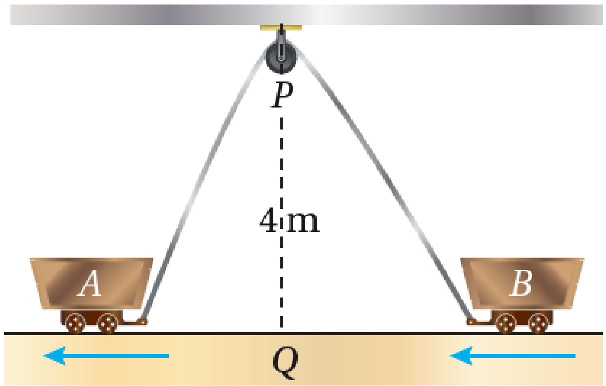
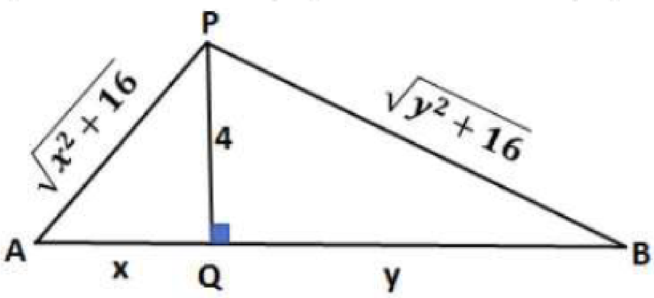
مهارات التفكير العليا

المعدلات المرتبطة



(28) تبرير: رُبطت العربتان A و B بحبل طوله 12 m ، وهو يمر بالبكرة P كما في الشكل المجاور. إذا كانت النقطة Q تقع على الأرض بين العربتين أسفل P مباشرة، وتبعد عنها مسافة 4 m ، وكانت العربة A تتحرك بعيداً عن النقطة Q بسرعة 0.5 m/s ، فأجد سرعة اقتراب العربة B من النقطة Q في اللحظة التي تكون فيها العربة A على بُعد 3 m من النقطة Q ، مبرراً إجابتي.

لتكن الأبعاد كما في الشكل أدناه:



المعطى:

dxdt=0.5m/s

المطلوب:

dydt|x=3

طول الحبل:

AP+BP=x2+16+y2+16=12

عندما$x = 3$ فإن:

9+16+y2+16=12→y2+16=7→y=33x2+16+y2+16=12xdxdtx2+16+ydydty2+16=0dydt=−xy2+16yx2+16dtdtdydt|x=3=−333+163325×0.

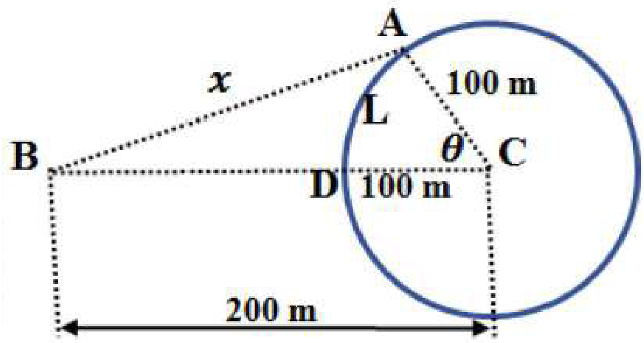
5=−211033m/s

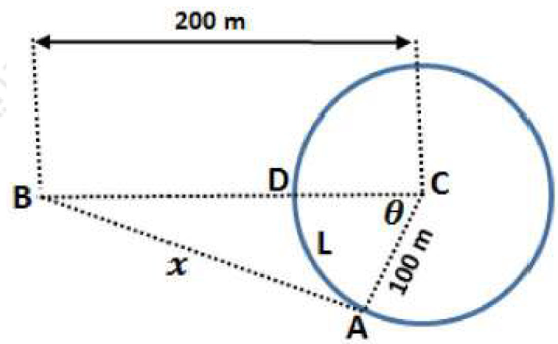
إذن، تقترب العربة B من النقطة Q بسرعة مقدارها 211033m/s

(29) تبرير: يركض عداء في مضمار دائري، طول نصف قطره 100 m ، بسرعة ثابتة مقدارها 7 m/s ، ويقف عداء آخر على بعد 200 m من مركز مضمار الركض. أجد معدل تغير المسافة بين العداءين عندما تكون المسافة بينهما 200 m .

