

أُتدرب وأحل المسائل

المتتاليات والمتسلسلات

أُكتب كل متسلسلة مما يأتي باستعمال رمز المجموع:

$$(1) 1 + 4 + 9 + \dots + 100$$

$$\sum_{k=1}^{10} k^2$$

$$(2) 2 + 4 + 6 + \dots + 20$$

$$\sum_{k=1}^{10} 2k$$

$$(3) 12 + 23 + 34 + \dots + 1314$$

$$\sum_{k=1}^{13} (k^2 + 1)$$

$$(4) -23 + 49 - 827 + \dots + 64729$$

$$\sum_{k=1}^{16} (-23)^k$$

أُجد مجموع كل متسلسلة مما يأتي:

$$(5) \sum_{n=1}^{16} (-2)^n = 42$$

$$(6) \sum_{n=1}^{14} (n^2 + 1n + 1) = 25730$$

$$(7) \sum_{n=1}^{12} (3n + 1) = 720$$

$$(8) \sum_{k=1}^{16} k^2 = 912$$

$$(9) \sum_{k=1}^{19} (12k - 24) = 324$$

$$(10) \sum_{k=1}^{120} (k^3 - 1) = 44080$$

أُحدّد إذا كانت كل متتالية مما يأتي حسابية أم لا:

$$(11) 10, 11, 14, 15, 18, 19, \dots$$

ليست حسابية.

$$(12) 12, 6, 0, -6, -12, \dots$$

حسابية أساسها -6

$$(13) 3, 5, 9, 15, 23, \dots$$

ليست حسابية.

أجد الحد العام لكل متتالية حسابية مما يأتي، ثم أجد الحد الثلاثين منها:

$$(14) 25, 58, 91, 124, \dots$$

$$a_n = 33n - 8$$

$$a_{30} = 982$$

$$(15) -1, -13, 13, 1, \dots$$

$$a_n = 23n - 53$$

$$a_{30} = 553$$

$$(16) a_{17} = -5, d = -12$$

$$a_n = -12n + 72$$

$$a_{30} = -232$$

$$(17) a_5 = 58, a_{12} = 30$$

$$a_n = 78 - 4n$$

$$a_{30} = -42$$

أجد مجموع المتسلسلات الحسابية الآتية:

$$(18) 1 + 5 + 9 + \dots + 401$$

$$401 = 1 + 4(n - 1) \Rightarrow n = 101$$

$$S_{101} = 1012(1 + 401) = 20301$$

$$(19) 0.7 + 2.7 + 4.7 + \dots + 56.7$$

$$56.7 = 0.7 + 2(n - 1) \Rightarrow n = 29$$

$$S_{29} = 292(0.7 + 56.7) = 832.3$$

$$(20) \sum_{n=1}^{180} (2n - 2)$$

$$a_1 = 0, a_{80} = 158$$

$$S_{80} = 802(0 + 158) = 6320$$



(21) رياضة: يمارس هيثم تمارين الضغط بانتظام، وقد استطاع أداء 25 ضغطة بصورة مستمرة في الأسبوع الأول، ثم تمكن من زيادة عددها أسبوعيًا بمقدار 5 ضغطات على نحو مستمر. ما عدد الضغوط التي يمكنه أدائها بشكل مستمر في الأسبوع السادس عشر؟

$$a_1 = 25, d = 5$$

$$a_{16} = 25 + 5(15) = 100$$

(22) متسلسلة حسابية منتهية، حدها الأول 10، وأساسها 4، ومجموع حدودها 792، ما عدد حدود هذه المتسلسلة؟

$$792 = n2(2(10) + (n - 1) \times 4) \Rightarrow 2n^2 + 8n - 792 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 4n - 396 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 18)(n + 22) = 0$$

$$\Rightarrow n = 18$$

(23) إذا كان مجموع أول n حدًا من حدود متسلسلة حسابية هو $n^2 + 4n$ ، فأجد حدها المئة.

$$S_n = n^2 + 4n$$

$$S_1 = 5 \Rightarrow a_1 = 5$$

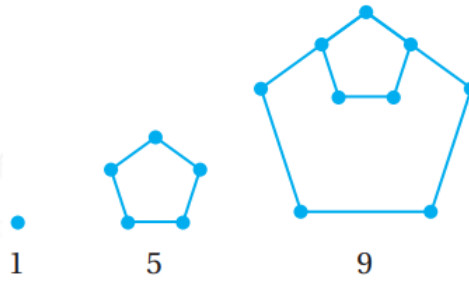
$$S_2 = 12 \Rightarrow a_2 = 12 - 5 = 7$$

$$d = 7 - 5 = 2$$

$$a_n = 2n + 3$$

$$a_{100} = 203$$

يبين الشكل المجاور نمطاً هندسياً يمثل عدد النقاط في نماذج متتالية:



(24) أبين أن عدد النقاط في النماذج يمثل متتالية حسابية.

1, 5, 9

ألاحظ أن الفرق بين كل حدين متتابعين، ثابت، وأنه يساوي 4؛ أي إن المتتالية حسابية أساسها 4

(25) أجد الحد العام للمتتالية الحسابية.

$$a_n = 4n - 3$$

(26) هل يوجد نموذج يحوي 397 نقطة؟ أبرر إجابتي.

$$397 = 4n - 3 \Rightarrow n = 100$$

n بما أن عدد صحيح موجب، إذن يوجد نموذج يحوي 397 نقطة.

a متسلسلة حسابية، حدها الأول ، وأساسها d ، ومجموع حدودها الثلاثين الأولى يساوي ضعف مجموع حدودها العشرين الأولى:

(27) أثبت أن $11d2 = a$

$$S_{30} = 2S_{20} \Rightarrow 302(2 + 29d) = 2 \times 202(2a + 19d)$$

$$\Rightarrow 20a + 435d = 40a + 380d$$

$$\Rightarrow 10a = 55d$$

$$\Rightarrow a = 112d$$

(28) إذا كان مجموع الحدود الثلاثين الأولى هو 400، فأجد قيمتي a و d .

$$400 = 302(2a + 29 \times 211a) \Rightarrow a = 113, d = 23$$

(29) أحل المسألة الواردة في بند (مسألة اليوم).

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1 + 6$$

$$a_3 = 1 + 6 + 12$$

$$a_4 = 1 + 6 + 12 + 18$$

...

$$S_{10} = 1 + 92(6 + 54) = 271$$