) = 2$$

$$Q'(2) = 2 \implies 2 = 2 + C - 5 \implies C = 5$$

$$\therefore Q(s) = 2s - 5 + 5 = 2s$$

$$Q(1) = 2(1) = 2$$

لفهم إجابات أسئلة درس التكامل غير المحدود ، شاهد الفيديو

السؤال السابع

إذا كان Q اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان $Q(s) = 3s^2 + (5s - 6)$ ، وكان $Q(2) = 1$ ، فجد قيمة $Q(1)$.

الحل :

$$Q(s) = 3s^2 + 5s - 6 \implies Q'(s) = 6s + 5$$

$$Q'(2) = 17 \implies 17 = 6(2) + 5 + C \implies C = -1$$

$$\therefore Q(s) = 3s^2 + 5s - 6 - 1 = 3s^2 + 5s - 7$$

$$Q(1) = 3(1)^2 + 5(1) - 7 = 1$$

السؤال الثامن

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان ق' (س) = $\frac{س^2 + 6س + 8}{س}$ ، س \neq صفرا ، وكان ق (1) = 12 ، فجد قاعدة الاقتران ق.

الحل :

$$\begin{aligned} \text{ق (س)} &= \int \text{ق' (س) دس} = \int \frac{س^2 + 6س + 8}{س} دس \\ &= \int \left(س + \frac{6}{س} + \frac{8}{س} \right) دس \\ &= \int س دس + \int \frac{6}{س} دس + \int \frac{8}{س} دس \\ &= \frac{س^2}{2} + 6 \ln |س| + 8 \ln |س| + ج \\ &= \frac{س^2}{2} + 14 \ln |س| + ج \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ق (1)} &= \frac{1^2}{2} + 14 \ln |1| + ج = 12 \\ \frac{1}{2} + 0 + ج &= 12 \\ ج &= 12 - \frac{1}{2} = \frac{24}{2} - \frac{1}{2} = \frac{23}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ق (س)} = \frac{س^2}{2} + 14 \ln |س| + \frac{23}{2}$$