تنبيه: أجد جميع الحلول الممكنة.

ليكن العداء الأول A والعداء الثاني B والبعد بينهما x كما في الشكل، وليكن L هو طول القوس الأصغر AD . توجد حالتان لموقع العداء A كما في الرسم الآتي:





الحالة الأولى: العداء A إلى يمين B

المعطى: L (لتكن متناقصة)، ويكون:

dLdt=−7m/s

المطلوب:

dxdt|x=200m

L=rθ=100θ→dLdt=100dθdt→dθdt=−0.07rad/sx2=(200)2+(100)2−2(200)(100)cosθx2=50000−40000cosθ2xdxdt=40000sinθdθdtdxdt=20000sinθxdθdtcosθ=50000−x240000

عندما $x = 200$ فإن:

cosθ=50000−4000040000=14

ومنه:

sinθ=154dxdt|x=200=20000154200×−0.07=−7154m/s

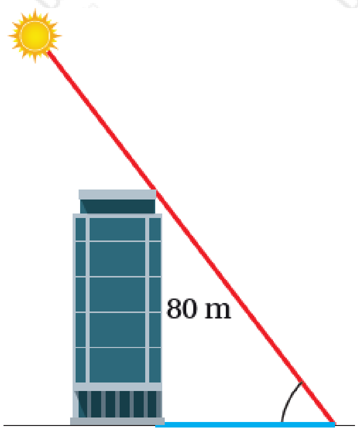
الحالة الثانية: العداء A إلى يسار B

Lعندئذ يتزايد طول القوس ، ويكون dLdt=7، ويكون dθdt=0.07rad/s ، وعليه فإن:

dxdt|x=200=20000154200×0.07=7154m/s

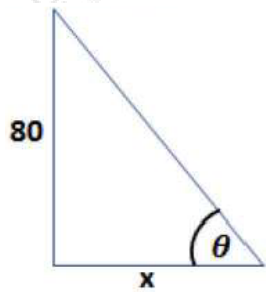
m إذن، عندما تكون المسافة بين العدائين 200 ، فإنهما يقتربان من بعضهما أو يتباعدان عن بعضهما بسرعة مقدارها 7154m/s

(30) تحدّ: سطعت الشمس في أحد الأيام فوق مبنى ارتفاعه 80 m ، فكان طول ظلّ المبنى في هذه اللحظة 60 m كما في الشكل المجاور. أجد معدل تغير طول ظل المبنى في هذه اللحظة بوحدة cm/min ، مقرباً إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة، علماً بأنّ الشمس في هذا اليوم ستمر فوق المبنى تماماً.



إرشاد: تُكمل الأرض دورة كاملة حول نفسها كل 24 ساعة.

xليكن طول ظل المبنى ، وزاوية ارتفاع الشمس θ .



θالشمس في هذا اليوم ستمر فوق المبنى تماماً، يعني أن الزاوية متزايدة.

المعطى:

dθdt=2πrad24h=π12radh=πrad12×60min=π720rad/min

المطلوب:

dxdt|x=60

العلاقة التي تربط المتغيرين هي:

tanθ=80xsec2θdθdt=−80x2dxdtdxdt=−x2sec2θ80×dθdt

عندما $x = 60$ فإن: طول وتر المثلث القائم في الشكل أعلاه يساوي:
100=802+602

ومنه: θ=10060=53sec

إذن:

dxdt|x=60=−602(259)80×π720=−25π144m/min

لتحويل الوحدة إلى cm/min نضرب السرعة في 100 ، فتكون:

dxdt|x=60=−2500π144cm/min

إذن يتناقص طول ظل البناية في تلك اللحظة بسرعة مقدارها 54.5 cm/min تقريباً.