

## أدرب وأحل المسائل

مشتقتا الاقتران الأسّي الطبيعي والاقتران اللوغاريتمي الطبيعي



أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

(1)  $f(x)=2e^{x+1}$

$$f'(x)=2e^x$$

(2)  $f(x)=e^{3x+9}$

$$f'(x)=3e^{3x+9}$$

(3)  $f(x)=(x^2+3x-9)e^x$

$$f'(x)=(x^2+3x-9)(e^x)+(e^x)(2x+3)=e^x(x^2+5x-6)$$

(4)  $f(x)=e^{x^4}$

$$f'(x)=x^4e^x - e^x(4x^3)x^8 = x^4e^x - 4e^{x^5}$$

(5)  $f(x)=6e^x$

$$f'(x)=6 \times 12x e^x = 3x e^x$$

(6)  $f(x)=e^{x+1}+e^x$

$$f'(x)=(1+e^x)(e^x) - e^x(e^x)(1+e^x)^2 = e^x(1+e^x)^2$$

(7)  $f(x)=(e^{x+2})(e^{x-1})$

$$f'(x)=(e^{x+2})(e^x) + (e^{x-1})(e^x) = 2e^{2x+1} + e^{2x}$$

(8)  $f(x)=e^{-2x}(2x-1)^5$

$$f'(x)=(e^{-2x}) \times 5(2x-1)^4 \times 2 + (2x-1)^5(-2e^{-2x}) = 2e^{-2x}(2x-1)^4(6-2x)$$

$$(9) f(x) = x^3 - 5e^{2x}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 5 \times 2e^{2x} = 3x^2 - 10e^{2x}$$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

$$(10) f(x) = 3 \ln x$$

$$f'(x) = 3/x$$

$$(11) f(x) = x^3 \ln x$$

$$f'(x) = (x^3)(1/x) + (\ln x)(3x^2) = x^2 + 3x^2 \ln x$$

$$(12) f(x) = \ln x x^2$$

$$f'(x) = x^2(1/x) - (\ln x)(2x)x^4 = x - 2x \ln x x^4 = 1 - 2 \ln x x^3$$

$$(13) f(x) = x^2 \ln(4x)$$

$$f'(x) = (x^2)(4/4x) + (\ln(4x))(2x) = x + 2x \ln(4x)$$

$$(14) f(x) = \ln(x+1) x$$

$$f'(x) = (x)(1) - (x+1)(1) x^2 x + 1 x = -1 x^2 x + 1 x = -1 x^2 \times x x + 1 = -1 x(x+1)$$

$$(15) f(x) = \ln x^2 - 1$$

$$f'(x) = 2x \times 2x^2 - 1 x^2 - 1 = 2x \times 2x^2 - 1 \times 1 x^2 - 1 = x x^2 - 1$$

$$(16) f(x) = (\ln x)^4$$

$$f'(x) = 4(\ln x)^3 \times 1/x = 4(\ln x)^3/x$$

$$(17) f(x) = \ln(x^2 - 5)$$

$$f'(x) = 2x x^2 - 5$$

$$(18) f(x) = x^4 \ln x - 12e^x$$

$$f(x) = (x^4)(1x) + (\ln x)(4x^3) - 12ex = x^3 + 4x^3 \ln x - 12ex$$

$$(19) f(x) = e^{2x} \ln x$$

$$f(x) = (e^{2x})(1x) + (\ln x)(2e^{2x}) = e^{2x}(1 + x \ln x)x$$

$$(20) f(x) = (\ln 3x)(\ln 7x)$$

$$f(x) = (\ln 3x)(7x) + (\ln 7x)(3x) = \ln 3x + \ln 7x$$

$$(21) f(x) = \ln(e^x - 2)$$

$$f(x) = e^x e^{x-2}$$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة المعطاة:

$$(22) f(x) = e^{2x-1} \ln(2x-1), x=1$$

$$f(x) = (e^{2x-1})(2x-1) + (\ln(2x-1))(2e^{2x-1})$$

$$f(1) = (e^2-1)(2-1) + (\ln(2-1))(2e^2-1) = 2e + 0 = 2e$$

$$(23) f(x) = \ln x^{2x}, x=4$$

$$f(x) = x(2x \ln x) - (\ln x^2)(1)x^2 = 2 - \ln x^2$$

$$f(4) = 2 - \ln 16 = 2 - 2 \ln 4$$



(24) **فيروسات:** يمكن نمذجة انتشار الإنفلونزا في إحدى المدارس باستخدام الاقتران:  $P(t) = 1001 + e^{3-t}$ , حيث  $P(t)$  عدد السنوات بعد  $t$  يوماً من ملاحظة الإنفلونزا أوّل مرّة في المدرسة. أجد سرعة انتشار الإنفلونزا في المدرسة بعد 3 أيام.

$$P'(t) = -100e^{-3-t}(1+e^{3-t})^2 = 100e^{-3-t}(1+e^{3-t})^2$$

$$P'(3) = 100e^{-3-3}(1+e^{3-3})^2 = 100e^{-6}(1+1)^2 = 100e^{-6} \cdot 4 = 400e^{-6}$$



(25) **ذاكرة:** يُستعمل الاقتران:  $m(t) = t \ln t$ ,  $0 < t \leq 4$ ,  $t+1$  لقياس قدرة الأطفال على التذكر، حيث  $m$  مقياس من 1 إلى 7، و  $t$  عمر الطفل بالسنوات. أجد معدل تغير قدرة الأطفال على التذكر بالنسبة إلى عمر الطفل  $t$ .

$$m'(t) = (t)(1t) + (\ln t)(1) = 1 + \ln t$$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد  $dy/dx$  لكلِّ ممَّا يأتي:

$$(26) y = e^{2u+3}, u = x^2 + 1$$

$$dy/du = 2e^{2u+3} du/dx = 2x dy/dx = dy/du \times du/dx = 2e^{2u+3} \times 2x = 4xe^{2u+3} = 4xe^{2(x^2+1)+3}$$

$$(27) y = \ln(u+1), u = e^x$$

$$dy/du = 1/(u+1) du/dx = e^x dy/dx = dy/du \times du/dx = 1/(e^x+1) \times e^x = e^x/(e^x+1)$$