

مسألة اليوم

المعادلات التفاضلية



تتغير درجة حرارة سائل كيميائي بارد، بعد وضعه في غرفة دافئة، بمعدل يمكن نمذجته بالمعادلة التفاضلية: $(dAdt=2(20-A)$ ، حيث A درجة حرارة السائل بمقياس سيلسيوس، و t الزمن بالساعات:

(1) أحل المعادلة التفاضلية لإيجاد درجة حرارة السائل بعد t ساعة، علماً بأن درجة حرارته عند وضعه في الغرفة هي 5°C .

$$115=0+K \Rightarrow K=-\ln|20-A|=2t+K-\ln dAdt=2(20-A) \int dA \quad 20-A=\int 2dt-\ln|1520-A|=2t15 \Rightarrow \ln|20-A|=2t-\ln 5 \Rightarrow -\ln$$

إذن، يمكن نمذجة درجة الحرارة C بعد t ساعة بالعلاقة:

$$|1520-A|=2t \ln$$

(2) بعد كم ساعة تصبح درجة حرارة السائل 18°C ؟

نعوض $A=18$ في العلاقة $|1520-A|=2t \ln$ فينتج:

$$22 \approx 115 - \ln 152 = \ln |1520 - 18| = 2t \Rightarrow t = 12 \ln \ln$$

إذن، تصبح درجة حرارة السائل 18°C بعد مرور ساعة واحدة تقريباً بعد وضعه في الغرفة.